НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
ГЛАВНАЯ АСТРОНОМИЧЕСКАЯ ОБСЕРВАТОРИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ АЭРОНАВТИКИ И ИССЛЕДОВАНИЯ КОСМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА США
ГОДДАРДОВСКИЙ ИНСТИТУТ КОСМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

На правах рукописи
УДК 523+523.4+535.3+518.61+551.521.3

Мищенко Михаил Иванович

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ РАССЕЯНИЕ В СЛУЧАЙНЫХ ДИСПЕРСНЫХ СРЕДАХ: ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ И ПРИЛОЖЕНИЯ

05.07.12 – Дистанционные аэрокосмические исследования

Диссертация на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

http://www.giss.nasa.gov/~crmim/publications/Thesis.pdf

Киев – Нью-Йорк
2007

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

ВВЕДЕНИЕ 6

ГЛАВА 1. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ РАССЕЯНИЕ 21

1.1 Основные предположения 22

1.2 Макроскопические уравнения Максвелла 25

1.3 Электромагнитное рассеяние 27

1.4 Рассеяние в дальней и ближней зонах 32

1.5 Реально наблюдаемые оптические величины 39

1.6 Оптические сечения и радиационное давление 45

1.7 Правило масштабной инвариантности 49

1.8 Рассеяние объектом, находящимся в поглощающей среде 51

1.9 Основные результаты 53

ГЛАВА 2. МНОГОКРАТНОЕ РАССЕЯНИЕ И ЭРГОДИЧНОСТЬ 54

2.1 Уравнения Фолди–Лакса 54

2.2 Что такое многократное рассеяние? 56

2.3 Уравнения Фолди–Лакса для разреженных дисперсных сред 59

2.4 Эргодичность 62

2.5 Приближение однократного рассеяния 65

2.5.1 Приближение однократного рассеяния для фиксированной группы частиц 66

2.5.2 Приближение однократного рассеяния в дальней зоне фиксированной группы частиц 68

2.5.3 Некоррелированное приближение однократного рассеяния и его модификация 71

2.6 Макроскопически изотропные и зеркально симметричные дисперсные среды 75

2.7 Основные результаты 77

ГЛАВА 3. *T*-МАТРИЧНЫЙ МЕТОД 78

3.1 *T*-матричный формализм 79

3.2 Трансформационные свойства *T* матрицы 82

3.3 Аналитическое усреднение по ориентациям частиц 84

3.4 Улучшение сходимости *T*-матричного метода 86

3.5 Пакет программ, основанных на *T*-матричном методе 89

3.6 Основные результаты 93

ГЛАВА 4. ОДНОКРАТНОЕ РАССЕЯНИЕ СВЕТА МОНОДИСПЕРСНЫМИ И ПОЛИДИСПЕРСНЫМИ ЧАСТИЦАМИ 95

4.1 Оптические резонансы 96

4.2 Эффекты усреднения по размерам и ориентациям 107

4.3 Светорассеивающие свойства хаотически ориентированных сфероидов, круговых цилиндров и бисфер 112

4.4 Основные результаты 119

ГЛАВА 5. МНОГОКРАТНОЕ РАССЕЯНИЕ СЛУЧАЙНЫМИ ДИСКРЕТНЫМИ СРЕДАМИ: СТРОГИЕ ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И АНАЛИЗ ИХ СЛЕДСТВИЙ 122

5.1 Статическое и динамическое рассеяния света 123

5.2 Рассеяние фиксированными конфигурациями случайно расположенных частиц: спекл-структура 123

5.3 Статическое рассеяние света 127

5.4 Количественные условия применимости приближения однократного рассеяния 141

5.5 Основные результаты 144

ГЛАВА 6. МИКРОФИЗИЧЕСКИЕ ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ И СЛАБОЙ ЛОКАЛИЗАЦИИ В СЛУЧАЙНЫХ ДИСПЕРСНЫХ СРЕДАХ 146

6.1 Микрофизическая теория переноса излучения 148

6.2 Микрофизическая теория слабой локализации 160
6.3 Интерференция в направлении прямо вперед 164
6.4 Что такое независимое рассеяние? 165
6.5. Перенос излучения в газовых средах 167
6.6 Сохранение энергии 168
6.7 Обсуждение результатов 170
6.8 Основные результаты 175

ГЛАВА 7. ПЕРЕНОС ИЗЛУЧЕНИЯ В ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫХ РАЗРЕЖЕННЫХ ДИСПЕРСНЫХ СРЕДАХ 177

7.1 Стандартная задача 178
7.2 Пропагатор 182
7.3 Общая задача 184
7.4 Метод сложения 187
7.5 Уравнения инвариантного погружения 194
7.6 Уравнение Амбарцумяна 197
7.7 Соотношения взаимности для матриц отражения и пропускания 197
7.8 Перенос излучения в макроскопически изотропных и зеркально симметричных средах 199
7.9 Основные результаты 207

ГЛАВА 8. АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ СКАЛЯРНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА 208

8.1 Рэлеевское рассеяние 209
8.2 Полидисперсные сферические частицы и сфероиды 224
8.3 Основные результаты 233

ГЛАВА 9. СЛАБАЯ ЛОКАЛИЗАЦИЯ В ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ДИСПЕРСНЫХ СРЕДАХ: ТЕОРИЯ И АСТРОФИЗИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ 235

9.1 Основные понятия 235

9.2 Направление точно назад 237
9.3 Угловая зависимость эффекта слабой локализации 250
9.4 Астрофизические приложения 254
9.5 Основные результаты 259

ГЛАВА 10. ДИСТАНЦИОННОЕ ЗОНДИРОВАНИЕ АЭРОЗОЛЕЙ В ЗЕМНОЙ АТМОСФЕРЕ СО СПУТНИКОВ 261

10.1 Требования к измерениям характеристик аэрозольных и облачных частиц 263
10.2 Иерархия пассивных инструментов дистанционного зондирования 266
10.3 Теоретический анализ поляриметрии как средства дистанционного зондирования 268
10.4 Временной ряд глобального распределения аэрозолей, полученный в рамках GACP 272
10.5 Дистанционное зондирование аэрозолей и облаков при помощи современных поляриметров 274
10.6 Основные результаты 277

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 280

ПРИЛОЖЕНИЕ А. Диады и тензоры 288

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ 291

ВВЕДЕНИЕ

Явления рассеяния и поглощения электромагнитной энергии частицами встречаются повсеместно и поэтому находятся в фокусе многих исследовательских программ. Солнечный свет, падающий на земную атмосферу, рассеивается как флуктуациями плотности газа, так и разнообразными аэрозольными и облачными частицами, что приводит к таким оптическим эффектам, как голубой цвет неба, покраснение заходящего Солнца, радуга, корона, глория и гало. Посредством рассеяния и поглощения падающего солнечного излучения и инфракрасного излучения, испущенного земной поверхностью, аэрозольные и облачные частицы оказывают сильное влияние на погоду и климат. Рассеяние света и радиоволн реголитными поверхностями тел Солнечной системы приводит к возникновению уникальных оппозиционных явлений. Избирательное ослабление проходящего света звезд ориентированными частицами космической пыли вызывает межзвездную поляризацию. Перечисление разнообразных проявлений электромагнитного рассеяния можно продолжать без конца.

Благодаря сильной зависимости светорассеивающих свойств частиц от их размера, формы и показателя преломления, измерения электромагнитного рассеяния оказываются полезным (и часто незаменимым) средством определения физических характеристик и химического состава частиц в астрофизике, дистанционном зондировании Земли и планет, биологии и технологии. Необходимость осмысленной интерпретации таких измерений и знания оптических свойств различных дисперсных сред обуславливает важность понимания фундаментальных физических основ электромагнитного рассеяния и точной количественной информации о его характеристиках как функциях физических параметров частиц.

Актуальность темы

Разнообразие размеров, форм и показателей преломления частиц, встреча-

ющихся в естественных и искусственных средах, существенно усложняет задачу точного теоретического предсказания светорассеивающих свойств индивидуальных частиц. Еще бóльшие трудности вызывает проблема моделирования рассеивающих свойств больших случайных групп частиц, таких как облака. Особенно сложными объектами исследования являются плотноупакованные дисперсные среды [5], такие как песчаные и снежные поверхности, реголитные поверхности тел Солнечной системы и различные технические и биологические взвеси.

Сложность перечисленных задач вызвала к жизни многочисленные приближения и повсеместное их использование. К сожалению, многие приближения имеют весьма неясное происхождение и плохо определенную (или вовсе неопределенную) область применимости. Более того, существуют приближения, происхождение которых вообще не поддается классификации. Например, строгий расчет диффузного отражения света плотноупакованными частицами планетного реголита часто подменяется вычислениями при помощи так называемой теории Хапке [81]. По-видимому, это делается потому, что в теории Хапке используются те же *названия* модельных величин, что и в строгой теории рассеяния, хотя сами модельные величины вряд ли имеют физический смысл [147, 178].

Зачастую единственным (и, как правило, обманчивым) достоинством приближенного подхода является его формальная простота, позволяющая избежать трудоемких расчетов на ЭВМ. Однако основным недостатком является то, что почти никогда не известно, насколько точным оказывается приближенное вычисление. Кроме того, во многих приближениях реальные физические величины подменяются искусственными модельными параметрами, в результате чего становится невозможным анализировать данные контролируемых лабораторных измерений и извлекать прямую физическую информацию из дистанционных наблюдений.

В силу выше сказанного, становится понятной актуальность следующих трех задач:

- разработка эффективного строгого подхода к решению задач светорассеяния отдельными частицами и большими группами частиц на основе прямых численно-точных решений макроскопических уравнений Максвелла;
- разработка эффективных приближенных решений уравнений Максвелла, которые являются асимптотически точными и имеют четко установленную область применимости;
- применение как строгих, так и надежно обоснованных приближенных методик расчета электромагнитного рассеяния для разработки точных и информативных методов дистанционного зондирования и лабораторной диагностики частиц, позволяющих восстанавливать физические параметры сложных и максимально реалистичных моделей рассеивающих сред.

Связь работы с научными программами, планами, темами

Работа выполнялась в рамках программ фундаментальных и прикладных исследований, проводившихся в ГАО НАН Украины (1987–1992 гг.) и в Годдардовском Институте космических исследований Национального управления аэронавтики и исследования космического пространства (NASA), США (1992–2007 гг.). Большинство результатов было получено в рамках программ Radiation Sciences Program (NASA), Global Aerosol Climatology Project (GACP; NASA/World Climate Research Program), Earth Observing System (NASA) и Glory Mission Project (NASA). Диссертант был руководителем проекта GACP и является главным научным руководителем космической миссии Glory. Кроме того, он был и является главным исполнителем многих исследовательских проектов, финансируемых NASA.

Цели, задачи и методы исследований

Целью работы является развитие и применение унифицированного микрофизического подхода к задаче однократного и многократного рассеяния электро-

магнитных волн частицами, непосредственно вытекающего из уравнений Максвелла. Эта общая задача включает в себя разработку и практическое применение как строгих, так и физически обоснованных асимптотических методов расчета светорассеивающих свойств индивидуальных частиц и больших групп частиц.

В рамках настоящей работы решались следующие конкретные задачи:

- строгая физическая постановка и максимально общий анализ задачи электромагнитного рассеяния произвольным рассеивающим объектом, как в виде отдельной частицы, так и в виде группы частиц. Формулировка понятия непосредственно наблюдаемой оптической величины и его конкретизация для случаев рассеяния в дальней и ближней зонах объекта;
- детальный анализ концепции многократного рассеяния электромагнитных волн частицами, входящими в группу, и его конкретизация для случая очень слабой упаковки частиц. Анализ концепции эргодичности в применении к случайным группам частиц;
- разработка эффективных строгих методов расчета светорассеивающих свойств как простых, так и морфологически сложных объектов на основе прямого численно-точного решения уравнений Максвелла;
- строгий количественный анализ характеристик однократного рассеяния для монодисперсных и полидисперсных несферических частиц;
- качественный и количественный анализ различных эффектов многократного рассеяния электромагнитных волн на основе прямых численно-точных решений уравнений Максвелла;
- прямой вывод уравнения переноса излучения и теории слабой локализации электромагнитных волн из уравнений Максвелла и детальный анализ его следствий;
- разработка общей теории переноса излучения в плоскопараллельных анизотропных разреженных дисперсных средах;

- детальный количественный и качественный анализ точности скалярного приближения уравнения переноса для широкого диапазона размеров и форм рассеивающих частиц;
- разработка теории слабой локализации в плоскопараллельных разреженных дисперсных средах и анализ ее астрофизических следствий;
- детальный анализ микрофизического подхода к проблеме дистанционного зондирования аэрозолей и облаков в земной атмосфере и его конкретизация для спутниковых инструментов, призванных отслеживать влияние тропосферных аэрозолей на климат.

Объект исследования – разреженные и плотноупакованные случайные дисперсные среды: облака и аэрозоли в планетных атмосферах, реголитные поверхности безатмосферных тел Солнечной системы, различные порошкообразные поверхности естественного и искусственного происхождения, взвеси частиц.

Предмет исследования – особенности явлений рассеяния света индивидуальными частицами и случайными ансамблями частиц; оптическая диагностика частиц в исследуемых объектах.

Методы исследования – унифицированный теоретический анализ явления электромагнитного рассеяния в рамках макроскопической электродинамики; расчет светорассеивающих свойств индивидуальных частиц и больших групп частиц на основе как прямых численно-точных решений уравнений Максвелла, так и физически обоснованных асимптотических решений, непосредственно вытекающих из этих уравнений; сравнение результатов наблюдений с существующими моделями и теоретическими исследованиями.

Научная новизна полученных результатов

В ходе выполнения работы получены следующие новые результаты:

1. Впервые получены следующие фундаментальные результаты, развивающие общую теорию электромагнитного рассеяния:
   - строгий вывод формулы для силы радиационного давления на произвольное несферическое тело, находящееся в произвольной ориентации, и теоретическое предсказание радиационного давления за счет теплового излучения электромагнитной энергии ориентированным несферическим телом;
   - общий вывод правила масштабной инвариантности в теории электромагнитного рассеяния произвольным макроскопическим объектом;
   - общая теория электромагнитного рассеяния объектом, погруженным в поглощающую среду;
   - общий анализ концепции многократного рассеяния в рамках монохроматического представления макроскопической электродинамики и уравнений Фолди–Лакса и демонстрация ее чисто математического характера.
2. Впервые получен строгий и последовательный вывод иерархии приближений однократного рассеяния для малых групп частиц из уравнений Фолди–Лакса и проведен качественный и количественный анализ условий и диапазона их применимости.
3. Впервые получены следующие результаты, существенно развивающие *T*-матричный метод:
   - разработаны исключительно эффективные (квази)аналитические методы расчета светорассеивающих свойств ансамблей хаотически или аксиально ориентированных несферических частиц;
   - разработана общая *T*-матричная процедура расчета светорассеивающих свойств несферической частицы, находящейся в произвольной фиксированной ориентации по отношению к лабораторной системе координат, при произвольных направлениях падения и рассеяния света;

- разработаны эффективные средства улучшения сходимости расчетов по методу расширенного граничного условия, которые способствовали радикальному расширению области применимости *T*-матричного метода;
- разработан пакет эффективных и удобных для использования *T*-матричных программ, применимых для решения широкого круга практических задач.

4. Впервые выполнен систематический и детальный количественный анализ свойств однократного рассеяния монодисперсных и полидисперсных несферических частиц, которые либо хаотически ориентированы, либо имеют фиксированную ориентацию. Уникальные по объему результаты расчетов для сфероидов, круговых цилиндров, чебышевских частиц и кластеров позволили выявить и количественно охарактеризовать сильную зависимость многих светорассеивающих свойств от формы и морфологии частиц, а также их эволюцию с увеличением степени несферичности. Впервые показано, что деформация поверхности сферической частицы всего на одну сотую длины волны света способна привести к полному исчезновению сверхузких резонансных образований в различных характеристиках светорассеяния как функциях радиуса и показателя преломления частицы.

5. Создан новый раздел статистической оптики, в рамках которого многократное рассеяние света в макроскопических случайных дисперсных средах изучается на основе прямых численно-точных решений уравнений Максвелла. Представлен детальный анализ происхождения спекл-структуры при рассеянии света фиксированными конфигурациями частиц и ее замывания в результате усреднения по ансамблю. Подробно изучены эффекты многократного рассеяния при статическом рассеянии электромагнитных волн случайными дисперсными средами. Впервые на основе прямых решений уравнений Максвелла однозначно продемонстрирована совокупность эффектов слабой локализации электромагнитных волн.

6. Разработан унифицированный микрофизический подход к теориям переноса излучения и слабой локализации электромагнитных волн в разреженных случайных дисперсных средах, который включает:

- прямой вывод общего векторного уравнения переноса излучения из монохроматических макроскопических уравнений Максвелла, применимый к частицам с произвольными размерами, формами и ориентациями;
- разработку общей микрофизической теории слабой локализации, применимой к произвольным частицам и полностью учитывающей электромагнитную природу света;
- первый детальный анализ конкретных приближений, необходимых для вывода уравнения переноса; условий применимости уравнения переноса; практического смысла условий эргодичности и статистической однородности рассеивающей среды; места теорий переноса излучения и слабой локализации в иерархии проблем электромагнитного рассеяния;
- первую микрофизическую теорию переноса излучения в разреженной дисперсной среде с малыми статистическими неоднородностями.

7. Разработана общая векторная теория переноса излучения в плоскопараллельных разреженных дисперсных средах, состоящих из частиц любых размеров, форм, ориентаций и показателей преломления.

8. Впервые выполнен детальный количественный анализ точности и границ применимости скалярного приближения уравнения переноса и предложено простое физическое объяснение больших ошибок скалярного приближения в случае рэлеевского рассеяния.

9. Впервые дан вывод строгого векторного соотношения, позволяющего рассчитывать все характеристики слабой локализации в направлении точно назад на основе численного решения уравнения переноса. Это соотношение было использовано для детального количественного анализа зависимости многих характеристик слабой локализации от оптической толщины дисперс-

ного слоя и размера, формы и показателя преломления рассеивающих частиц. Впервые теоретически предсказан поляризационный оппозиционный эффект в виде узкого, асимметричного минимума поляризации на фазовом угле, сравнимом с угловой полушириной когерентного пика в интенсивности. Впервые сделан вывод, что совокупность уникальных оппозиционных эффектов в яркости и поляризации, типичную для определенного класса высокоальбедных безатмосферных тел Солнечной системы, можно объяснить слабой локализацией электромагнитных волн при рассеянии света на порошкообразных (реголитных) поверхностях этих объектов.

10. Впервые выполнен детальный количественный анализ требований к климатической программе пассивного дистанционного зондирования аэрозольных и облачных частиц в земной атмосфере с орбитальных спутников Земли. В рамках программы NASA под названием Global Aerosol Climatology Project (GACP) получен уникальный по продолжительности временной ряд глобального распределения тропосферных аэрозолей. Открыто существенное уменьшение средней глобальной оптической толщины тропосферных аэрозолей за последние 20 лет и обнаружены сопутствующие сильные региональные изменения.

Практическое значение полученных результатов

Практическая ценность работы определяется следующими факторами:

- Разработкой комплекса эффективных численных методов и соответствующих компьютерных программ для строгого или асимптотически точного расчета характеристик однократного и многократного электромагнитного рассеяния частицами и размещением его на общедоступном электронном сервере http://www.giss.nasa.gov/~crmim. К настоящему времени эти программы были использованы более чем в 480 рецензированных научных

публикациях (не включая труды конференций, тезисы докладов и диссертации).

- Теоретическим и численным анализом условий и диапазона применимости приближения однократного рассеяния для малых групп частиц.
- Детальным количественным анализом светорассеивающих свойств монодисперсных и полидисперсных несферических частиц с разнообразными формами, размерами и показателями преломления. Демонстрацией и количественным анализом влияния несферичности частиц на результаты дистанционного зондирования аэрозолей и облаков.
- Выводом уравнения переноса и теории слабой локализации непосредственно из уравнений Максвелла. Детальным теоретическим анализом условий и диапазона применимости этих теорий и физического смысла величин, входящих в уравнение переноса.
- Детальным количественным анализом точности и границ применимости скалярного приближения уравнения переноса.
- Выводом характеристик слабой локализации, соответствующих направлению точно назад, из численного решения уравнения переноса. Детальным количественным анализом зависимости этих характеристик от физических параметров рассеивающей среды.
- Теоретическим предсказанием поляризационного оппозиционного эффекта и анализом условий его проявления, что стимулировало наблюдательные программы по целенаправленному поиску этого явления и последующее обнаружение его у ряда высокоальбедных астрономических объектов.
- Формулировкой и количественным анализом задачи дистанционного зондирования тропосферных аэрозолей и облаков с орбитальных спутников Земли.
- Демонстрацией решающего преимущества поляриметрии как средства дистанционного зондирования тропосферных аэрозолей.
- Формулировкой научных задач для орбитального фотополяриметра Aerosol

Polarimetry Sensor (APS) в рамках космической миссии Glory (NASA).

- Получением уникального по продолжительности временного ряда глобального распределения тропосферных аэрозолей в рамках проекта GACP и открытием существенного уменьшения средней глобальной оптической толщины тропосферных аэрозолей за последние 20 лет и сопутствующих сильных региональных изменений.

Настоящая работа находится на стыке нескольких научных дисциплин – электромагнетизма, оптики, дистанционного зондирования и астрофизики, что представляет значительную ценность. Полученные в ней результаты формируют обширную теоретическую базу для моделирования и интерпретации процессов рассеяния. Разработанные численные методы и компьютерные программы неоднократно использовались и будут применяться в дальнейшем для расчетов оптических характеристик частиц и разнообразных дисперсных сред, а также для уточнения старых и разработки новых механизмов и моделей рассеяния света. Результаты диссертационной работы могут быть использованы в таких научных учреждениях как ГАО НАН Украины, Институт космических исследований НАН Украины, НИИ астрономии ХНУ, АО КНУ, КрАО, Институт полупроводников НАН Украины, Институт физики НАН Украины, Астрономический институт им. В.В. Соболева СпбГУ, ИКИ РАН, ГАИШ МГУ, ГАО РАН, Институт физики имени Б.И. Степанова НАН Беларуси, исследовательские центры NASA, NOAA и DOE и др.

Личный вклад автора

Все результаты, выносимые на защиту, получены либо лично диссертантом, либо при его личном и определяющем участии в постановке задачи, разработке теории и компьютерных программ, подготовке и выполнении расчетов, анализе и интерпретации результатов, формулировке выводов и подготовке публикаций. Тексты монографий и всех статей написаны диссертантом. Статьи

[10, 11, 131–155, 157, 159, 160, 162] написаны без соавторов. В монографиях [194, 202] диссертанту принадлежат получение всех теоретических и численных результатов. В работах [163–166, 178, 187, 189, 190, 196, 197, 203, 204, 207, 209, 211] диссертанту принадлежат постановка задачи, план исследования и участие в проведении расчетов и анализе данных. В работах [167–173, 175–177, 179, 181–186, 192, 193, 195, 199] диссертанту принадлежат постановка задачи, проведение расчетов и анализ данных. В работе [201] диссертанту принадлежат анализ результатов наблюдений и подготовка статьи.

Апробация результатов диссертации

Материалы диссертационной работы докладывались и представлялись:

– на приглашенных лекциях и семинарах в University of Arizona (Тусон, США, 1993), State University of New York/Stony Brook (Стони Брук, США, 1996), National Oceanic and Atmospheric Administration (Сильвер Спринг, шт. Мэриленд, США, 2000), University of Maryland/College Park (Коледж Парк, США, 2001), Met Office (Брэкнел, Великобритания, 2001), University of Amsterdam (Амстердам, Голландия, 2001), Jet Propulsion Laboratory (Пасадена, США, 2002), University of California/Los Angeles (Лос-Анджелес, США, 2002), Naval Research Laboratory (Вашингтон, США, 2004);

– на более чем пятидесяти научных конференциях, из которых ниже перечислены только конференции и летние школы, на которых диссертант был приглашен сделать пленарный доклад или прочитать лекционный курс:

- “Light Scattering by Non-Spherical Particles” (Амстердам, Голландия, 1995)
- “International Radiation Symposium IRS’96” (Фэрбенкс, США, 1996)
- “Light Scattering by Non-Spherical Particles” (Хельсинки, Финляндия, 1997)
- “Gordon Conference on Solar Radiation and Climate” (Плимут, шт. Нью-Гэмпшир, США, 1998)

- “Summer School on Light Scattering from Microstructures” (Ларедо, Испания, 1998)
- “Light Scattering by Nonspherical Particles: Theory, Measurements, and Applications” (Нью-Йорк, США, 1998)
- “School on Exploring the Atmosphere by Remote Sensing Techniques” (Триест, Италия, 1999)
- “99 Kyoto Aerosol–Cloud Workshop” (Киото, Япония, 1999)
- “AGU 1999 Fall Meeting” (Сан-Франциско, США, 1999)
- “International Radiation Symposium IRS’2000” (С.-Петербург, Россия, 2000)
- “5th International Conference on Light Scattering by Nonspherical Particles” (Галифакс, Канада, 2000)
- “6th International Congress on Optical Particle Characterization” (Брайтон, Великобритания, 2001)
- “NATO Advanced Research Workshop on Optics of Cosmic Dust” (Братислава, Словакия, 2001)
- “6th International Conference on Electromagnetic and Light Scattering by Non-Spherical Particles” (Гейнсвил, США, 2002)
- “NATO Advanced Study Institute on Wave Scattering in Random Media: From Theory to Applications” (Корсика, Франция, 2002)
- “OSA Annual Meeting/LS-XVIII” (Орландо, США, 2002)
- “NATO Advanced Study Institute on Photopolarimetry in Remote Sensing” (Ялта, Украина, 2003)
- “Light on Planetary Atmospheres, from the Solar System to Exoplanets” (Амстердам, Голландия, 2003)
- “Astronomy in Ukraine – Past, Present and Future” (Киев, Украина, 2004)
- “Light, Dust, and Chemical Evolution” (Гераче, Италия, 2004)
- “8th Conference on Electromagnetic and Light Scattering by Nonspherical Particles” (Гренада, Испания, 2005)
- “Gordon Conference on Radiation & Climate” (Уотервил, шт. Мэн, США, 2005)

- “Summer School on Remote Sensing of the Earth and Other Solar System Bodies” (Киев, Украина, 2006)
- “Visibility, Aerosols, and Atmospheric Optics” (Вена, Австрия, 2006)
- “14th International Young Scientists’ Conference on Astronomy and Space Physics” (Киев, Украина, 2007)
- “Fifth International Symposium on Radiative Transfer” and “Tenth Conference on Electromagnetic & Light Scattering” (Бодрум, Турция, 2007)

Результаты представленных исследований многократно докладывались на семинарах ГАО НАН Украины (Киев), Goddard Institute for Space Studies (Нью-Йорк, США), Goddard Space Flight Center (Гринбелт, шт. Мэриленд, США) и NASA Headquarters (Вашингтон, США).

Публикации

Результаты диссертационной работы изложены в 70 публикациях, из которых 2 – монографии, опубликованные издательством Cambridge University Press [194, 202], 2 – рецензированные главы из монографий [153, 162], 66 – статьи в специализированных реферируемых журналах “Кинематика и физика небесных тел”, “The Astrophysical Journal”, “Astrophysics and Space Science”, “Earth, Moon, and Planets”, “Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer”, “Monthly Notices of the Royal Astronomical Society”, “Planetary and Space Science”, “Applied Optics”, “Bulletin of the American Meteorological Society”, “Geophysical Research Letters”, “Journal of Geophysical Research”, “Journal of the Optical Society of America”, “Optics Express”, “Optics Letters”, “Physical Review”, “Science” и др. [10, 11, 131–152, 154, 155, 157, 159, 160, 163–173, 175–179, 181–187, 189, 190, 192, 193, 195–197, 199, 201, 203, 204, 207, 209, 211]. Во всех публикациях диссертант является единственным или первым (основным) автором.

Научные публикации диссертанта, в которых он является единственным

или первым автором, были процитированы более чем 3350 раз в журналах, включенных в базу данных Science Citation Index™ (исключая самоссылки).

ГЛАВА 1

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ РАССЕЯНИЕ

Как уже указывалось во введении, основная цель диссертации состоит в развитии унифицированного микрофизического подхода к задаче электромагнитного рассеяния частицами, основанного на прямом решении уравнений Максвелла аналитическими и численно-точными компьютерными методами, и демонстрации его эвристического потенциала и исключительной практической полезности. Отличительной особенностью диссертации является то, что она, по сути, базируется только на трех фундаментальных принципах: макроскопических уравнениях Максвелла [94], их интегральной форме (строгой векторной версии уравнений Фолди–Лакса [30, 202]), и строгом *T*-матричном подходе к расчету рассеянного поля [280]. Используя эти надежно установленные принципы как отправную точку, диссертация существенно развивает широкий круг фундаментальных аспектов теории рассеяния электромагнитных волн частицами и дисперсными средами и доводит теорию до вида, в котором она может быть непосредственно использована для решения конкретных задач дистанционного зондирования. Такая особенность диссертации требует логически последовательного и в значительной степени монографического изложения материала, начиная с фундамента теории и кончая конкретными практическими приложениями. Определяющий личный вклад диссертанта и новизна полученных результатов будут ясны из контекста и детальных литературных ссылок.[1]

Основная цель первой главы состоит в том, чтобы предельно четко сформулировать фундаментальную задачу электромагнитного рассеяния произвольным макроскопическим объектом, кратко обсудить традиционные подходы (в том числе и феноменологический) к ее решению, а также наметить способ

[1]Все основные публикации диссертанта, в том числе монография [194], доступны в формате PDF на электронном сервере http://www.giss.nasa.gov/~crmim/publications. Единственным исключением является монография [202].

унифицированного решения этой задачи, развиваемый в диссертации. Тем самым будет заложен необходимый теоретический фундамент последующих глав.

Мы специально рассмотрим физическую сущность явления электромагнитного рассеяния в рамках монохроматического представления электродинамики (frequency-domain electromagnetics) и обсудим, в какой степени рассеяние может считаться реальным физическим процессом. Отдельно будут рассмотрены случаи рассеяния в ближней и дальней зонах и будет детально обоснована необходимость адекватного определения конкретных наблюдаемых величин. Мы также введем основные теоретические характеристики электромагнитного рассеяния и обсудим их наиболее общие свойства.

1.1. Основные предположения

Земные облака, состоящие из случайно расположенных и случайно перемещающихся капелек воды или кристалликов льда, являются типичными примерами так называемых дискретных (или дисперсных) случайных рассеивающих сред. В рамках феноменологической теории переноса облако рассматривается как воображаемая непрерывная среда, в которой основным рассеивающим элементом считается некий гипотетический дифференциальный объем [45]. В отличие от феноменологической теории, микрофизические теории переноса и слабой локализации явно учитывают наличие частиц как дискретных включений с показателем преломления, отличным от показателя преломления окружающей среды. Другим коренным отличием является то, что микрофизические теории выводятся непосредственно из уравнений Максвелла как исходных физических законов, управляющих процессом взаимодействия электромагнитного излучения с веществом. Тем самым исключается необходимость произвольного привлечения феноменологических концепций и законов, не содержащихся в классической электродинамике. Само название «микрофизическая теория» (или «микрофизический подход») призвано подчеркнуть непосредственную выводимость теорий

переноса и слабой локализации из фундаментальных физических законов, невозможную в рамках феноменологического подхода.

Микрофизические теории переноса и слабой локализации электромагнитных волн в дискретных случайных средах базируются на следующих явных предположениях, имеющих целью четко сформулировать общую проблему в терминах строгих физических понятий:

1. В любой момент времени весь рассеивающий объект (например, облако водных капель или порошкообразная поверхность) может быть описан как определенная конфигурация некоторого числа N дискретных конечных частиц (см. рис. 1.1). Бесконечная окружающая среда является однородной, линейной, изотропной и непоглощающей. Объем каждой частицы считается

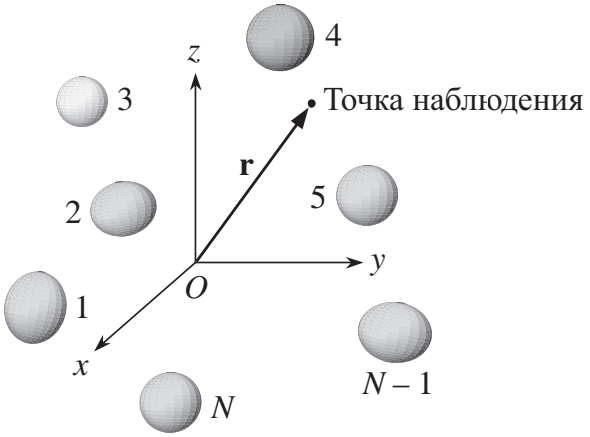

Рис. 1.1. Рассеивающий объект в виде группы из N дискретных частиц.

достаточно большим, чтобы можно было игнорировать атомную структуру частицы и характеризовать материал частицы макроскопическими оптическими постоянными. В терминах макроскопической электродинамики присутствие частицы означает, что показатель преломления внутри соответствующего конечного и замкнутого объема отличается от показателя преломления бесконечной окружающей среды.

2. Рассеивающий объект освещается:

(i) либо плоской электромагнитной волной, заданной формулой

$$\begin{cases} \mathbf{E}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0^{\mathrm{inc}} \exp(\mathrm{i}\mathbf{k}^{\mathrm{inc}} \cdot \mathbf{r} - \mathrm{i}\omega t), \\ \mathbf{H}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}_0^{\mathrm{inc}} \exp(\mathrm{i}\mathbf{k}^{\mathrm{inc}} \cdot \mathbf{r} - \mathrm{i}\omega t), \end{cases} \qquad \mathbf{r} \in \Re^3 \tag{1.1}$$

с постоянными амплитудами $\mathbf{E}_0^{\mathrm{inc}}$ и $\mathbf{H}_0^{\mathrm{inc}}$, где $\mathbf{E}$ – электрическое поле, $\mathbf{H}$ – магнитное поле, t – время, $\mathbf{r}$ – радиус-вектор точки наблюдения, ω – угловая частота, $\mathbf{k}^{\mathrm{inc}}$ – вещественный волновой вектор в окружающей среде, $\mathrm{i} = (-1)^{1/2}$ – мнимая единица, $\Re^3$ обозначает все трехмерное пространство;

(ii) либо квазимонохроматическим параллельным пучком света, описываемым формулой

$$\begin{cases} \mathbf{E}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0^{\mathrm{inc}}(t) \exp(\mathrm{i}\mathbf{k}^{\mathrm{inc}} \cdot \mathbf{r} - \mathrm{i}\omega t), \\ \mathbf{H}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}_0^{\mathrm{inc}}(t) \exp(\mathrm{i}\mathbf{k}^{\mathrm{inc}} \cdot \mathbf{r} - \mathrm{i}\omega t), \end{cases} \qquad \mathbf{r} \in \Re^3, \tag{1.2}$$

в которой временные флуктуации комплексных амплитуд электрического и магнитного полей $\mathbf{E}_0^{\mathrm{inc}}(t)$ и $\mathbf{H}_0^{\mathrm{inc}}(t)$ около соответствующих средних значений происходят значительно медленнее, чем гармонические осцилляции временнóго множителя $\exp(-\mathrm{i}\omega t)$.

Это ограничение явным образом исключает из рассмотрения другие виды освещения, такие как сфокусированный лазерный луч конечного поперечного сечения или импульсный лазерный луч.

3. Оптические постоянные как рассеивающего объекта, так и окружающей среды не зависят от электрического и магнитного полей, что исключает нелинейные оптические эффекты.

4. Электромагнитное рассеяние является упругим. Другими словами, рассеяние происходит без изменения частоты, так что рассеянный свет имеет ту же частоту, что и падающее излучение. Это ограничение исключает из рассмотрения явления неупругого рассеяния, такие как рамановское и бриллюэнов-

ское рассеяние или допплеровский частотный сдвиг, обусловленный движением объекта по отношению к источнику света.

5. Существенные изменения в морфологии рассеивающего объекта (например, изменения в положении и/или ориентации частиц по отношению к лабораторной системе координат) происходят на протяжении отрезков времени T значительно более длинных, чем период гармонических осцилляций электромагнитного поля: $T \gg 2\pi/\omega$.

6. Явлением теплового электромагнитного излучения можно пренебречь. Это предположение обычно допустимо для объектов, находящихся при комнатной или более низкой температуре.

1.2. Макроскопические уравнения Максвелла

Предположения, перечисленные в предыдущем разделе, означают, что зависимость всех полей и источников от времени является гармонической. Это позволяет описывать полное электромагнитное поле в произвольный момент времени как решение дифференциальных макроскопических уравнений Максвелла в так называемом монохроматическом представлении [94, 238, 255, 272]. Специфическая зависимость оптических постоянных от пространственных координат и соответствующие граничные условия в любой момент времени полностью определяются соответствующей мгновенной конфигурацией N частиц (см. рис. 1.1).

Для наших целей будет удобно использовать факторизованную форму выражений для электрического и магнитного полей с явно выделенной временной зависимостью: $\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \exp(-\mathrm{i}\omega t)\mathbf{E}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{H}(\mathbf{r},t) = \exp(-\mathrm{i}\omega t)\mathbf{H}(\mathbf{r})$. Тогда уравнения Максвелла в монохроматическом представлении приобретают вид

$$\left.\begin{aligned} \nabla\times\mathbf{E}(\mathbf{r}) &= \mathrm{i}\omega\mu_0\mathbf{H}(\mathbf{r}) \\ \nabla\times\mathbf{H}(\mathbf{r}) &= -\mathrm{i}\omega\epsilon_1\mathbf{E}(\mathbf{r}) \end{aligned}\right\} \qquad \mathbf{r}\in V_{\mathrm{EXT}}, \tag{1.3}$$

$$\left.\begin{aligned}\nabla\times\mathbf{E}(\mathbf{r}) &= \mathrm{i}\omega\mu_0\mathbf{H}(\mathbf{r})\\ \nabla\times\mathbf{H}(\mathbf{r}) &= -\mathrm{i}\omega\varepsilon_2(\mathbf{r},\omega)\mathbf{E}(\mathbf{r})\end{aligned}\right\}\qquad \mathbf{r}\in V_{\mathrm{INT}}, \tag{1.4}$$

где V_{INT} – суммарный «внутренний» объем рассеивающего объекта; V_{EXT} – бесконечный «внешний» объем, удовлетворяющий условию $V_{\mathrm{INT}}\cup V_{\mathrm{EXT}} = \Re^3$; μ_0 – магнитная проницаемость вакуума; ϵ_1 – вещественная диэлектрическая проницаемость окружающей среды; $\varepsilon_2(\mathbf{r},\omega)$ – комплексная диэлектрическая проницаемость рассеивающего объекта. Окружающая среда и рассеивающий объект предполагаются немагнитными. Поскольку первые равенства в уравнениях (1.3) и (1.4) дают магнитное поле при условии, что электрическое поле известно во всем пространстве, то решение этих уравнений обычно ищется в терминах только электрического поля.

Хотя амплитуды $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ не зависят от времени явно, они могут изменяться во времени вледствие временнóй изменчивости рассеивающего объекта, а также, если падающее излучение является квазимонохроматическим. Тем не менее, такие изменения амплитуд происходят значительно медленнее, чем гармонические осцилляции, описываемые множителем $\exp(-\mathrm{i}\omega t)$, что по-прежнему позволяет использовать монохроматические уравнения Максвелла.

Следует, конечно, учитывать, что макроскопическая электродинамика основана на игнорировании дискретной структуры материи, из которой состоит рассеивающий объект, и оперирует с непрерывными источниками полей. Поэтому теоретические предсказания, вытекающие из макроскопической электродинамики, могут оказаться неадекватными в тех случаях, когда квантовые эффекты играют существенную роль. Однако даже в таких случаях квантовая теория может быть зачастую использована для определения макроскопических электромагнитных свойств тел, состоящих из очень большого количества атомов [2]. Такой подход обычно применим к телам, превышающим в размере 50 Å [89], что объясняет очень широкий диапазон применимости макроскопической электродинамики. Таким образом, наше использование

макроскопической электродинамики как отправного пункта основано на том, что эта теория непосредственно выводится из более фундаментальных физических теорий вследствие однозначно сформулированных и четко прослеживаемых приближений. Другими словами, уравнения макроскопической электродинамики принимаются нами по существу как аксиомы, выполняемые в достаточно широком и хорошо изученном диапазоне конкретных ситуаций [238]. Как будет показано в дальнейшем, такой подход позволяет развить самодостаточную и самосогласованную теорию многократного рассеяния в случайных дискретных средах, в которой исключена необходимость привлечения феноменологических концепций и законов.

1.3. Электромагнитное рассеяние

До сих пор мы использовали термин «электромагнитное рассеяние», не давая ему конкретного определения. Наступило время заполнить этот пробел.

Фундаментальное решение уравнений Максвелла в виде гармонической плоской волны (1.1) описывает перенос электромагнитной энергии из одной точки в другую и воплощает в себе концепцию полностью монохроматического параллельного луча света. Плоская электромагнитная волна распространяется в бесконечной непоглощающей среде без какого-либо изменения в ее интенсивности или состоянии поляризации (см. рис. 1.2a). Однако присутствие конечного объекта приводит к модификации электромагнитного поля, которое в противном случае существовало бы в неограниченном однородном пространстве. Эта модификация и называется *электромагнитным рассеянием*.

Разность между полным полем в присутствии объекта, $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$, и полем, которое существовало бы при отсутствии объекта, $\mathbf{E}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r},t)$, можно рассматривать как поле, рассеянное объектом, $\mathbf{E}^{\mathrm{sca}}(\mathbf{r},t)$ (рис. 1.2b). Другими словами, полное поле в присутствии объекта представляется векторной суммой соответствующих начального (падающего, «incident») и рассеянного («scattered») полей:

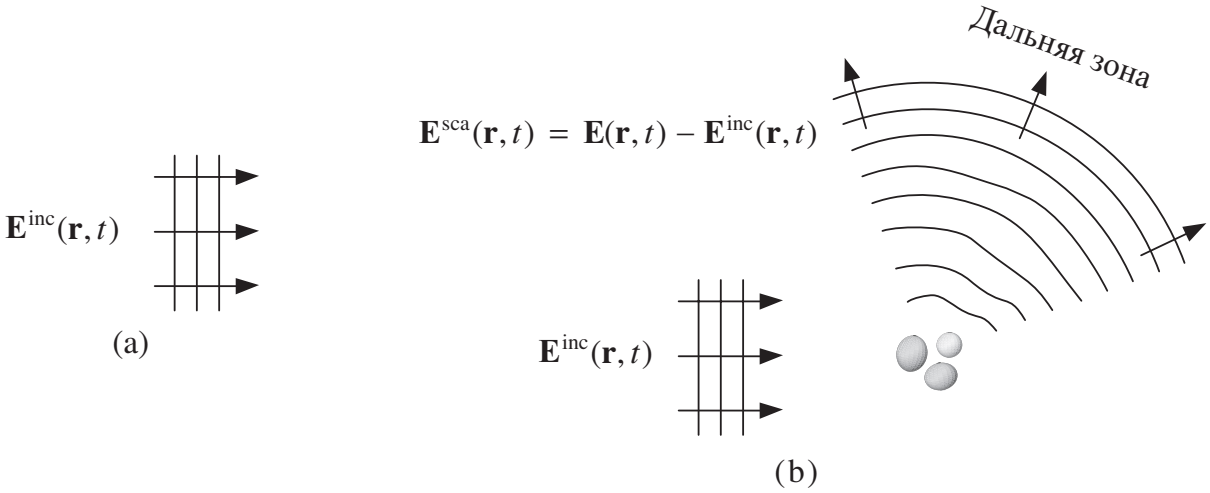

Рис. 1.2. Рассеяние конечным фиксированным объектом. В данном случае объект состоит из трех отдельных неподвижных частиц.

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r},t) + \mathbf{E}^{\mathrm{sca}}(\mathbf{r},t). \tag{1.5}$$

Важно отметить, что разделение полного поля на падающее и рассеянное в соответствии с (1.5) является чисто математической процедурой. Это означает, что классическое рассеяние в рамках монохроматического представления электродинамики есть не реальный физический процесс, а явление, состоящее в том, что полное поле в присутствии объекта отличается от полного поля при отсутствии объекта. Поэтому задача «описания электромагнитного рассеяния» сводится по существу к вычислению разности между полями, соответствующими двум различным ситуациям, как функции физических характеристик объекта [162, 194, 202].

Чтобы лучше оценить это фундаментальное обстоятельство, достаточно вспомнить, что плоская электромагнитная волна является стационарным решением уравнений Максвелла. Иными словами, предполагается, что она существовала всегда и, за исключением гармонического множителя $\exp(-\mathrm{i}\omega t)$, без каких-либо временных изменений. Решение монохроматических уравнений Максвелла в присутствии рассеивающего объекта также стационарно. Это означает, что рассеянное поле тоже стационарно, поскольку оно определено математически как разность двух стационарных полей. Поэтому рассеяние гармонической электромаг-

нитной волны не является ни дискретным событием, ни развивающимся во времени процессом. В частности, его нельзя описывать, например, следующим образом: луч света (или «сгусток электромагнитной энергии», или «фотон») сначала падает на частицу; затем претерпевает акт рассеяния на частице; и, наконец, улетает от частицы в «направлении рассеяния». К сожалению, такого рода «интерпретации» электромагнитного рассеяния можно часто встретить не только в учебниках, но и в специализированных монографиях.

Особенно наглядное описание электромагнитного рассеяния возможно с использованием так называемого объемного интегрального уравнения, которое непосредственно следует из монохроматических уравнений Максвелла и является строгим [240]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r}) + k_1^2 \int_{V_{\mathrm{INT}}} \mathrm{d}\mathbf{r}' \overleftrightarrow{G}(\mathbf{r},\mathbf{r}') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}') [m^2(\mathbf{r}') - 1]$$

$$= \mathbf{E}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r}) + k_1^2 \left(\overleftrightarrow{I} + \frac{1}{k_1^2} \nabla \otimes \nabla \right) \cdot \int_{V_{\mathrm{INT}}} \mathrm{d}\mathbf{r}' \, \mathbf{E}(\mathbf{r}') \frac{\exp(\mathrm{i}k_1 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} [m^2(\mathbf{r}') - 1],$$

$$\mathbf{r} \in \Re^3, \qquad (1.6)$$

где общий временно́й множитель $\exp(-\mathrm{i}\omega t)$ опущен, $m(\mathbf{r}') = [\varepsilon_2(\mathbf{r}', \omega)/\epsilon_1]^{1/2}$ – показатель преломления внутреннего объема по отношению к окружающей среде, $k_1 = |\mathbf{k}^{\mathrm{inc}}| = \omega(\epsilon_1 \mu_0)^{1/2}$ – волновое число в окружающей среде,

$$\overleftrightarrow{G}(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \left(\overleftrightarrow{I} + \frac{1}{k_1^2} \nabla \otimes \nabla \right) \frac{\exp(\mathrm{i}k_1 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \qquad (1.7)$$

– диадная (тензорная) функция Грина в свободном пространстве, $\overleftrightarrow{I}$ – единичный тензор второго порядка, $\otimes$ – символ диадного произведения двух векторов (см. Приложение А, в котором дана краткая сводка диадных определений и обозначений). Видно, что объемное интегральное уравнение выражает полное поле в любой точке пространства через внутреннее поле. При отсутствии рассеиваю-

щего объекта $m(\mathbf{r}') \equiv 1$, так что полное поле оказывается идентичным падающему полю. При наличии объекта полное поле содержит рассеянный компонент, который описывается вторым слагаемым в правой части (1.6). Поскольку внутреннее поле, в общем случае, неизвестно, то оно должно быть найдено из объемного интегрального уравнения аналитически или численно.

Из объемного интегрального уравнения следуют две фундаментальные характеристики электромагнитного рассеяния. Во-первых, явление электромагнитного рассеяния не ограничено частным случаем падающего поля в виде плоской волны. На самом деле оно относится к любому падающему полю в той мере, в которой последнее удовлетворяет уравнениям Максвелла, как, например, сферическая или цилиндрическая волна.

Во-вторых, независимо от морфологии рассеивающего объекта последний остается единым неделимым рассеивателем. Хотя человеческий глаз может классифицировать рассеивающий объект как «группу (или облако) отдельных частиц», падающее поле всегда воспринимает объект как единый рассеиватель в виде специфического пространственного распределения показателя преломления. Последнее обстоятельство становится особенно очевидным, если выразить рассеянное электрическое поле через падающее поле [14, 263]:

$$\mathbf{E}^{\mathrm{sca}}(\mathbf{r}) = \int_{V_{\mathrm{INT}}} \mathrm{d}\mathbf{r}' \overleftrightarrow{G}(\mathbf{r},\mathbf{r}') \cdot \int_{V_{\mathrm{INT}}} \mathrm{d}\mathbf{r}'' \overleftrightarrow{T}(\mathbf{r}',\mathbf{r}'') \cdot \mathbf{E}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r}''), \qquad \mathbf{r} \in \Re^3, \tag{1.8}$$

где $\overleftrightarrow{T}$ – так называемый диадный переходный оператор рассеивающего объекта.

Подставляя (1.8) в (1.6), мы получаем следующее интегральное уравнение для $\overleftrightarrow{T}$:

$$\overleftrightarrow{T}(\mathbf{r},\mathbf{r}') = k_1^2[m^2(\mathbf{r})-1]\,\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\overleftrightarrow{I}$$

$$+\, k_1^2[m^2(\mathbf{r})-1]\int_{V_{\mathrm{INT}}} \mathrm{d}\mathbf{r}'' \overleftrightarrow{G}(\mathbf{r},\mathbf{r}'') \cdot \overleftrightarrow{T}(\mathbf{r}'',\mathbf{r}'), \qquad \mathbf{r},\mathbf{r}' \in V_{\mathrm{INT}}, \tag{1.9}$$

где $\delta(\mathbf{r})$ – трехмерная дельта-функция. Уравнения такого типа встречаются в

квантовой теории рассеяния и называются уравнениями Липпмана–Швингера [217]. Основное преимущество уравнений (1.8) и (1.9) состоит в том, что $\overleftrightarrow{T}$ является свойством только рассеивающего объекта и не зависит от падающего поля. Более того, $\overleftrightarrow{T}$ дает полное описание электромагнитного рассеяния объектом для произвольного гармонического падающего поля. Как мы убедимся в следующей главе, концепция диадного переходного оператора играет ключевую роль в теории многократного рассеяния.

Как уже упоминалось, практическая применимость формализма монохроматических волн подразумевает стационарность электромагнитного поля на отрезках времени, значительно превосходящих по длительности период гармонических осцилляций. Поэтому этот формализм можно использовать также для описания рассеяния квазимонохроматического света (формула (1.2)), в частности, солнечного света.

Повсеместное присутствие электромагнитного рассеяния в естественных и искусственных условиях объясняет фундаментальную значимость этого физического явления при моделировании переноса электромагнитной энергии в различных научных и инженерных приложениях. Это в равной мере относится и к ситуациям, в которых электромагнитное рассеяние вызывается искусственно и используется для определения характеристик исследуемых объектов. Существует несколько точных теоретических и численных методов расчета поля, упруго рассеянного фиксированным объектом в виде единого геометрически связного тела или группы отдельных тел (частиц). Эти методы подробно рассматриваются в [21, 30, 57, 99, 191, 194, 279]. Каждый из них имеет определенные ограничения на морфологию объекта, его показатель преломления и/или его размер по отношению к длине волны. Ни один из этих методов, даже в комбинации с самыми быстродействующими компьютерами, не может быть использован для расчета полей, рассеянных большими многочастичными объектами, такими как атмосферные облака, порошкообразные поверхности и биологические взвеси. Последнее обстоятельство делает неизбежным использование надежных приближений,

которые выведены непосредственно из уравнений Максвелла, не требуют чрезмерных компьютерных ресурсов, и в то же время обеспечивают точность, достаточную для многих приложений. Одна из основных задач настоящей диссертации состоит в демонстрации того, что теории переноса излучения и слабой локализации являются как раз такими приближениями.

1.4. Рассеяние в дальней и ближней зонах

Фундаментальным свойством диадной функции Грина является следующее асимптотическое поведение на бесконечности:

$$\overleftrightarrow{G}(\mathbf{r},\mathbf{r}') \underset{r\to\infty}{\to} (\overleftrightarrow{I} - \hat{\mathbf{r}}\otimes\hat{\mathbf{r}})\frac{\exp(\mathrm{i}k_1 r)}{4\pi r}\exp(-\mathrm{i}k_1\hat{\mathbf{r}}\cdot\mathbf{r}'), \tag{1.10}$$

где $r = |\mathbf{r}|$, и $\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{r}/r$. Помещая начало лабораторной системы координат O вблизи геометрического центра рассеивающего объекта (рис. 1.3а) и подставляя (1.1) и (1.10) в (1.7), получаем [59, 194, 202]:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}^{\mathrm{sca}}(\mathbf{r}) &\underset{r\to\infty}{\to} \frac{\exp(\mathrm{i}k_1 r)}{r}\mathbf{E}_1^{\mathrm{sca}}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}) \\ &= \frac{\exp(\mathrm{i}k_1 r)}{r}\overleftrightarrow{A}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}},\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}})\cdot\mathbf{E}_0^{\mathrm{inc}}, \qquad \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}\cdot\mathbf{E}_1^{\mathrm{sca}}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}) = 0.\end{aligned} \tag{1.11}$$

Здесь $\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}} = \mathbf{k}^{\mathrm{inc}}/k_1$ – единичный вектор в направлении падения, $\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}} = \hat{\mathbf{r}}$ – единичный вектор в направлении рассеяния, $\overleftrightarrow{A}$ – так называемый тензор рассеяния, такой что $\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}\cdot\overleftrightarrow{A}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}},\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}) = \overleftrightarrow{A}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}},\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}})\cdot\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}} = \mathbf{0}$, где $\mathbf{0}$ – нулевой вектор. Окончательное выражение для тензора рассеяния в терминах диадного переходного оператора имеет следующий вид [202]:

$$\begin{aligned}\overleftrightarrow{A}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}},\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}) = \frac{1}{4\pi}(\overleftrightarrow{I} - \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}\otimes\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}})\cdot\int_{V_{\mathrm{INT}}}\mathrm{d}\mathbf{r}'\exp(-\mathrm{i}k_1\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}\cdot\mathbf{r}') \\ \times\int_{V_{\mathrm{INT}}}\mathrm{d}\mathbf{r}''\overleftrightarrow{T}(\mathbf{r}',\mathbf{r}'')\exp(\mathrm{i}k_1\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}\cdot\mathbf{r}'')\cdot(\overleftrightarrow{I} - \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}\otimes\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}).\end{aligned} \tag{1.12}$$

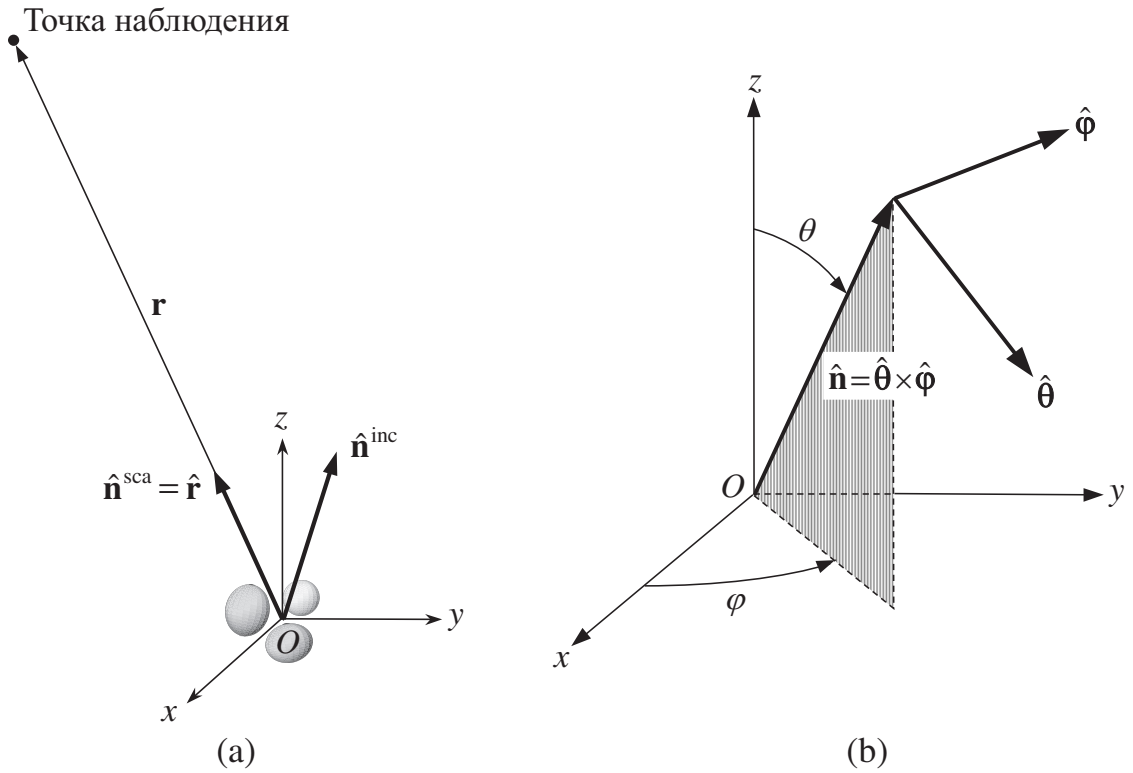

Рис. 1.3. (a) Рассеяние в дальней зоне всего объекта. (b) Правосторонняя сферическая система координат.

Тензор рассеяния имеет размерность длины и описывает рассеяние плоской электромагнитной волны в так называемой *дальней зоне* объекта. Как следует из (1.11), распространение рассеянной электромагнитной волны происходит в направлении от объекта. Более того, электрический и магнитный векторы колеблются в плоскости, перпендикулярной направлению распространения, а их амплитуды убывают обратно пропорционально расстоянию от начала координат.

Основное удобство приближения дальней зоны состоит в том, что весь объект можно рассматривать, по сути, как точечный источник рассеянного излучения, тогда как рассеянное поле превращается в простую расходящуюся сферическую волну (рис. 1.2b). Более того, (1.12) показывает, что только четыре из девяти компонентов тензора рассеяния являются независимыми в сферической системе координат с началом в точке O (рис. 1.3a). Поэтому удобно ввести так называемую амплитудную матрицу рассеяния $\mathbf{S}$ размерности 2×2, которая описывает преобразование θ- и φ-компонентов падающей плоской волны в θ- и

φ-компоненты рассеянной сферической волны:

$$\mathbf{E}^{\mathrm{sca}}(r\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}) = \frac{\exp(\mathrm{i}k_1 r)}{r}\mathbf{S}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}, \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}})\mathbf{E}_0^{\mathrm{inc}}, \tag{1.13}$$

где $\mathbf{E}$ обозначает двухэлементную колонку, состоящую из θ- и φ-компонентов электрического вектора:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_\theta \\ E_\varphi \end{bmatrix}, \tag{1.14}$$

$\theta \in [0, \pi]$ – полярный (зенитный) угол, отсчитываемый от положительного направления оси z, $\varphi \in [0, 2\pi)$ – азимутальный угол, отсчитываемый от положительного направления оси x по часовой стрелке, если смотреть в положительном направлении оси z (рис. 1.3b). Амплитудная матрица рассеяния имеет размерность длины и зависит от направлений падения и рассеяния, а также от размера, морфологии и состава рассеивающего объекта и его ориентации по отношению к лабораторной системе координат. Она также зависит от выбора начала координат по отношению к объекту. Знание амплитудной матрицы рассеяния позволяет определить рассеянное и, следовательно, полное поле и таким образом детально описать рассеяние в дальней зоне.

Важными свойствами тензора рассеяния и амплитудной матрицы рассеяния являются так называемые соотношения взаимности [239]

$$\overleftrightarrow{A}(-\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}, -\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}) = [\overleftrightarrow{A}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}, \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}})]^{\mathrm{T}}, \tag{1.15}$$

$$\mathbf{S}(-\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}, -\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}) = \begin{bmatrix} S_{11}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}, \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}) & -S_{21}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}, \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}) \\ -S_{12}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}, \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}) & S_{22}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}, \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}) \end{bmatrix} \tag{1.16}$$

и теорема обратного рассеяния [273]

$$S_{21}(-\hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{n}}) = -S_{12}(-\hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{n}}). \tag{1.17}$$

Очевидная интерпретация соотношения взаимности (1.15) состоит в том, что

если источник света и рассеивающий объект меняются местами (см. рис. 1.4), то новый тензор рассеяния получается транспонированием исходного тензора рассеяния.

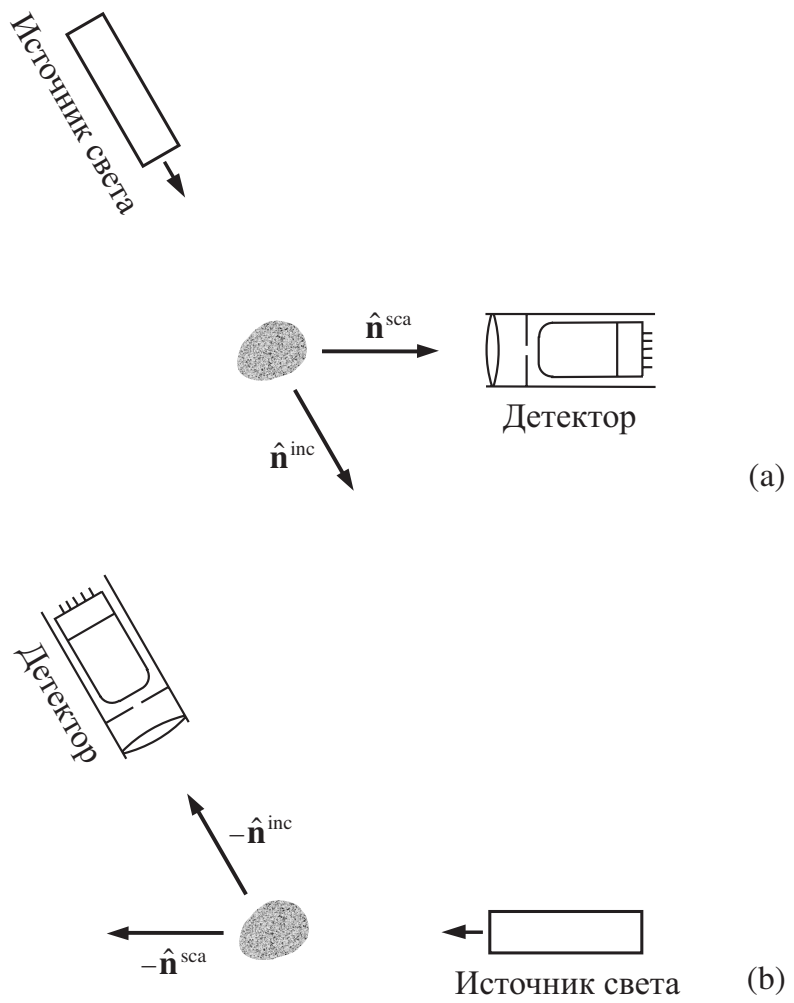

Рис. 1.4. (a) Исходная геометрия рассеяния. (b) Взаимная геометрия рассеяния.

Детальные условия применимости приближения дальней зоны были выведены в [155]:

$$k_1(r-a) \gg 1, \tag{1.18}$$

$$r \gg a, \tag{1.19}$$

$$r \gg \frac{k_1 a^2}{2}, \tag{1.20}$$

где a – радиус наименьшей описанной сферы всего рассеивающего объекта с центром в начале координат. Физический смысл этих условий оказывается весьма прозрачным. Действительно, объемное интегральное уравнение (1.6) показывает, что полное рассеянное поле является суперпозицией частичных полей, создаваемых индивидуальными элементарными (дифференциальными) объемами объекта. Неравенство (1.18) означает, что расстояние от любой точки внутри объекта до точки наблюдения должно быть намного бóльшим, чем длина волны света $\lambda_1 = 2\pi/k_1$. Это приводит к тому, что частичное поле, создаваемое любым элементарным объемом, превращается в расходящуюся сферическую волну (см. рис. 1.5). Неравенство (1.19) требует, чтобы точка наблюдения была удалена от начала координат на расстояние, значительно превосходящее размер объекта. В

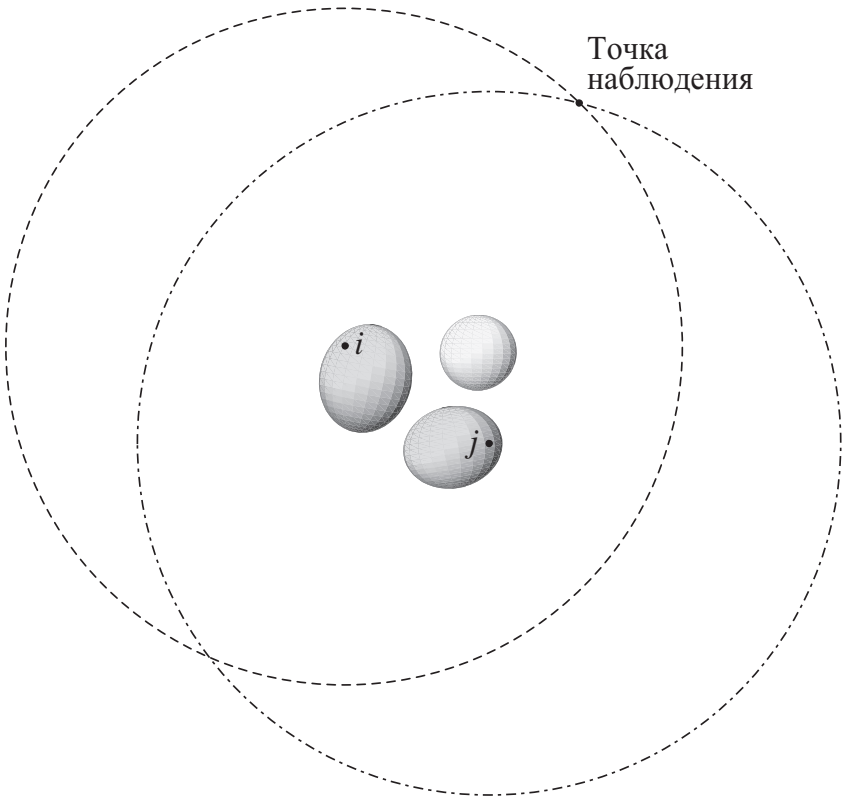

Рис. 1.5. Частичные сферические волны, создаваемые элементарными объемами с центрами в точках i (штриховая кривая) и j (штрих-пунктирная кривая) в точке наблюдения, удовлетворяющей условию (1.18).

результате, когда частичные сферические волны прибывают в точку наблюдения, они распространяются примерно в одном и том же направлении и одинаково ослабляются за счет множителя «1/расстояние» (см. рис. 1.6). Выполнение неравенства (1.20) приводит к тому, что поверхности постоянной фазы частичных волн локально совпадают в точке наблюдения и формируют единую расходящуюся сферическую волну (см. рис. 1.6).

Условия (1.18)–(1.20) часто выполняются для достаточно малых ($k_1 a \lesssim$

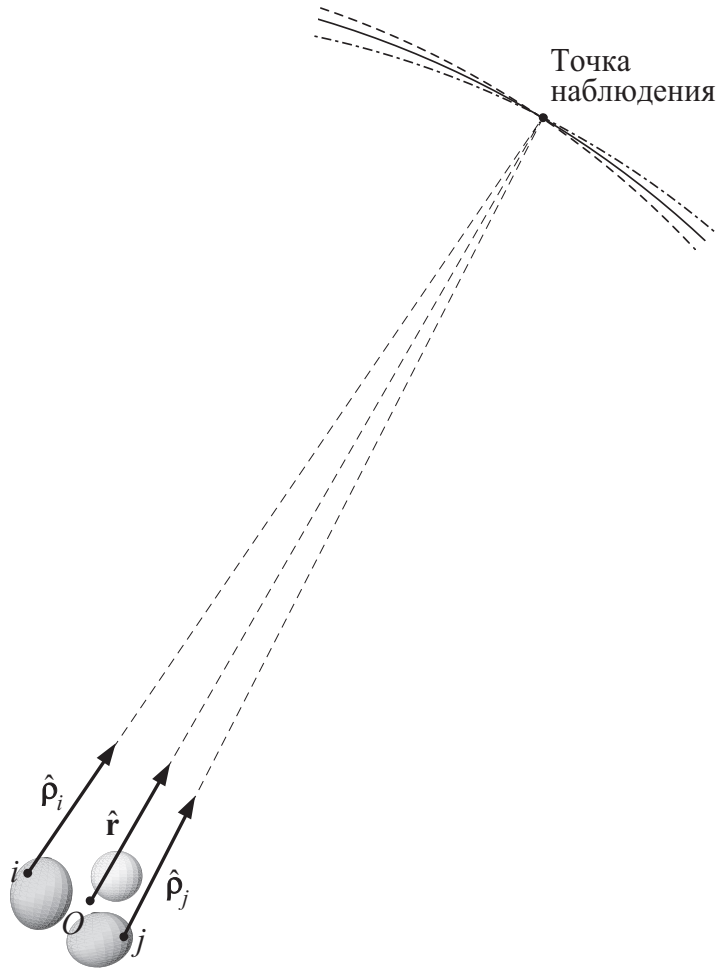

Рис. 1.6. Частичные сферические волновые фронты, создаваемые элементарными объемами с центрами в точках i (штриховая кривая) и j (штрих-пунктирная кривая) практически совпадают в дальней точке наблюдения и становятся почти неотличимыми от единого сферического волнового фронта с центром в начале координат. Соответствующие направления распространения $\hat{\boldsymbol{\rho}}_i$, $\hat{\boldsymbol{\rho}}_j$ и $\hat{\mathbf{r}}$ также практически совпадают.

10^4) морфологически простых объектов, для которых, к тому же, обычно бывает возможным решить уравнения Максвелла с помощью одного из точных или приближенных методов. Этим объясняется широкое использование концепции амплитудной матрицы рассеяния как одночастичной электромагнитной характеристики.

Однако во многих случаях условия (1.18)–(1.20) грубо нарушаются. Типичным примером является дистанционное зондирование водных облаков в земной атмосфере с помощью приемников электромагнитного излучения, установленных на самолетах или искусственных спутниках. Такие детекторы обычно реагируют на излучение, приходящее от небольшой части облака, и не воспринимают все облако как единый точечный рассеиватель (детектор 1 на рис. 1.7). Более того, концепция дальней зоны теряет всякий смысл, если детектор находится внутри облака (детектор 2 на рис. 1.7). Таким образом ясно, что для

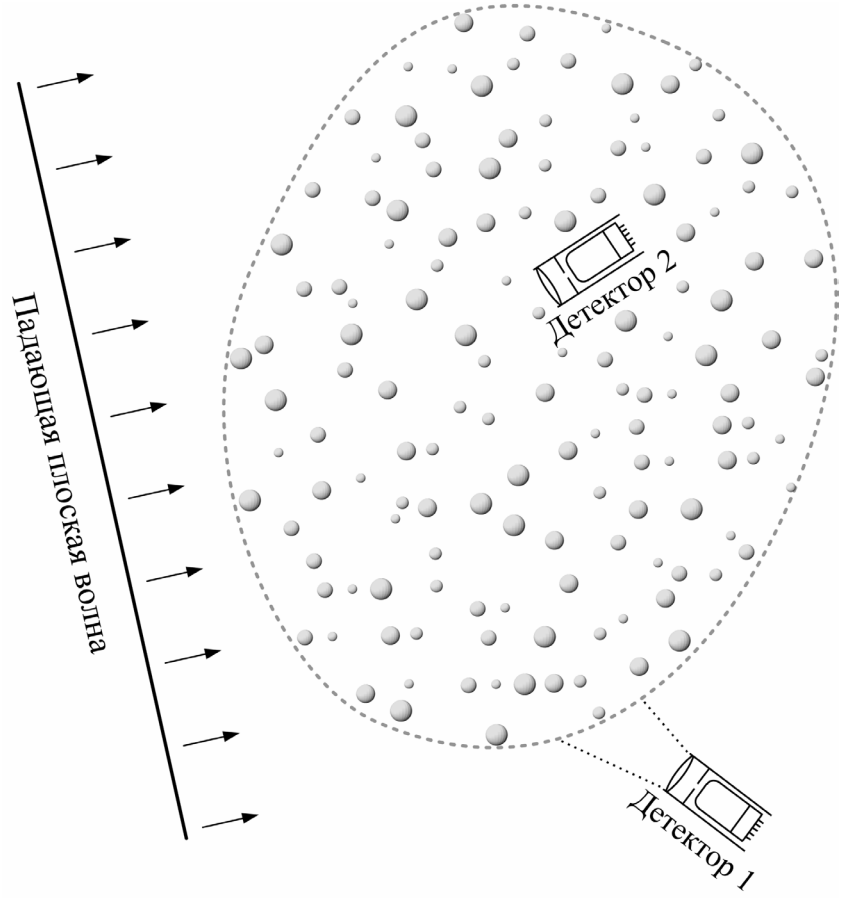

Рис. 1.7. Рассеяние в ближней зоне облака частиц.

теоретического моделирования показаний таких детекторов необходимо использовать иные характеристики рассеяния, чем тензор рассеяния и амплитудная матрица рассеяния.

1.5. Реально наблюдаемые оптические величины

Вследствие чрезвычайно высокой частоты гармонических осцилляций традиционные оптические инструменты не в состоянии измерять электрические и магнитные поля, связанные с падающей и рассеянной волнами. Действительно, из формулы

$$\frac{1}{T}\int_{t}^{t+T} \mathrm{d}t' \exp(-\mathrm{i}\omega t') \underset{T \gg 2\pi/\omega}{=} 0 \tag{1.21}$$

следует, что накопление и усреднение сигнала, пропорционального электрическому или магнитному полю, за отрезок времени T, существенно превышающий период осцилляций, дало бы нулевой остаточный результат. Поэтому оптические инструменты обычно измеряют величины, имеющие размерность потока энергии и определенные таким образом, что гармонический множитель $\exp(-\mathrm{i}\omega t)$ исчезает в результате умножения на свое комплексное сопряжение: $\exp(-\mathrm{i}\omega t) \times[\exp(-\mathrm{i}\omega t)]^{*} \equiv 1$. Это означает, что применимость теории к анализу реальных оптических наблюдений определяется адекватностью описания электромагнитного рассеяния в терминах производных величин, которые можно непосредственно измерять. Это обстоятельство объясняет, почему в дисциплине рассеяния света исключительная роль принадлежит концепции *оптической величины которую можно реально измерить*, или *оптической наблюдаемой* (дословный перевод давно устоявшегося английского темина *optical observable*).

Хотя величину и направление потока электромагнитной энергии в любой точке пространства всегда можно описать в терминах вектора Пойнтинга [94], последний не содержит информации о поляризационном состоянии падающего и

рассеянного полей. Традиционный подход к разрешению этой проблемы принадлежит Стоксу [254], который предложил использовать четыре вещественные величины I, Q, U и V, имеющие размерность монохроматического потока энергии (Вт м$^{-2}$) и полностью характеризующие *поперечную* электромагнитную волну постольку, поскольку последняя подвергается практическому оптическому анализу. Эти величины, называемые параметрами Стокса, формируют четырехэлементный столбец, называемый вектором Стокса $\mathbf{I}$, и содержат информацию как о полной интенсивности волны (I), так и о состоянии ее поляризации (Q, U, V). Эллипсометрическая интерпретация параметров Стокса детально обсуждается в [194, 202].

В случае рассеяния в дальней зоне, как падающая плоская волна, так и рассеянная сферическая волна являются поперечными. Это позволяет определить соответствующие наборы параметров Стокса и векторы Стокса:

$$\mathbf{I}^{\mathrm{inc}} = \begin{bmatrix} I^{\mathrm{inc}} \\ Q^{\mathrm{inc}} \\ U^{\mathrm{inc}} \\ V^{\mathrm{inc}} \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_0}} \begin{bmatrix} E_{0\theta}^{\mathrm{inc}}(E_{0\theta}^{\mathrm{inc}})^* + E_{0\varphi}^{\mathrm{inc}}(E_{0\varphi}^{\mathrm{inc}})^* \\ E_{0\theta}^{\mathrm{inc}}(E_{0\theta}^{\mathrm{inc}})^* - E_{0\varphi}^{\mathrm{inc}}(E_{0\varphi}^{\mathrm{inc}})^* \\ -E_{0\theta}^{\mathrm{inc}}(E_{0\varphi}^{\mathrm{inc}})^* - E_{0\varphi}^{\mathrm{inc}}(E_{0\theta}^{\mathrm{inc}})^* \\ \mathrm{i}[E_{0\varphi}^{\mathrm{inc}}(E_{0\theta}^{\mathrm{inc}})^* - E_{0\theta}^{\mathrm{inc}}(E_{0\varphi}^{\mathrm{inc}})^*] \end{bmatrix}, \tag{1.22}$$

$$\mathbf{I}^{\mathrm{sca}}(r\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}) = \begin{bmatrix} I^{\mathrm{sca}} \\ Q^{\mathrm{sca}} \\ U^{\mathrm{sca}} \\ V^{\mathrm{sca}} \end{bmatrix} = \frac{1}{r^2}\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_0}} \begin{bmatrix} E_{1\theta}^{\mathrm{sca}}(E_{1\theta}^{\mathrm{sca}})^* + E_{1\varphi}^{\mathrm{sca}}(E_{1\varphi}^{\mathrm{sca}})^* \\ E_{1\theta}^{\mathrm{sca}}(E_{1\theta}^{\mathrm{sca}})^* - E_{1\varphi}^{\mathrm{sca}}(E_{1\varphi}^{\mathrm{sca}})^* \\ -E_{1\theta}^{\mathrm{sca}}(E_{1\varphi}^{\mathrm{sca}})^* - E_{1\varphi}^{\mathrm{sca}}(E_{1\theta}^{\mathrm{sca}})^* \\ \mathrm{i}[E_{1\varphi}^{\mathrm{sca}}(E_{1\theta}^{\mathrm{sca}})^* - E_{1\theta}^{\mathrm{sca}}(E_{1\varphi}^{\mathrm{sca}})^*] \end{bmatrix}. \tag{1.23}$$

Благодаря этому, показание коллимированного детектора поляризованного света, находящегося в дальней зоне, можно описывать в терминах так называемых фазовой матрицы и матрицы экстинкции, имеющих размерность 4×4.

А именно, детектор 2 на рис. 1.8 реагирует только на рассеянный свет, а его поляризационный отсчет полностью характеризуется произведением фазовой матрицы $\mathbf{Z}$ и вектора Стокса падающей волны:

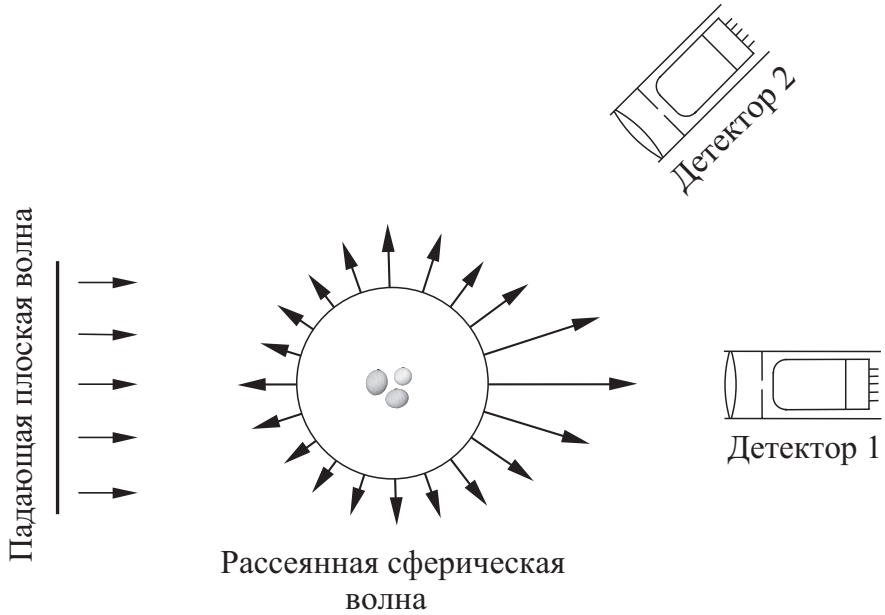

Рис. 1.8. К определению матрицы экстинкции и фазовой матрицы.

$$\textbf{Сигнал 2} = \Delta S\,\mathbf{I}^{\mathrm{sca}}(r\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}) = \frac{\Delta S}{r^2}\mathbf{Z}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}, \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}})\mathbf{I}^{\mathrm{inc}}, \qquad \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}} \neq \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}, \tag{1.24}$$

где ΔS – площадь чувствительной поверхности детектора. Таким образом, можно сказать, что фазовая матрица реализует трансформацию параметров Стокса падающей плоской волны в параметры Стокса рассеянной сферической волны. Элементы фазовой матрицы имеют размерность площади и являются квадратичными комбинациями элементов амплитудной матрицы рассеяния $\mathbf{S}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}, \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}})$ [194]:

$$Z_{11} = \tfrac{1}{2}(|S_{11}|^2 + |S_{12}|^2 + |S_{21}|^2 + |S_{22}|^2), \tag{1.25}$$

$$Z_{12} = \tfrac{1}{2}(|S_{11}|^2 - |S_{12}|^2 + |S_{21}|^2 - |S_{22}|^2), \tag{1.26}$$

$$Z_{13} = -\mathrm{Re}(S_{11}S_{12}^* + S_{22}S_{21}^*), \tag{1.27}$$

$$Z_{14} = -\mathrm{Im}(S_{11}S_{12}^* - S_{22}S_{21}^*), \tag{1.28}$$

$$Z_{21} = \tfrac{1}{2}(|S_{11}|^2 + |S_{12}|^2 - |S_{21}|^2 - |S_{22}|^2), \tag{1.29}$$

$$Z_{22} = \tfrac{1}{2}(|S_{11}|^2 - |S_{12}|^2 - |S_{21}|^2 + |S_{22}|^2), \tag{1.30}$$

$$Z_{23} = -\mathrm{Re}(S_{11}S_{12}^* - S_{22}S_{21}^*), \tag{1.31}$$

$$Z_{24} = -\mathrm{Im}(S_{11}S_{12}^{*} + S_{22}S_{21}^{*}), \tag{1.32}$$

$$Z_{31} = -\mathrm{Re}(S_{11}S_{21}^{*} + S_{22}S_{12}^{*}), \tag{1.33}$$

$$Z_{32} = -\mathrm{Re}(S_{11}S_{21}^{*} - S_{22}S_{12}^{*}), \tag{1.34}$$

$$Z_{33} = \mathrm{Re}(S_{11}S_{22}^{*} + S_{12}S_{21}^{*}), \tag{1.35}$$

$$Z_{34} = \mathrm{Im}(S_{11}S_{22}^{*} + S_{21}S_{12}^{*}), \tag{1.36}$$

$$Z_{41} = -\mathrm{Im}(S_{21}S_{11}^{*} + S_{22}S_{12}^{*}), \tag{1.37}$$

$$Z_{42} = -\mathrm{Im}(S_{21}S_{11}^{*} - S_{22}S_{12}^{*}), \tag{1.38}$$

$$Z_{43} = \mathrm{Im}(S_{22}S_{11}^{*} - S_{12}S_{21}^{*}), \tag{1.39}$$

$$Z_{44} = \mathrm{Re}(S_{22}S_{11}^{*} - S_{12}S_{21}^{*}). \tag{1.40}$$

В отличие от детектора 2, детектор 1 направлен навстречу падающему свету, и его поляризационный отсчет состоит из:

- компонента, обусловленного падающим светом;
- компонента, обусловленного рассеянием света прямо вперед;
- компонента, обусловленного интерференцией падающей волны с волной, рассеянной в направлении прямо вперед:

$$\textbf{Сигнал 1} = \int_{\Delta S} \mathrm{d}S\,\mathbf{I}(r\hat{\mathbf{r}})$$

$$= \Delta S\,\mathbf{I}^{\mathrm{inc}} + \frac{\Delta S}{r^{2}}\mathbf{Z}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}, \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}})\mathbf{I}^{\mathrm{inc}} - \mathbf{K}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}})\mathbf{I}^{\mathrm{inc}} \tag{1.41}$$

$$= \Delta S\,\mathbf{I}^{\mathrm{inc}} + \boldsymbol{O}(r^{-2}) - \mathbf{K}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}})\mathbf{I}^{\mathrm{inc}}, \tag{1.42}$$

где $\boldsymbol{O}(r^{-2})$ – матрица размерности 4×4 с элементами, убывающими на бесконечности как r^{-2} [194]. Третий компонент, с точностью до знака, представляет собой произведение матрицы экстинкции $\mathbf{K}$ и вектора Стокса падающей волны. Элементы матрицы экстинкции имеют размерность площади и являются линейными комбинациями элементов амплитудной матрицы рассеяния в направлении прямо вперед, т. е., $\mathbf{S}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}, \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}})$ [194]:

$$K_{jj} = \frac{2\pi}{k_1}\,\mathrm{Im}(S_{11} + S_{22}), \qquad j = 1, \ldots, 4, \tag{1.43}$$

$$K_{12} = K_{21} = \frac{2\pi}{k_1}\,\mathrm{Im}(S_{11} - S_{22}), \tag{1.44}$$

$$K_{13} = K_{31} = -\frac{2\pi}{k_1}\,\mathrm{Im}(S_{12} + S_{21}), \tag{1.45}$$

$$K_{14} = K_{41} = \frac{2\pi}{k_1}\,\mathrm{Re}(S_{21} - S_{12}), \tag{1.46}$$

$$K_{23} = -K_{32} = \frac{2\pi}{k_1}\,\mathrm{Im}(S_{21} - S_{12}), \tag{1.47}$$

$$K_{24} = -K_{42} = -\frac{2\pi}{k_1}\,\mathrm{Re}(S_{12} + S_{21}), \tag{1.48}$$

$$K_{34} = -K_{43} = \frac{2\pi}{k_1}\,\mathrm{Re}(S_{22} - S_{11}). \tag{1.49}$$

Формулы (1.41) и (1.42) представляют собой общую форму так называемой оптической теоремы, согласно которой интерференция падающей и рассеянной волн является существенной только в направлении прямо вперед. К такому же выводу можно прийти, рассматривая пространственное распределение плотности электромагнитной энергии [156, 202]. Интересно, однако, что падающая и рассеянная волны интерферируют и в направлении точно назад, образуя стоячую волну [156, 202]. Стоячие волны не переносят энергию на расстояния, превышающие длину волны света, и в этом отношении представляют ограниченный интерес. Тем не менее, любопытным следствием обратной интерференции является дополнительное поглощение энергии вдоль прямой линии, соединяющей источник излучения и объект, в том случае, когда окружающая среда имеет отличную от нуля мнимую часть показателя преломления [160].

Ситуация, изображенная на рис. 1.8, является во многих отношениях воплощением концепции рассеяния света. Действительно, она наглядно демонстрирует, что при отсутствии объекта детектор 2 не регистрирует никакого сигнала, тогда как сигнал, регистрируемый детектором 1, пропорционален векто-

ру Стокса падающего излучения. В присутствии объекта отсчеты обоих детекторов изменяются. Отсчет детектора 2 теперь пропорционален вектору Стокса рассеянного излучения, тогда как поляризационный отсчет детектора 1 модифицируется двояким образом. Во-первых, полная регистрируемая интенсивность ослабляется в результате рассеяния падающего света объектом во всех направлениях и, возможно, трансформации электромагнитной энергии в другие виды энергии (например, в тепловую) внутри объекта. Во-вторых, коэффициенты ослабления для четырех параметров Стокса, регистрируемых детектором, могут быть разными. Этот эффект типичен для объектов, лишенных сферической симметрии, и называется дихроизмом [59, 194]. Таким образом, теоретическое описание электромагнитного рассеяния сводится, по сути, к предсказанию разницы между отсчетами детекторов 1 и 2, снятыми при наличии объекта и при его отсутствии. Для этого достаточно знать фазовую матрицу и матрицу экстинкции. Последние зависят от таких характеристик объекта как размер, показатель преломления и ориентация и могут быть легко найдены из формул (1.25)–(1.40) и (1.43)–(1.49), если амплитудная матрица рассеяния известна.

Ближнее поле не является, в общем случае, поперечной электромагнитной волной. Поэтому, чтобы теоретически описать поляризационные отсчеты «ближних» детекторов, показанных на рис. 1.7, необходимо ввести иные величины, чем параметры Стокса, фазовая матрица и матрица экстинкции. Тем не менее, реальные наблюдаемые должны быть определены таким образом, чтобы их можно было измерять при помощи оптических инструментов, регистрирующих, в конечном итоге, поток электромагнитной энергии. Мы увидим в последующих главах, как это осуществляется в рамках микрофизических теорий переноса и слабой локализации.

Легко показать, что (1.16) приводит к следующим соотношениям взаимности для фазовой матрицы [274] и матрицы экстинкции [194]:

$$\mathbf{Z}(-\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}, -\hat{\mathbf{n}}^{\text{sca}}) = \mathbf{\Delta}_3[\mathbf{Z}(\hat{\mathbf{n}}^{\text{sca}}, \hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}})]^{\text{T}}\mathbf{\Delta}_3, \tag{1.50}$$

$$\mathbf{K}(-\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) = \mathbf{\Delta}_3[\mathbf{K}(\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}})]^{\text{T}}\mathbf{\Delta}_3, \tag{1.51}$$

где

$$\mathbf{\Delta}_3 = \text{diag}[1, 1, -1, 1]. \tag{1.52}$$

Для рассеяния в обратном направлении (1.17) дает [194]

$$Z_{11}(-\hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{n}}) - Z_{22}(-\hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{n}}) + Z_{33}(-\hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{n}}) - Z_{44}(-\hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{n}}) = 0. \tag{1.53}$$

Нетрудно также вывести следующее свойство симметрии матрицы экстинкции [194]:

$$\mathbf{K}(-\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) = \begin{bmatrix} K_{11}(\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) & K_{12}(\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) & -K_{13}(\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) & K_{14}(\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) \\ K_{21}(\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) & K_{22}(\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) & K_{23}(\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) & -K_{24}(\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) \\ -K_{31}(\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) & K_{32}(\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) & K_{33}(\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) & K_{34}(\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) \\ K_{41}(\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) & -K_{42}(\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) & K_{43}(\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) & K_{44}(\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) \end{bmatrix}. \tag{1.54}$$

1.6. Оптические сечения и радиационное давление

Знание полного поля в дальней зоне позволяет также найти такие важные оптические характеристики рассеивающего объекта, как полные сечения рассеяния, поглощения и экстинкции. Эти величины вводятся следующим образом. Произведение сечения рассеяния C_{sca} на падающий монохроматический поток энергии дает полную мощность, изымаемую объектом из падающего поля за счет рассеяния электромагнитной энергии во всех направлениях. Аналогично, произведение сечения поглощения C_{abs} на падающий монохроматический поток энергии дает полную мощность, изымаемую объектом из падающего поля за счет поглощения энергии внутри объекта. Понятно, что поглощенная энергия не исчезает бесследно, а превращается в другие формы энергии. Наконец, сечение экстинкции C_{ext} является суммой сечений рассеяния и поглощения, а его

произведение на падающий монохроматический поток энергии дает полную мощность, изымаемую объектом из падающего поля за счет суммарного эффекта рассеяния и поглощения.

Выражения для оптических сечений можно получить, окружив объект воображаемой сферой S с радиусом r достаточно большим, чтобы удовлетворить условиям (1.18)–(1.20). Поскольку окружающая среда предполагается непоглощающей, то полный поток энергии, втекающей в воображаемую сферу, всегда неотрицателен и равен мощности энергии, поглощаемой объектом:

$$W^{\mathrm{abs}} = -\oint_S \mathrm{d}S \langle \boldsymbol{\mathcal{S}}(\mathbf{r},t)\rangle_t \cdot \hat{\mathbf{r}} = -r^2 \int_{4\pi} \mathrm{d}\hat{\mathbf{r}} \langle \boldsymbol{\mathcal{S}}(\mathbf{r},t)\rangle_t \cdot \hat{\mathbf{r}}, \tag{1.55}$$

где

$$\langle \boldsymbol{\mathcal{S}}(\mathbf{r},t)\rangle_t = \tfrac{1}{2}\mathrm{Re}\{\mathbf{E}(\mathbf{r})\times[\mathbf{H}(\mathbf{r})]^*\} = \langle \boldsymbol{\mathcal{S}}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r},t)\rangle_t + \langle \boldsymbol{\mathcal{S}}^{\mathrm{sca}}(\mathbf{r},t)\rangle_t + \langle \boldsymbol{\mathcal{S}}^{\mathrm{ext}}(\mathbf{r},t)\rangle_t$$

– вектор Пойнтинга, усредненный по времени, $\hat{\mathbf{r}}$ – единичный вектор в направлении внешний нормали к поверхности S, $\mathrm{d}\hat{\mathbf{r}}$ – элементарный телесный угол вокруг направления $\hat{\mathbf{r}}$,

$$\langle \boldsymbol{\mathcal{S}}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r},t)\rangle_t = \tfrac{1}{2}\mathrm{Re}\{\mathbf{E}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r})\times[\mathbf{H}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r})]^*\},$$

$$\langle \boldsymbol{\mathcal{S}}^{\mathrm{sca}}(\mathbf{r},t)\rangle_t = \tfrac{1}{2}\mathrm{Re}\{\mathbf{E}^{\mathrm{sca}}(\mathbf{r})\times[\mathbf{H}^{\mathrm{sca}}(\mathbf{r})]^*\},$$

$$\langle \boldsymbol{\mathcal{S}}^{\mathrm{ext}}(\mathbf{r},t)\rangle_t = \tfrac{1}{2}\mathrm{Re}\{\mathbf{E}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r})\times[\mathbf{H}^{\mathrm{sca}}(\mathbf{r})]^* + \mathbf{E}^{\mathrm{sca}}(\mathbf{r})\times[\mathbf{H}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r})]^*\}.$$

W^{abs} можно записать как сумму вкладов за счет падающего излучения, эффекта рассеяния и эффекта экстинкции:

$$W^{\mathrm{abs}} = W^{\mathrm{inc}} - W^{\mathrm{sca}} + W^{\mathrm{ext}}, \tag{1.56}$$

где

$$W^{\mathrm{inc}} = -r^2 \int_{4\pi} \mathrm{d}\hat{\mathbf{r}} \langle \boldsymbol{\mathcal{S}}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r},t)\rangle_t \cdot \hat{\mathbf{r}}, \tag{1.57}$$

$$W^{\mathrm{sca}} = r^2 \int_{4\pi} \mathrm{d}\hat{\mathbf{r}} \langle \mathcal{S}^{\mathrm{sca}}(\mathbf{r}, t) \rangle_t \cdot \hat{\mathbf{r}}, \tag{1.58}$$

$$W^{\mathrm{ext}} = -r^2 \int_{4\pi} \mathrm{d}\hat{\mathbf{r}} \langle \mathcal{S}^{\mathrm{ext}}(\mathbf{r}, t) \rangle_t \cdot \hat{\mathbf{r}}. \tag{1.59}$$

W^{inc} исчезает, поскольку окружающая среда не поглощает энергию и $\langle \mathcal{S}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r}, t) \rangle_t$ является постоянным вектором, не зависящим от $\mathbf{r}$, тогда как W^{sca} описывает полный поток рассеянной энергии, вытекающей из сферы. Таким образом,

$$W^{\mathrm{ext}} = W^{\mathrm{sca}} + W^{\mathrm{abs}}. \tag{1.60}$$

В результате простых, но довольно громоздких преобразований с использованием формул (1.55)–(1.60) можно получить следующие общие выражения [194]:

$$C_{\mathrm{ext}} = \frac{W^{\mathrm{ext}}}{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_0}}\,|\mathbf{E}_0^{\mathrm{inc}}|^2} = \frac{4\pi}{k_1 |\mathbf{E}_0^{\mathrm{inc}}|^2} \operatorname{Im}[\mathbf{E}_1^{\mathrm{sca}}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}) \cdot (\mathbf{E}_0^{\mathrm{inc}})^*], \tag{1.61}$$

$$C_{\mathrm{sca}} = \frac{W^{\mathrm{sca}}}{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_0}}\,|\mathbf{E}_0^{\mathrm{inc}}|^2} = \frac{1}{|\mathbf{E}_0^{\mathrm{inc}}|^2} \int_{4\pi} \mathrm{d}\hat{\mathbf{r}} |\mathbf{E}_1^{\mathrm{sca}}(\hat{\mathbf{r}})|^2. \tag{1.62}$$

Эти формулы можно также переписать в терминах матрицы экстинкции и фазовой матрицы:

$$C_{\mathrm{ext}} = \frac{1}{I^{\mathrm{inc}}} [K_{11}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}) I^{\mathrm{inc}} + K_{12}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}) Q^{\mathrm{inc}} + K_{13}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}) U^{\mathrm{inc}} + K_{14}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}) V^{\mathrm{inc}}], \tag{1.63}$$

$$\begin{aligned} C_{\mathrm{sca}} &= \frac{r^2}{I^{\mathrm{inc}}} \int_{4\pi} \mathrm{d}\hat{\mathbf{r}} I^{\mathrm{sca}}(r\hat{\mathbf{r}}) \\ &= \frac{1}{I^{\mathrm{inc}}} \int_{4\pi} \mathrm{d}\hat{\mathbf{r}} [Z_{11}(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}) I^{\mathrm{inc}} + Z_{12}(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}) Q^{\mathrm{inc}} \\ &\qquad + Z_{13}(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}) U^{\mathrm{inc}} + Z_{14}(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}) V^{\mathrm{inc}}]. \end{aligned} \tag{1.64}$$

Сечение поглощения дается разностью сечений экстинкции и рассеяния:

$$C_{\mathrm{abs}} = C_{\mathrm{ext}} - C_{\mathrm{sca}} \geq 0. \tag{1.65}$$

Так называемое альбедо однократного рассеяния определяется как отношение сечений рассеяния и экстинкции:

$$\varpi = \frac{C_{\text{sca}}}{C_{\text{ext}}} \leq 1. \tag{1.66}$$

Очевидно, что $\varpi = 1$ для непоглощающего объекта.

Все оптические сечения являются вещественными и неотрицательными величинами и имеют размерность площади. Они зависят от направления, поляризации и длины волны падающего излучения, а также от размера, морфологии, показателя преломления и ориентации рассеивающего объекта.

Важным оптическим эффектом, не относящимся непосредственно к основной теме этой диссертации, но представляющим существенный интерес для астрофизики космической пыли [279], является радиационное давление. Формула, описывающая силу радиационного давления на сферически симметричную частицу, была известна со времен знаменитой статьи Дебая [52]. Однако строгий вывод формулы, которая применима к любому несферическому объекту, находящемуся в произвольной ориентации, был опубликован лишь недавно [151]:

$$\mathbf{F} = \frac{2\pi\epsilon_1}{k_1}\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}\,\text{Im}[\mathbf{E}_1^{\text{sca}}(\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}})\cdot\mathbf{E}_0^{\text{inc}*}] - \frac{\epsilon_1}{2}\int_{4\pi}\text{d}\hat{\mathbf{r}}\,\hat{\mathbf{r}}\,|\mathbf{E}_1^{\text{sca}}(\hat{\mathbf{r}})|^2$$

или, в терминах фазовой матрицы и сечения экстинкции,

$$\mathbf{F} = \frac{1}{c}\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}C_{\text{ext}}I^{\text{inc}} - \frac{1}{c}\int_{4\pi}\text{d}\hat{\mathbf{r}}\,\hat{\mathbf{r}}[Z_{11}(\hat{\mathbf{r}},\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}})I^{\text{inc}} + Z_{12}(\hat{\mathbf{r}},\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}})Q^{\text{inc}}$$
$$+ Z_{13}(\hat{\mathbf{r}},\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}})U^{\text{inc}} + Z_{14}(\hat{\mathbf{r}},\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}})V^{\text{inc}}],$$

где $c = 1\big/\sqrt{\epsilon_1\mu_0}$ – скорость света в окружающей среде. Видно, что в общем случае **F** зависит от состояния поляризации падающего излучения. В той же работе диссертанта содержится первое теоретическое предсказание радиационного давления за счет теплового излучения электромагнитной энергии ориенти-

рованным несферическим телом.

1.7. Правило масштабной инвариантности

Фундаментальным свойством электромагнитного рассеяния является так называемое правило масштабной инвариантности (также известное под названием принципа электромагнитного подобия). Общий вывод этого правила для произвольного рассеивающего объекта был впервые дан в недавней работе диссертанта [157] и основывается на введении следующих безразмерных величин:

$$\breve{\mathbf{r}} = k_1\mathbf{r}, \tag{1.67}$$

$$\breve{\overleftrightarrow{G}}(\breve{\mathbf{r}},\breve{\mathbf{r}}') = (\overleftrightarrow{I} + \breve{\nabla}\otimes\breve{\nabla})\frac{\exp(\mathrm{i}|\breve{\mathbf{r}}-\breve{\mathbf{r}}'|)}{4\pi|\breve{\mathbf{r}}-\breve{\mathbf{r}}'|}, \tag{1.68}$$

$$\breve{\nabla} = \frac{1}{k_1}\nabla, \tag{1.69}$$

$$\breve{\overleftrightarrow{T}}(\breve{\mathbf{r}},\breve{\mathbf{r}}') = \frac{1}{k_1^5}\overleftrightarrow{T}(\mathbf{r},\mathbf{r}'), \tag{1.70}$$

$$\breve{m}(\breve{\mathbf{r}}) = m(\mathbf{r}). \tag{1.71}$$

Используя (1.67)–(1.71), уравнение Липпмана–Швингера (1.9) можно переписать для безразмерного диадного оператора перехода следующим образом:

$$\breve{\overleftrightarrow{T}}(\breve{\mathbf{r}},\breve{\mathbf{r}}') = [\breve{m}^2(\breve{\mathbf{r}})-1]\,\delta(\breve{\mathbf{r}}-\breve{\mathbf{r}}')\overleftrightarrow{I} + [\breve{m}^2(\breve{\mathbf{r}})-1]\int_{\breve{V}_{\mathrm{INT}}}\mathrm{d}\breve{\mathbf{r}}''\,\breve{\overleftrightarrow{G}}(\breve{\mathbf{r}},\breve{\mathbf{r}}'')\cdot\breve{\overleftrightarrow{T}}(\breve{\mathbf{r}}'',\breve{\mathbf{r}}'),$$

$$\breve{\mathbf{r}},\breve{\mathbf{r}}' \in \breve{V}_{\mathrm{INT}}, \tag{1.72}$$

где мы учли, что $\delta(\mathbf{r}) = b^3\delta(b\mathbf{r})$ для любого b, а «безразмерный объем» $\breve{V}_{\mathrm{INT}} = k_1^3 V_{\mathrm{INT}}$ получен из реального объема V_{INT} посредством масштабирования последнего коэффициентом k_1. Решение (1.72) методом итераций показывает, что безразмерный диадный оператор перехода зависит от безразмерного объема объекта, а не от его реального объема и волнового числа по отдельности.

На следующем этапе вводится безразмерный тензор рассеяния:

$$\breve{\overleftrightarrow{A}}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}, \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}) = k_1 \overleftrightarrow{A}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}, \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}).$$

Тогда (1.12) принимает следующий вид:

$$\breve{\overleftrightarrow{A}}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}, \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}) = \frac{1}{4\pi}(\overleftrightarrow{I} - \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}} \otimes \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}) \cdot \int_{\breve{V}_{\mathrm{INT}}} \mathrm{d}\breve{\mathbf{r}}' \exp(-\mathrm{i}\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}} \cdot \breve{\mathbf{r}}')$$
$$\times \int_{\breve{V}_{\mathrm{INT}}} \mathrm{d}\breve{\mathbf{r}}'' \breve{\overleftrightarrow{T}}(\breve{\mathbf{r}}', \breve{\mathbf{r}}'') \exp(\mathrm{i}\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}} \cdot \breve{\mathbf{r}}'') \cdot (\overleftrightarrow{I} - \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}} \otimes \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}).$$

Из этого опять следует, что безразмерный тензор рассеяния зависит от безразмерного объема объекта, а не от его реального объема и волнового числа по отдельности. Очевидно, что тем же свойством обладает и безразмерная амплитудная матрица рассеяния, определяемая как $\breve{\mathbf{S}}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}, \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}) = k_1 \mathbf{S}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}, \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}})$.

Правило масштабной инвариантности является непосредственным следствием этих результатов и гласит следующее: если умножить все линейные размеры рассеивающего объекта на постоянный множитель f (не изменяя, таким образом, ни форму, ни морфологию объекта, ни его ориентацию по отношению к лабораторной системе координат) и умножить волновое число k_1 на $1/f$, то безразмерный тензор рассеяния и безразмерная амплитудная матрица рассеяния не изменяются. Другими словами, безразмерный тензор рассеяния и безразмерная амплитудная матрица рассеяния инвариантны по отношению к одновременному умножению всех линейных размеров объекта и длины волны света λ_1 на одинаковый множитель f (рис. 1.9). Нетрудно показать, что правило масштабной инвариантности применимо к любой безразмерной характеристике рассеяния, например, к факторам эффективности, определенным как отношения соответствующих оптических сечений к площади поперечного сечения объекта.

Правило масштабной инвариантности оказывается исключительно полезным на практике, поскольку оно делает один расчет или одно измерение рассеяния применимым ко всем парам {размер, длина волны} с одинаковым отноше-

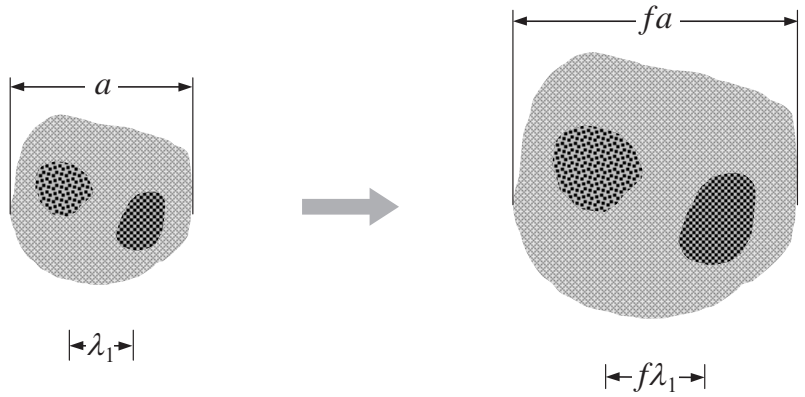

Рис. 1.9. Правило масштабной инвариантности.

нием размера к длине волны (разумеется, при условии, что показатель преломления не меняется с длиной волны). В частности, правило масштабной инвариантности служит теоретическим базисом так называемого микроволнового аналогового метода, имеющего целью лабораторное определение рассеивающих свойств микронных объектов в видимом спектральном диапазоне. Этот метод основан на измерении рассеяния микроволнового излучения сантиметровыми объектами, допускающими простое изготовление, с последующей экстраполяцией на видимую область спектра путем использования того же отношения размера объекта к длине волны [76].

1.8. Рассеяние объектом, находящимся в поглощающей среде

Как уже указывалось, стандартное предположение в теории электромагнитного рассеяния состоит в том, что окружающая среда является непоглощающей. Однако во многих случаях это предположение неприменимо. Характерным примером является рассеяние света морскими гидрозолями в красной и ближней инфракрасной областях спектра, в которых поглощение света водой становится весьма ощутимым [22]. Поэтому представляется важным проанализировать, каким образом поглощение в окружающей среде влияет на основные результаты теории электромагнитного рассеяния [35, 49, 277, 285].

Такой общий анализ был недавно проделан в работе диссертанта [160].

Ключевым фактором этого анализа является то обстоятельство, что физически приемлемое решение скалярного уравнения Гельмгольца $(\nabla^2 + k_1^2)g(\mathbf{r},\mathbf{r}') = -\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$ с комплексным волновым числом $k_1 = k_1' + \mathrm{i}k_1''$ имеет точно такую же математическую форму, как и решение в случае вещественного волнового числа [238]:

$$g(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \frac{\exp(\mathrm{i}k_1|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}.$$

Вследствие этого, вид уравнений (1.6)–(1.9) остается неизменным, хотя поглощение в среде влияет на само решение этих уравнений через модифицированный относительный показатель преломления и ненулевую мнимую часть волнового числа. Определения тензора рассеяния и амплитудной матрицы рассеяния также остаются математически неизменными, хотя численные значения этих величин могут меняться в зависимости от величины поглощения в окружающей среде.

Существенные изменения в самих формулах начинаются на этапе описания реальных измерений. Например, формулы (1.24) и (1.41) приобретают интуитивно ожидаемый вид

$$\textbf{Сигнал 2} = \Delta S\,\mathbf{I}^{\mathrm{sca}}(r\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}) = \Delta S\frac{\exp(-2k_1''r)}{r^2}\mathbf{Z}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}},\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}})\mathbf{I}^{\mathrm{inc}},$$

$$\textbf{Сигнал 1} = \Delta S\exp(-2k_1''r)\mathbf{I}^{\mathrm{inc}} + \Delta S\frac{\exp(-2k_1''r)}{r^2}\mathbf{Z}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}},\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}})\mathbf{I}^{\mathrm{inc}}$$
$$- \exp(-2k_1''r)\mathbf{K}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}})\mathbf{I}^{\mathrm{inc}},$$

где $\mathbf{I}^{\mathrm{inc}}$ – вектор Стокса падающего излучения в начале координат, таким образом, явно учитывая экспоненциальное ослабление света по мере прохождения через поглощающую среду. Формулы для элементов фазовой матрицы остаются прежними, тогда как формулы для элементов матрицы экстинкции отличаются от (1.43)–(1.49) заменой k_1 на k_1'. Хотя сечение экстинкции все еще можно определить в соответствии с формулой (1.63), концепция сечения рассеяния

теряет всякий смысл.

1.9. Основные результаты

Основной целью этой главы было дать четкую постановку и максимально общий анализ задачи электромагнитного рассеяния произвольным макроскопическим объектом и наметить пути ее решения в последующих главах. Хотя глава носит вводный характер и содержит ряд известных фактов и выводов, несколько фундаментальных результатов являются оригинальными. К наиболее существенным из них относятся следующие:

1. Вывод условий применимости приближения дальней зоны и анализ их физического смысла [155].
2. Общий анализ оптической теоремы и эффекта интерференции падающей и рассеянной волн в направлении точно назад [160, 202].
3. Строгий вывод формулы для силы радиационного давления на произвольное несферическое тело, находящееся в произвольной ориентации, и теоретическое предсказание радиационного давления за счет теплового излучения электромагнитной энергии ориентированным несферическим телом [151].
4. Общий вывод и анализ правила масштабной инвариантности [157].
5. Разработка общей теории электромагнитного рассеяния объектом, погруженным в поглощающую среду [160].

Вышеизложенный теоретический формализм основан на расчете электромагнитного поля путем явного решения монохроматических уравнений Максвелла и, таким образом, подразумевает стационарность рассеивающего объекта. Поскольку подавляющее большинство реальных рассеивателей меняются во времени, в следующей главе мы обсудим, как можно распространить этот формализм на нестационарные, морфологически сложные объекты в виде случайных больших групп частиц.

ГЛАВА 2

МНОГОКРАТНОЕ РАССЕЯНИЕ И ЭРГОДИЧНОСТЬ

Формализм, изложенный в первой главе, является общим, и применим как к рассеивающему объекту в виде единого геометрически связного тела, так и к объекту, состоящему из нескольких отдельных тел. Более того, многие существующие методы решения уравнений Максвелла также применимы к объектам с произвольной морфологией. Эти методы основаны на рассмотрении объекта как единого рассеивателя и дают полное рассеянное поле в любой точке пространства.

Однако, если рассеивающий объект представляет собой группу из нескольких частиц, как, например, облако водных капель, то зачастую оказывается удобным представить полное рассеянное поле в виде векторной суперпозиции полей, рассеянных отдельными частицами, и ввести, тем самым, концепцию многократного рассеяния. Это можно сделать в рамках формализма уравнений Фолди–Лакса, что и будет основной темой данной главы. Мы также обсудим фундаментальное понятие эргодичности случайного ансамбля частиц и проиллюстрируем его на примере приближения однократного рассеяния. Это позволит нам ввести ряд характеристик светорассеяния, играющих важную роль в теориях переноса излучения и слабой локализации.

2.1. Уравнения Фолди–Лакса

Рассмотрим фиксированную группу, состоящую из N частиц (см. рис. 1.1), и запишем полное электрическое поле в точке $\mathbf{r}$ в следующем виде:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r}) + \sum_{i=1}^{N} \mathbf{E}_i^{\mathrm{sca}}(\mathbf{r}), \qquad \mathbf{r} \in \Re^3, \tag{2.1}$$

где $\mathbf{E}_i^{\mathrm{sca}}(\mathbf{r})$ – частичное поле, рассеянное i-й частицей. Частичные рассеянные

поля можно найти, решив векторные так называемые уравнения Фолди–Лакса, которые следуют непосредственно из объемного интегрального уравнения (1.6) и являются точными [14, 30, 202, 263]. А именно, i-е частичное рассеянное поле дается формулой

$$\mathbf{E}_i^{\mathrm{sca}}(\mathbf{r}) = \int_{V_i} \mathrm{d}\mathbf{r}' \overleftrightarrow{G}(\mathbf{r},\mathbf{r}') \cdot \int_{V_i} \mathrm{d}\mathbf{r}'' \overleftrightarrow{T}_i(\mathbf{r}',\mathbf{r}'') \cdot \mathbf{E}_i(\mathbf{r}''), \tag{2.2}$$

в которой V_i – объем, занятый i-й частицей, а $\mathbf{E}_i$ – электрическое поле, «возбуждающее» i-ю частицу. N тензоров $\overleftrightarrow{T}_i$ можно найти, решая последовательно следующее уравнение Липпмана–Швингера:

$$\overleftrightarrow{T}_i(\mathbf{r},\mathbf{r}') = k_1^2[m_i^2(\mathbf{r})-1]\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\overleftrightarrow{I} + k_1^2[m_i^2(\mathbf{r})-1]\int_{V_i} \mathrm{d}\mathbf{r}'' \overleftrightarrow{G}(\mathbf{r},\mathbf{r}'') \cdot \overleftrightarrow{T}_i(\mathbf{r}'',\mathbf{r}'),$$
$$\mathbf{r},\mathbf{r}' \in V_i. \tag{2.3}$$

Сравнение (2.3) с (1.9) показывает, что $\overleftrightarrow{T}_i$ для каждого i является по сути диадным оператором перехода i-й частицы по отношению к фиксированной лабораторной системе координат, определенным при отсутствии всех других частиц. Таким образом, N диадных операторов перехода являются совершенно независимыми. Однако «возбуждающие» поля $\mathbf{E}_i$ зависят друг от друга и должны быть найдены из следующей системы N зацепляющихся линейных интегральных уравнений:

$$\mathbf{E}_i(\mathbf{r}) = \mathbf{E}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r}) + \sum_{j(\neq i)=1}^{N} \int_{V_j} \mathrm{d}\mathbf{r}' \overleftrightarrow{G}(\mathbf{r},\mathbf{r}') \cdot \int_{V_j} \mathrm{d}\mathbf{r}'' \overleftrightarrow{T}_j(\mathbf{r}',\mathbf{r}'') \cdot \mathbf{E}_j(\mathbf{r}''),$$
$$\mathbf{r} \in V_i, \quad i = 1, ..., N. \tag{2.4}$$

Вообще говоря, уравнения Фолди–Лакса (2.1)–(2.4) эквивалентны уравнениям (1.6)–(1.9). Однако, тот факт, что $\overleftrightarrow{T}_i$ для каждого i является индивидуальным свойством i-й частицы, определенным как если бы эта частица была в одиночестве, позволяет ввести понятие многократного рассеяния. Это будет сделано

в следующем разделе.

2.2. Что такое многократное рассеяние?

Перепишем уравнения Фолди–Лакса в следующей компактной операторной форме:

$$E = E^{\text{inc}} + \sum_{i=1}^{N} \hat{G}\hat{T}_i E_i, \tag{2.5}$$

$$E_i = E^{\text{inc}} + \sum_{j(\neq i)=1}^{N} \hat{G}\hat{T}_j E_j, \tag{2.6}$$

где

$$\hat{G}\hat{T}_j E_j = \int_{V_j} \mathrm{d}\mathbf{r}' \overleftrightarrow{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \int_{V_j} \mathrm{d}\mathbf{r}'' \overleftrightarrow{T}_j(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') \cdot \mathbf{E}_j(\mathbf{r}''). \tag{2.7}$$

Итерируя (2.5), получаем:

$$E_i = E^{\text{inc}} + \sum_{j(\neq i)=1}^{N} \hat{G}\hat{T}_j E^{\text{inc}} + \sum_{\substack{j(\neq i)=1 \\ l(\neq j)=1}}^{N} \hat{G}\hat{T}_j \hat{G}\hat{T}_l E^{\text{inc}} + \sum_{\substack{j(\neq i)=1 \\ l(\neq j)=1 \\ m(\neq l)=1}}^{N} \hat{G}\hat{T}_j \hat{G}\hat{T}_l \hat{G}\hat{T}_m E^{\text{inc}} + \cdots, \tag{2.8}$$

тогда как подстановка (2.8) в (2.6) дает выражение, которое можно интерпретировать как разложение полного рассеянного поля по кратностям рассеяния [162]:

$$E = E^{\text{inc}} + E^{\text{sca}}, \tag{2.9}$$

$$E^{\text{sca}} = \sum_{i=1}^{N} \hat{G}\hat{T}_i E^{\text{inc}} + \sum_{\substack{i=1 \\ j(\neq i)=1}}^{N} \hat{G}\hat{T}_i \hat{G}\hat{T}_j E^{\text{inc}} + \sum_{\substack{i=1 \\ j(\neq i)=1 \\ l(\neq j)=1}}^{N} \hat{G}\hat{T}_i \hat{G}\hat{T}_j \hat{G}\hat{T}_l E^{\text{inc}} + \cdots. \tag{2.10}$$

Действительно, диадные операторы перехода независимы друг от друга и каждый из них может быть интерпретирован как индивидуальный и полный электромагнитный идентификатор соответствующей частицы. Поэтому $\hat{G}\hat{T}_i E^{\text{inc}}$ можно

рассматривать как частичное рассеянное поле, создаваемое i-й частицей в ответ на возбуждение только со стороны падающего поля, $\hat{G}\hat{T}_i\hat{G}\hat{T}_j E^{\text{inc}}$ – как частичное поле, создаваемое той же частицей в ответ на возбуждение со стороны j-й частицы, которая, в свою очередь, реагирует на возбуждение со стороны падающего поля, и т. д. Таким образом, первый член в правой части (2.10) можно интерпретировать как сумму всех однократно рассеянных частичных полей, второй член описывает суммарный вклад всех частичных полей, рассеянных дважды, и т. д. Первый член в правой части (2.9) представляет нерассеянное, т. е. падающее поле. Только что описанная интерпретация (2.9) и (2.10) в терминах порядков рассеяния пояснена графически на рис. 2.1.

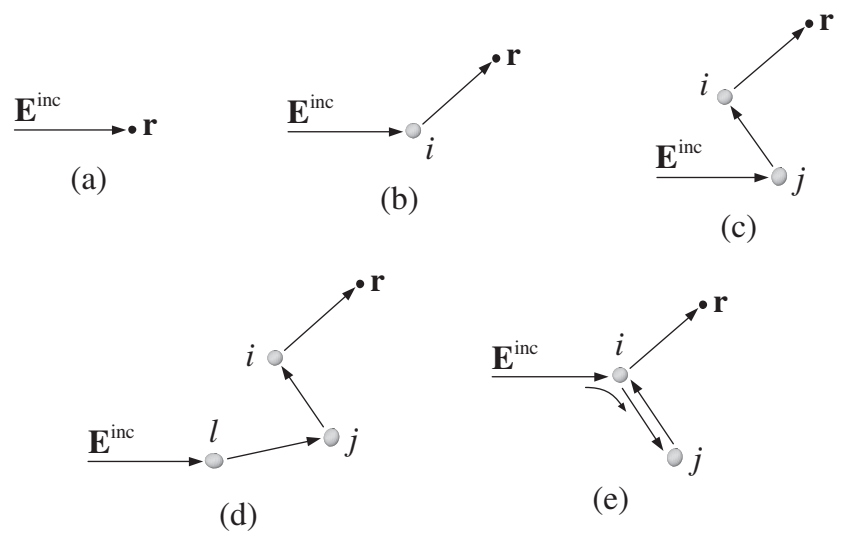

Рис. 2.1. (a) Нерассеянное (падающее) поле. (b) Однократное рассеяние. (c) Двукратное рассеяние. (d), (e) Трехкратное рассеяние.

Мы вскоре убедимся, что формулы (2.9) и (2.10) являются очень плодотворным способом записи исходных уравнений Фолди–Лакса, и что использование терминологии многократного рассеяния является удобным и компактным способом иллюстрации различных следствий уравнений Фолди–Лакса. Важно, однако, понимать, что помимо своей полезности как средства интерпретации и иллюстрации концепция многократного рассеяния не соответствует

реальному физическому процессу в рамках монохроматического представления электродинамики. Например, слагаемое $\hat{G}\hat{T}_i\hat{G}\hat{T}_j\hat{G}\hat{T}_l E^{\text{inc}}$ в правой части (2.10) не может быть интерпретировано как описывающее следующую последовательность событий: падающий луч света (или «сгусток электромагнитной энергии», или «фотон») сначала подлетает к l-й частице; затем претерпевает акт рассеяния на l-й частице в направлении j-й частицы; затем подлетает к j-й частице; затем претерпевает акт рассеяния на j-й частице в направлении i-й частицы; затем подлетает к i-й частице; затем претерпевает акт рассеяния на i-й частице в направлении точки наблюдения; и, наконец, прибывает в точку наблюдения. Действительно, как следует из (2.4), все взаимные электромагнитные возбуждения одной частицы другой происходят одновременно и не являются дискретными и упорядоченными событиями. Чисто математический характер интерпретации уравнения (2.10) в терминах многократного рассеяния становится особенно очевидным, если принять во внимание, что это уравнение является общим и применимо не только к группе отдельных частиц, но и к единому геометрически связному телу, мысленно разбитому на N произвольных непересекающихся частей V_i.

Удобно представлять разложение полного электрического поля по кратностям рассеяния (2.9)–(2.10) при помощи диаграмм. На рис. 2.2 стрелка обозначает падающее поле, символ —● обозначает «умножение» электрического поля на тензор $\hat{G}\hat{T}$ в соответствии с (2.7), а штриховая линия означает, что оба

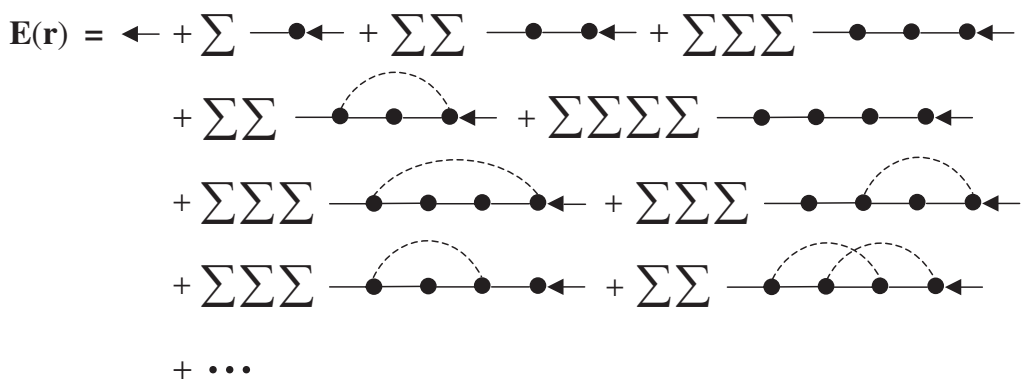

Рис. 2.2. Диаграммное представление формул (2.9) и (2.10).

центра рассеяния являются одной и той же частицей. Пять первых слагаемых в правой части диаграммной формулы на рис. 2.2 описывают, соответственно, суммарные вклады пяти сценариев, показанных на рис. 2.1.

2.3. Уравнения Фолди–Лакса для разреженных дисперсных сред

Мы уже видели в главе 1, что вследствие (1.8) и (1.10) поведение рассеянного поля существенно упрощается в дальней зоне рассеивающего объекта. Поскольку структура уравнений (2.2) и (2.4) подобна структуре уравнения (1.8), то можно ожидать аналогичного упрощения уравнений Фолди–Лакса, если сделать следующие предположения:

- N частиц, входящих в группу, расположены настолько далеко друг от друга, что каждая частица находится в дальних зонах всех остальных частиц;
- точка наблюдения также находится в дальних зонах всех частиц, образующих группу.

Действительно, вклад j-й частицы в поле, возбуждающее i-ю частицу в уравнении (2.4) теперь может быть представлен расходящейся сферической волной с центром внутри j-й частицы. Радиус кривизны этой частичной волны вблизи i-й частицы значительно превышает размер i-й частицы, так что волну можно считать *локально* плоской. Рассеяние этой частичной волны можно, таким образом, описывать в терминах соответствующего тензора рассеяния $\overleftrightarrow{A}_i$ согласно формуле (1.11). В результате система интегральных уравнений Фолди–Лакса превращается в систему линейных алгебраических уравнений [14, 30, 202].

Действительно, предполагая, что падающее поле является плоской электромагнитной волной, распространяющейся в направлении $\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}$, мы имеем для полного поля в точке $\mathbf{r}$, расположенной в дальних зонах всех частиц:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r}) + \sum_{i=1}^{N} G(r_i)\overleftrightarrow{A}_i(\hat{\mathbf{r}}_i, \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}) \cdot \mathbf{E}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{R}_i) + \sum_{i=1}^{N} G(r_i) \sum_{j(\neq i)=1}^{N} \overleftrightarrow{A}_i(\hat{\mathbf{r}}_i, \hat{\mathbf{R}}_{ij}) \cdot \mathbf{E}_{ij}, \tag{2.11}$$

где $G(r) = \exp(\mathrm{i}k_1 r)/r$, r_i – расстояние между центром i-й частицы и точкой наблюдения, $\hat{\mathbf{r}}_i$ – единичный вектор, направленный от центра i-й частицы к точке наблюдения, $\mathbf{R}_i$ – радиус-вектор центра i-й частицы, $\hat{\mathbf{R}}_{ij}$ – единичный вектор, направленный от центра j-й частицы к центру i-й частицы (рис. 2.3). Уравнение

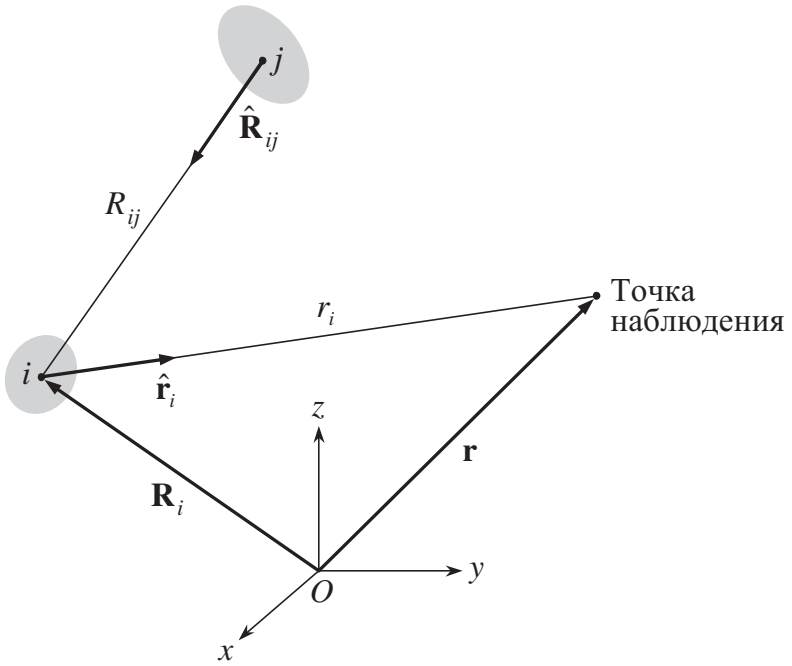

Рис. 2.3. Рассеяние i-й частицей в ответ на возбуждение j-й частицей.

(2.11) показывает, что полное поле в произвольной точке, расположенной достаточно далеко от любой частицы, является суперпозицией падающей плоской волны и N расходящихся сферических волн, созданных N частицами. Амплитуды возбуждения одной частицы другой $\mathbf{E}_{ij}$ находятся из следующей системы $N(N-1)$ линейных алгебраических уравнений:

$$\mathbf{E}_{ij} = G(R_{ij})\overleftrightarrow{A}_j(\hat{\mathbf{R}}_{ij}, \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}) \cdot \mathbf{E}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{R}_j) + G(R_{ij}) \sum_{l(\neq j)=1}^{N} \overleftrightarrow{A}_j(\hat{\mathbf{R}}_{ij}, \hat{\mathbf{R}}_{jl}) \cdot \mathbf{E}_{jl},$$

$$i, j = 1, ..., N, \qquad j \neq i, \qquad (2.12)$$

где R_{ij} – расстояние между центрами j-й и i-й частиц.

Эта система намного проще исходной системы уравнений Фолди–Лакса и в

принципе может быть решена на ЭВМ при условии, что количество частиц N не слишком велико. Выражение для разложения полного поля по кратностям рассеяния также намного упрощается:

$$\begin{aligned}\mathbf{E} \;=\; \mathbf{E}^{\mathrm{inc}} &+ \sum_{i=1}^{N} \overleftrightarrow{B}_{ri0} \cdot \mathbf{E}_i^{\mathrm{inc}} + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j(\neq i)=1}^{N} \overleftrightarrow{B}_{rij} \cdot \overleftrightarrow{B}_{ij0} \cdot \mathbf{E}_j^{\mathrm{inc}} \\ &+ \sum_{i=1}^{N} \sum_{j(\neq i)=1}^{N} \sum_{l(\neq j)=1}^{N} \overleftrightarrow{B}_{rij} \cdot \overleftrightarrow{B}_{ijl} \cdot \overleftrightarrow{B}_{jl0} \cdot \mathbf{E}_l^{\mathrm{inc}} \\ &+ \sum_{i=1}^{N} \sum_{j(\neq i)=1}^{N} \sum_{l(\neq j)=1}^{N} \sum_{m(\neq l)=1}^{N} \overleftrightarrow{B}_{rij} \cdot \overleftrightarrow{B}_{ijl} \cdot \overleftrightarrow{B}_{jlm} \cdot \overleftrightarrow{B}_{lm0} \cdot \mathbf{E}_m^{\mathrm{inc}} + \cdots,\end{aligned} \tag{2.13}$$

где

$$\mathbf{E} \;=\; \mathbf{E}(\mathbf{r}), \qquad \mathbf{E}^{\mathrm{inc}} \;=\; \mathbf{E}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r}), \qquad \mathbf{E}_i^{\mathrm{inc}} \;=\; \mathbf{E}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{R}_i), \tag{2.14}$$

$$\overleftrightarrow{B}_{ri0} \;=\; G(r_i)\, \overleftrightarrow{A}_i(\hat{\mathbf{r}}_i, \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}), \tag{2.15}$$

$$\overleftrightarrow{B}_{rij} \;=\; G(r_i)\, \overleftrightarrow{A}_i(\hat{\mathbf{r}}_i, \hat{\mathbf{R}}_{ij}), \tag{2.16}$$

$$\overleftrightarrow{B}_{ij0} \;=\; G(R_{ij})\, \overleftrightarrow{A}_j(\hat{\mathbf{R}}_{ij}, \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}), \tag{2.17}$$

$$\overleftrightarrow{B}_{ijl} \;=\; G(R_{ij})\, \overleftrightarrow{A}_j(\hat{\mathbf{R}}_{ij}, \hat{\mathbf{R}}_{jl}). \tag{2.18}$$

Замечательной особенностью вышеприведенных формул является то, что теперь роль индивидуального электромагнитного идентификатора каждой частицы перешла к соответствующему тензору рассеяния, т. е. к той же величине, что описывала бы рассеяние частицей, если бы последняя была в одиночестве, а не членом группы. Хотя диадный оператор перехода является самым общим светорассеивающим свойством частицы, тензор рассеяния (или, что, по сути, эквивалентно, амплитудная матрица рассеяния) так часто использовался для описания рассеяния в дальней зоне, что стал практически синонимом концепции электромагнитного рассеяния. На первый взгляд это обстоятельство придает некую законность интерпретации формулы (2.13) в терминах кратностей рассеяния.

Следует, однако, помнить, что (2.13) является лишь приближенным вариантом строгих формул (2.9) и (2.10) и не делает многократное рассеяние реальным физическим процессом.

Диаграммная формула, приведенная на рис. 2.2, в равной степени представляет формулу (2.13) при условии, что теперь символ —● обозначает умножение поля слева на тензор $\overleftrightarrow{B}$.

2.4. Эргодичность

По существу весь анализ электромагнитного рассеяния в предыдущих разделах был основан на предположении, что рассеивающий объект не меняется во времени и остается неподвижным по отношению к лабораторной системе координат. Однако очень часто приходится иметь дело с объектами в виде группы из большого количества частиц, в которой частицы произвольно вращаются и движутся по отношению друг к другу. Даже размер и форма частиц могут постоянно меняться вследствие процессов испарения, сублимации, конденсации или таяния. Типичными примерами таких «стохастических» рассеивающих объектов являются атмосферные облака, состоящие из водных капель и/или ледяных кристаллов, и различные дисперсные взвеси. Физические и химические процессы, контролирующие временну́ю эволюцию таких объектов, могут быть исключительно сложными и взаимозависимыми.

Хотя случайная группа может быть описана в произвольный момент времени в терминах специфической фиксированной конфигурации частиц, любое измерение требует конечного промежутка времени, в течение которого группа проходит через бесконечную последовательность эволюционирующих фиксированных конфигураций. В некоторых случаях результат измерения может быть численно смоделирован путем решения уравнений Максвелла для большого количества следующих друг за другом дискретных конфигураций. Однако в большинстве случаев более эффективным подходом является предположение о

полной эргодичности ансамбля частиц.

А именно, весь последующий анализ электромагнитного рассеяния случайными группами частиц будет основан на следующих фундаментальных предположениях:

- рассеивающий объект может быть адекватно охарактеризован в любой момент времени конечным набором физических параметров;
- рассеивающий объект является достаточно изменчивым во времени, а промежуток времени, необходимый для оптического измерения, является достаточно длительным, чтобы усреднение оптического сигнала по времени можно было заменить усреднением по подходящему статистическому распределению физических параметров, характеризующих объект.

Другими словами, мы будем предполагать, что усреднение по времени для одной конкретной реализации случайного процесса рассеяния эквивалентно статистическому усреднению по ансамблю.

Чтобы лучше понять смысл эргодичности, рассмотрим измерение светорассеивающей характеристики A облака сферических водных капель. Эта характеристика зависит от времени неявно, будучи функцией зависящих от времени координат и размеров всех составляющих частиц. Совокупный набор положений и радиусов всех частиц, обозначаемый далее через ψ, определяет состояние всего облака в определенный момент времени. Для того, чтобы проанализировать измерение характеристики $A[\psi(t)]$ за промежуток времени от $t = t_0$ до $t = t_0 + T$, требуется метод теоретического предсказания следующего среднего значения:

$$\overline{A} = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} \mathrm{d}t\, A[\psi(t)]. \tag{2.19}$$

Как мы уже упоминали, временна́я эволюция состояния реального облака водных капель параметризуется сложной системой уравнений, описывающих

результат взаимодействия многочисленных физических и химических процессов. Хотя в идеале следовало бы включить решение этой системы уравнений в процесс вычисления среднего (2.19), в большинстве случаев это оказывается практически невозможным. Вместо этого усреднение по времени заменяют усреднением по ансамблю, основываясь на следующем рассуждении.

Хотя координаты и размеры водных капель эволюционируют во времени специфическим образом, зависящим от конкретного начального значения ψ и окружающих условий, набор мгновенных состояний облака, «заснятых» детектором за время измерения, насыщается с ростом T. Если промежуток времени T достаточно большой, то соответствующий набор «заснятых» состояний становится практически неотличимым от набора, соответствующего бесконечно долгому измерению, так что

$$\overline{A} \approx \lim_{\tau \to \infty} \frac{1}{\tau} \int_{t_0}^{t_0+\tau} \mathrm{d}t\, A[\psi(t)] = \langle A \rangle_t. \tag{2.20}$$

Заметим теперь, что достаточно длительное измерение, скорее всего, «заснимет» каждое физически реализуемое состояние облака. Более того, эта «съемка» оказывается статистически представительной в том смысле, что количество «кадров», соответствующих каждому состоянию, велико и стремится к бесконечности в пределе $\tau \to \infty$. Самое важное, суммарный вклад каждого состояния облака ψ в $\langle A \rangle_t$ не зависит от того, в какие конкретные моменты времени реализовалось это состояние в процессе временнóй эволюции облака, а зависит от полного числа таких реализаций. Поэтому можно считать, что этот суммарный вклад пропорционален вероятности реализации состояния ψ в *произвольный* момент времени. Это означает, что вместо того, чтобы определить состояние облака в каждый момент времени t и проинтегрировать по всем значениям t, можно попытаться определить подходящую статистическую функцию распределения $p(\psi)$, не зависящую от времени, и проинтегрировать по всем физически реализуемым состояниям облака:

$$\langle A \rangle_t \approx \int \mathrm{d}\psi\, p(\psi) A(\psi) = \langle A \rangle_\psi, \tag{2.21}$$

где

$$\int \mathrm{d}\psi\, p(\psi) = 1. \tag{2.22}$$

Формула (2.21) является формальным математическим выражением принципа эргодичности. Такие физические процессы как броуновское движение и турбулентность часто способствуют установлению значительного произвола в положениях и ориентациях частиц, что, по-видимому, объясняет, почему многие теоретические предсказания, основанные на эргодической гипотезе, хорошо согласуются с результатами измерений [34]. Практический смысл предположения эргодичности в контексте теорий переноса и слабой локализации будет рассмотрен в главе 6.

В заключение этого раздела отметим, что эргодическая гипотеза была введена Максвеллом и Больцманом как основополагающий принцип статистической механики. Основы эргодической теории, ее связь со знаменитой теоремой Пуанкаре о возврате [228] и ее применения в статистической механике и кинетической теории хорошо изложены в [66, 269]. Поучительные обсуждения эргодической гипотезы и примеры неэргодичных рассеивающих сред можно найти в [97, 218, 232, 241, 284].

2.5. Приближение однократного рассеяния

В этом разделе мы применим уравнения Фолди–Лакса и принцип эргодичности к выводу формул приближения однократного рассеяния для небольшой группы частиц, случайно распределенных по малому объему V. Концепция однократного рассеяния света неким «дифференциальным объемом» долгое время была центральной для феноменологической теории переноса излучения. С появлением микрофизического подхода «дифференциальный объем» утратил свою

долго лелеемую роль элементарного рассеивателя в макроскопической среде, состоящей из большого числа случайно расположенных дискретных частиц, и уступил ее законным владельцам – самим частицам.

Тем не менее, концепция малого объема, заполненного случайно и редко расположенными частицами, остается полезным средством анализа в тех приложениях, в которых:

- весь рассеивающий объем наблюдается с расстояния, намного превышающего его максимальный линейный размер;
- суммарное количество частиц в объеме N недостаточно велико, чтобы обусловить заметный вклад многократного рассеяния в полное рассеянное излучение, покидающее объем во всех направлениях.

Типичным примером таких приложений является интерпретация лабораторных измерений рассеяния света малыми совокупностями природных и искусственных частиц [26, 86]. Поэтому в этом разделе мы рассмотрим, как можно теоретически моделировать показание коллимированного поляризационного детектора, помещенного на большом расстоянии от малого объема разреженной дисперсной среды [199].

2.5.1. Приближение однократного рассеяния для фиксированной группы частиц. Рассмотрим вначале рассеяние фиксированной группой частиц. По-прежнему будем предполагать, что падающее излучение является плоской электромагнитной волной, распространяющейся в направлении $\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}$. Предположим также, что второе слагаемое в правой части (2.4) мало по сравнению с первым слагаемым. Это означает, что каждая частица «возбуждается» только падающим излучением. В этом состоит смысл *приближения однократного рассеяния* для фиксированной группы частиц. Тогда вместо (2.2) имеем:

$$\mathbf{E}_i^{\mathrm{sca}}(\mathbf{r}) = \int_{V_i} \mathrm{d}\mathbf{r}' \overleftrightarrow{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \int_{V_i} \mathrm{d}\mathbf{r}'' \overleftrightarrow{T}_i(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') \cdot \mathbf{E}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r}''). \tag{2.23}$$

Очевидно, что частичные рассеянные поля теперь не зависят друг от друга (ср. (1.8)).

Выберем начало O лабораторной системы координат вблизи геометрического центра группы частиц, предположим, что точка наблюдения расположена в дальней зоне любой частицы, и вспомним формулу (1.11). Последняя означает, что расходящаяся сферическая волна, создаваемая i-й частицей в ответ на возбуждение плоской волной $\mathbf{E}_0^{\text{inc}} \exp(\mathrm{i}k_1 \hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}} \cdot \mathbf{r}_i)$ в дальней зоне этой частицы, дается выражением $\exp(\mathrm{i}k_1 r_i) \overleftrightarrow{A}_i(\hat{\mathbf{r}}_i, \hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) \cdot \mathbf{E}_0^{\text{inc}} / r_i$, в котором начало вектора $\mathbf{r}_i$ находится в центре i-й частицы (рис. 2.4), $\overleftrightarrow{A}_i(\hat{\mathbf{r}}_i, \hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}})$ – тензор рассеяния i-й частицы в системе координат с началом в центре i-й частицы, $\hat{\mathbf{r}}_i = \mathbf{r}_i / r_i$ – единичный вектор в направлении рассеяния. Чтобы использовать это обстоятельство, перепишем выражение для плоской падающей волны в лабораторной системе координат в следующем виде:

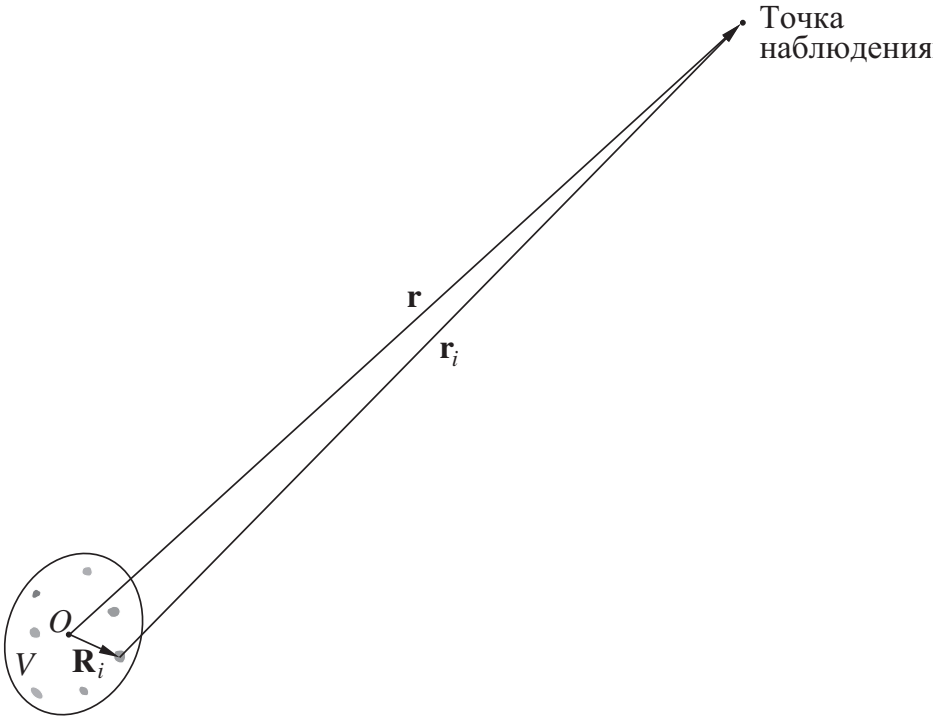

Рис. 2.4. Рассеяние в дальней зоне группы частиц, занимающих малый объем V.

$$\mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r}) \;=\; \mathbf{E}_0^{\text{inc}} \exp(\mathrm{i}k_1 \hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}} \cdot \mathbf{r}_i) \exp(\mathrm{i}k_1 \hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}} \cdot \mathbf{R}_i), \tag{2.24}$$

где вектор $\mathbf{R}_i$ соединяет начало координат с центром i-й частицы (рис. 2.4). В результате получаем:

$$\mathbf{E}_i^{\text{sca}}(\mathbf{r}) \;=\; \exp(\mathrm{i}k_1 \hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}} \cdot \mathbf{R}_i) \frac{\exp(\mathrm{i}k_1 r_i)}{r_i} \overleftrightarrow{A}_i(\hat{\mathbf{r}}_i, \hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) \cdot \mathbf{E}_0^{\text{inc}}. \tag{2.25}$$

Эта формула верна при условии, что для каждой частицы в группе выполняются следующие неравенства:

$$k_1(r_i - a_i) \;\gg\; 1, \tag{2.26}$$

$$r_i \;\gg a_i, \tag{2.27}$$

$$r_i \;\gg\; \frac{k_1 a_i^2}{2}, \tag{2.28}$$

где a_i – радиус наименьшей описанной сферы i-й частицы (ср. (1.18)–(1.20)).

2.5.2. Приближение однократного рассеяния в дальней зоне фиксированной группы частиц. Предположим теперь, что точка наблюдения находится настолько далеко от начала системы координат, что $r \gg R_i$ для любого i. Это дает

$$r_i \;=\; |\mathbf{r} - \mathbf{R}_i| \;=\; r\sqrt{1 - \frac{2\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{R}_i}{r} + \frac{R_i^2}{r^2}} \;\approx\; r - \hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{R}_i + \frac{R_i^2}{2r}. \tag{2.29}$$

Поэтому

$$\mathbf{E}_i^{\text{sca}}(\mathbf{r}) \;=\; \frac{\exp(\mathrm{i}k_1 r)}{r} \exp(\mathrm{i}\varDelta_i) \overleftrightarrow{A}_i(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) \cdot \mathbf{E}_0^{\text{inc}}, \tag{2.30}$$

где

$$\varDelta_i \;=\; k_1(\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}} - \hat{\mathbf{r}}) \cdot \mathbf{R}_i, \tag{2.31}$$

и мы также предполагаем, что

$$r \gg \frac{k_1 R_i^2}{2} \tag{2.32}$$

и

$$\overleftrightarrow{A}_i(\hat{\mathbf{r}}_i, \hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) \approx \overleftrightarrow{A}_i(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) \tag{2.33}$$

для любого i. Теперь (2.1) можно переписать в следующем виде:

$$\mathbf{E}^{\text{sca}}(\mathbf{r}) = \frac{\exp(\mathrm{i}k_1 r)}{r} \overleftrightarrow{A}(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) \cdot \mathbf{E}_0^{\text{inc}}, \tag{2.34}$$

где тензор рассеяния всей группы дается следующей формулой:

$$\overleftrightarrow{A}(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) = \sum_{i=1}^{N} \exp(\mathrm{i}\Delta_i) \overleftrightarrow{A}_i(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}). \tag{2.35}$$

Ясно, что (2.34) описывает поперечную расходящуюся сферическую волну с центром в начале координат O. Учет поперечности волны дает

$$\mathbf{E}^{\text{sca}}(\mathbf{r}) = \frac{\exp(\mathrm{i}k_1 r)}{r} \mathbf{S}(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) \cdot \mathbf{E}_0^{\text{inc}}, \tag{2.36}$$

где использовано обозначение (1.14), причем амплитудная матрица рассеяния всей группы $\mathbf{S}(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}})$ выражается через индивидуальные амплитудные матрицы частиц $\mathbf{S}_i(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}})$, определенные в соответствующих локальных координатах, следующим образом:

$$\mathbf{S}(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}) = \sum_{i=1}^{N} \exp(\mathrm{i}\Delta_i) \mathbf{S}_i(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}). \tag{2.37}$$

Эта формула основана, разумеется, на предположении, что ориентации лабораторной и всех локальных систем координат совпадают.

Приближенное равенство (2.33), использованное при выводе (2.34), означает, что расстояние r от начала лабораторной системы координат до точки

наблюдения должно удовлетворять неравенству $\pi/(2k_1a_i) \gg L/2r$, где L – максимальный линейный размер объема V. Для простоты мы предполагаем, что $L/2$ значительно превышает a_i для всех частиц. Более того, предположение, что $r \gg R_i$, приводит к неравенству $r \gg L/2$. Таким образом, критерии применимости (2.34)–(2.37) можно суммировать следующим образом:

$$k_1 r \gg 1, \tag{2.38}$$

$$r \gg \frac{L}{2}, \tag{2.39}$$

$$r \gg \frac{k_1 L^2}{8}, \tag{2.40}$$

$$r \gg \frac{L k_1 a_i}{\pi} \quad \text{или} \quad r \gg \frac{2 L a_i}{\lambda_1} \quad \text{для } i = 1, \ldots, N. \tag{2.41}$$

Формулы (2.34)–(2.37) означают, что вся группа частиц ведет себя, по сути, как точечный рассеиватель, создающий единую расходящуюся сферическую волну и характеризующийся суммарным тензором рассеяния и суммарной амплитудной матрицей рассеяния. Поэтому неудивительно, что неравенства (2.38)–(2.40) практически эквивалентны критериям рассеяния в дальней зоне (1.18)–(1.20) в применении к группе частиц как единому целому. Таким образом, формулы (2.34)–(2.37) резюмируют то, что можно назвать *приближением однократного рассеяния в дальней зоне* фиксированной группы частиц.

Основным преимуществом приближенной формулы (2.35) над точной формулой (1.12) является то, что первая дает возможность очень простого расчета тензора рассеяния группы частиц при условии, что индивидуальные тензоры всех частиц известны. В свою очередь формула (2.37) позволяет вычислить все наблюдаемые характеристики рассеяния в дальней зоне, введенные в первой главе. В частности, поскольку Δ_i исчезают в направлении прямо вперед ($\hat{\mathbf{r}} = \hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}$), подстановка (2.37) в (1.43)–(1.49) и (1.63) дает

$$\mathbf{K} = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{K}_i, \tag{2.42}$$

$$C_{\text{ext}} = \sum_{i=1}^{N} C_{\text{ext},i}. \tag{2.43}$$

Другими словами, матрица экстинкции и сечение экстинкции фиксированной группы частиц получаются суммированием соответствующих характеристик отдельных частиц.

2.5.3. Некоррелированное приближение однократного рассеяния и его модификация. Рассмотрим теперь рассеяние объемом случайной дисперсной среды. Для этого воспользуемся концепцией эргодичности и сделаем два дополнительных предположения:

- N частиц, заполняющих объем V (см. рис. 2.4), движутся в течение процесса измерения таким образом, что их положения оказываются случайными и статистически некоррелированными;
- критерии применимости формул (2.36) и (2.37) выполняются в любой момент времени на протяжении измерения.

Эти предположения определяют *некоррелированное приближение однократного рассеяния* в дальней зоне малого объема случайной дисперсной среды. Понятно, что они не меняют формулы (2.42) и (2.43), поскольку последние не зависят от конкретного расположения частиц. Поэтому (2.42) и (2.43) также являются формулами для матрицы экстинкции и сечения экстинкции объема, усредненных по времени или, что эквивалентно, по координатам частиц:

$$\langle \mathbf{K} \rangle_{\mathbf{R}} = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{K}_i, \tag{2.44}$$

$$\langle C_{\text{ext}} \rangle_{\mathbf{R}} = \sum_{i=1}^{N} C_{\text{ext},i}. \tag{2.45}$$

На следующем этапе подставим (2.37) в (1.25)–(1.40) и предположим, что случайность положений частиц во время измерения приводит к следующим неравенствам:

$$\left|\mathrm{Re}\sum_{i=1}^{N}\sum_{i'(\neq i)=1}^{N}[\mathbf{S}_i(\hat{\mathbf{r}},\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}})]_{kl}[\mathbf{S}_{i'}(\hat{\mathbf{r}},\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}})]^*_{pq}\langle\exp[\mathrm{i}(\Delta_i-\Delta_{i'})]\rangle_{\mathbf{R}}\right|$$

$$\ll\left|\mathrm{Re}\sum_{i=1}^{N}[\mathbf{S}_i(\hat{\mathbf{r}},\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}})]_{kl}[\mathbf{S}_i(\hat{\mathbf{r}},\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}})]^*_{pq}\right| \tag{2.46}$$

и, если $k\neq p$ или $l\neq q$,

$$\left|\mathrm{Im}\sum_{i=1}^{N}\sum_{i'(\neq i)=1}^{N}[\mathbf{S}_i(\hat{\mathbf{r}},\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}})]_{kl}[\mathbf{S}_{i'}(\hat{\mathbf{r}},\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}})]^*_{pq}\langle\exp[\mathrm{i}(\Delta_i-\Delta_{i'})]\rangle_{\mathbf{R}}\right|$$

$$\ll\left|\mathrm{Im}\sum_{i=1}^{N}[\mathbf{S}_i(\hat{\mathbf{r}},\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}})]_{kl}[\mathbf{S}_i(\hat{\mathbf{r}},\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}})]^*_{pq}\right|,\qquad k,l,p,q=1,2. \tag{2.47}$$

Формула (2.31) показывает, что для обнуления левых сторон (2.46) и (2.47) положения i-й и i'-й частиц должны случайно меняться в диапазоне, превышающем, по меньшей мере, несколько длин волны, тем самым, приводя к случайным колебаниям действительной и мнимой частей множителя $\exp[\mathrm{i}(\Delta_i-\Delta_{i'})]$ между значениями –1 и +1. Тогда нетрудно убедиться, что полная фазовая матрица объема, усредненная по координатам частиц, также дается «некогерентной» суммой индивидуальных фазовых матриц частиц:

$$\langle\mathbf{Z}\rangle_{\mathbf{R}}=\sum_{i=1}^{N}\mathbf{Z}_i. \tag{2.48}$$

Наконец, формулы (1.64), (1.65) и (2.45) дают усредненные по координатам полные сечения рассеяния и поглощения объема как суммы соответствующих индивидуальных сечений:

$$\langle C_{\text{sca}} \rangle_{\mathbf{R}} = \sum_{i=1}^{N} C_{\text{sca},i}, \tag{2.49}$$

$$\langle C_{\text{abs}} \rangle_{\mathbf{R}} = \sum_{i=1}^{N} C_{\text{abs},i}. \tag{2.50}$$

Хотя наличие сильно осциллирующих комплексных экспоненциальных множителей в большинстве случаев действительно приводит к обнулению левых сторон неравенств (2.46) и (2.47), ясно, что оба неравенства нарушаются вблизи направления рассеяния прямо вперед ($\hat{\mathbf{r}} \approx \hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}$), т. е. когда все Δ_i обнуляются или становятся очень малыми (см. (2.31)), а все множители $\exp[\mathrm{i}(\Delta_i - \Delta_{i'})]$ становятся равными единице. Это означает, что однократное рассеяние различными частицами в направлениях, близких к направлению прямо вперед, остается когерентным или почти когерентным независимо от конкретных положений частиц и должно приводить к дополнительному усилению интенсивности благодаря конструктивной интерференции (более подробно это явление будет рассмотрено в разделе 5.3). Поэтому формулы (2.48)–(2.50) не следуют непосредственно из некоррелированного приближения однократного рассеяния, а основываются на дополнительном предположении, что влиянием интерференции в направлении вперед можно пренебречь. Последнее предположение в совокупности с ранее введенными предположениями определяет *модифицированное некоррелированное приближение однократного рассеяния* в дальней зоне малого объема случайной дисперсной среды.

Формулы (2.42), (2.43) и (2.48)–(2.50) обычно приводятся без строгого вывода и составляют основу рассмотрения однократного рассеяния малым объемом практически в каждой монографии по рассеянию света или переносу излучения. Наш детальный вывод показывает, что формулы (2.42) и (2.43) следуют из простого приближения однократного рассеяния в дальней зоне и применимы к любой группе частиц, как фиксированной, так и случайной, тогда как формулы (2.48)–(2.50) верны только в рамках модифицированного некорре-

лированного приближения однократного рассеяния.

Пространственные координаты являются не единственными характеристиками частиц, которые могут меняться со временем. Частицы могут также менять свои индивидуальные состояния: размеры, формы и ориентации. В таких случаях обычно считают, что временные изменения индивидуальных состояний совершенно не коррелируют с изменениями координат. Поэтому можно дополнительно усреднить правые части формул (2.42), (2.43) и (2.48)–(2.50) по индивидуальным состояниям частиц ξ и получить следующие окончательные выражения для суммарных оптических характеристик всего дисперсного объема, усредненных по ансамблю:

$$\langle \mathbf{K} \rangle_{\mathbf{R},\xi} = N \langle \mathbf{K}_1 \rangle_{\xi}, \tag{2.51}$$

$$\langle \mathbf{Z} \rangle_{\mathbf{R},\xi} = N \langle \mathbf{Z}_1 \rangle_{\xi}, \tag{2.52}$$

$$\langle C_{\text{ext}} \rangle_{\mathbf{R},\xi} = N \langle C_{\text{ext},1} \rangle_{\xi}, \tag{2.53}$$

$$\langle C_{\text{sca}} \rangle_{\mathbf{R},\xi} = N \langle C_{\text{sca},1} \rangle_{\xi}, \tag{2.54}$$

$$\langle C_{\text{abs}} \rangle_{\mathbf{R},\xi} = N \langle C_{\text{abs},1} \rangle_{\xi}, \tag{2.55}$$

где угловые скобки в правых частях обозначают соответствующие *одночастичные* характеристики, усредненные по индивидуальным состояниям. Как мы вскоре убедимся, эти же средние одночастичные характеристики светорассеяния входят и в уравнение переноса излучения в разреженных дисперсных средах, состоящих из очень большого количества случайно расположенных частиц.

В заключение этого раздела остановимся на условии применимости основного предположения приближения однократного рассеяния, а именно, что каждая частица возбуждается только падающим полем. Последнее, очевидно, означает, что полное количество энергии, рассеянной всеми частицами, должно быть значительно меньше, чем количество падающей энергии, проходящей через поперечное сечение объема:

$$\sum_{i=1}^{N} C_{\mathrm{sca},i} \ll L^2. \tag{2.56}$$

Помимо этого общего условия можно рассмотреть конкретные проявления эффектов плотной упаковки частиц и их поведение с увеличением расстояния между частицами. Это будет сделано в разделе 5.4.

2.6. Макроскопически изотропные и зеркально симметричные дисперсные среды

Статистическое усреднение по индивидуальным состояниям частиц зачастую приводит к значительному упрощению структуры фазовой матрицы и матрицы экстинкции. Пожалуй, наиболее важным примером является так называемая макроскопически изотропная и зеркально симметричная рассеивающая среда, состоящая из хаотически ориентированных частиц, причем каждая частица либо имеет плоскость симметрии, либо сопровождается частицей в виде ее зеркального отражения [88, 194]. В этом случае сечения экстинкции, рассеяния и поглощения, усредненные по состояниям частиц, и альбедо однократного рассеяния перестают зависеть от направления и состояния поляризации падающего света, а матрица экстинкции принимает простой диагональный вид:

$$\langle \mathbf{K}_1 \rangle_\xi = \langle C_{\mathrm{ext},1} \rangle_\xi \mathbf{\Delta}, \tag{2.57}$$

где $\mathbf{\Delta} = \mathrm{diag}[1, 1, 1, 1]$ – единичная матрица размерности 4×4. Хотя упрощение структуры фазовой матрицы оказывается, вообще говоря, не столь очевидным, его можно наглядно продемонстрировать на примере так называемой нормализованной матрицы рассеяния, определенной следующим образом:

$$\widetilde{\mathbf{F}}(\Theta) = \frac{4\pi}{\langle C_{\mathrm{sca},1} \rangle_\xi} \langle \mathbf{Z}_1(\theta^{\mathrm{sca}} = \Theta, \varphi^{\mathrm{sca}} = 0; \theta^{\mathrm{inc}} = 0, \varphi^{\mathrm{inc}} = 0) \rangle_\xi, \tag{2.58}$$

где $\Theta \in [0, \pi]$ – угол между направлениями падения и рассеяния, т. е. угол рассе-

яния. Понятно, что матрица рассеяния описывает преобразование параметров Стокса, определенных по отношению к плоскости рассеяния, т. е. плоскости, содержащей векторы $\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}$ и $\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}$. Вектор $\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}$ направлен вдоль положительного направления оси z, а плоскость рассеяния совпадает с полуплоскостью xOz с $x \geq 0$. Оказывается, что нормализованная матрица рассеяния имеет простую блочно-диагональную форму:

$$\widetilde{\mathbf{F}}(\Theta) = \begin{bmatrix} a_1(\Theta) & b_1(\Theta) & 0 & 0 \\ b_1(\Theta) & a_2(\Theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3(\Theta) & b_2(\Theta) \\ 0 & 0 & -b_2(\Theta) & a_4(\Theta) \end{bmatrix}, \tag{2.59}$$

причем верхний левый элемент, традиционно называемый индикатрисой рассеяния или фазовой функцией, нормирован на единицу:

$$\frac{1}{2}\int_0^{\pi} \mathrm{d}\Theta \sin\Theta \, a_1(\Theta) = 1. \tag{2.60}$$

Понятно, что индикатриса рассеяния описывает угловое распределение интенсивности рассеянного света в случае неполяризованного падающего излучения. Кроме того,

$$\widetilde{\mathbf{F}}(0) = \mathrm{diag}[a_1(0), a_2(0), a_2(0), a_4(0)], \tag{2.61}$$

$$\widetilde{\mathbf{F}}(\pi) = \mathrm{diag}[a_1(\pi), a_2(\pi), -a_2(\pi), a_4(\pi)], \tag{2.62}$$

$$a_4(\pi) = a_1(\pi) - 2a_2(\pi), \qquad a_2(\pi) \geq 0. \tag{2.63}$$

Оказывается также, что

$$a_4(0) = 2a_2(0) - a_1(0), \qquad 0 \leq a_2(0) \leq a_1(0) \tag{2.64}$$

для осесимметричных частиц и

$$\widetilde{\mathbf{F}}(\Theta) = \begin{bmatrix} a_1(\Theta) & b_1(\Theta) & 0 & 0 \\ b_1(\Theta) & a_1(\Theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3(\Theta) & b_2(\Theta) \\ 0 & 0 & -b_2(\Theta) & a_3(\Theta) \end{bmatrix}, \tag{2.65}$$

$$a_3(0) = a_1(0), \quad a_3(\pi) = -a_1(\pi) \tag{2.66}$$

для сферически симметричных частиц.

Понятия и обозначения, введенные в этом разделе, будут часто использоваться в дальнейшем.

2.7. Основные результаты

Основной задачей этой главы было ввести концепции многократного рассеяния, эргодичности и статистического усреднения как необходимых ингредиентов микрофизической теории рассеяния света случайными дисперсными средами, разработанной в диссертации. Как и в предыдущей главе, ряд изложенных результатов являются известными, в то время как несколько важных результатов являются новыми. К наиболее существенным из них относятся следующие:

1. Общий анализ концепции многократного рассеяния электромагнитных волн в рамках монохроматического представления макроскопической электродинамики и выявление ее чисто математического характера [162].
2. Строгий вывод приближения однократного рассеяния из уравнений Фолди–Лакса и теоретический анализ условий его применимости [199].
3. Вывод свойств симметрии нормализованной матрицы рассеяния для направлений рассеяния прямо вперед и точно назад [168, 171].

ГЛАВА 3

T-МАТРИЧНЫЙ МЕТОД

Анализ электромагнитного рассеяния в двух первых главах был предельно общим и намеренно базировался на минимуме предположений. Однако практическое использование ра́звитого формализма должно неизбежно основываться на конкретизации физических параметров рассеивающего объекта и решении уравнений Максвелла при помощи одного из имеющихся точных или приближенных методов.

Одним из самых универсальных и эффективных методов строгого расчета электромагнитного рассеяния на основе прямого и численно-точного компьютерного решения макроскопических уравнений Максвелла является так называемый *T*-матричный метод [280]. Этот метод применим как к рассеивающим объектам в виде единичного геометрически связного тела, так и к группам тел (частиц). В первом случае расчет *T* матрицы обычно осуществляется при помощи так называемого метода расширенного граничного условия [280], во втором – при помощи метода суперпозиции, непосредственно вытекающего из уравнений Фолди–Лакса [224].

Хотя *T*-матричный метод был предложен больше сорока лет назад, его активное использование началось лишь с 1990-х годов [198, 208]. Относительно недавний всплеск популярности *T*-матричного метода в значительной степени объясняется как резко возросшей эффективностью ЭВМ, так и разработкой диссертантом исключительно эффективных подходов к улучшению численной сходимости метода и (квази)аналитическому расчету светорассеивающих свойств ансамблей хаотически ориентированных частиц. Краткому описанию *T*-матричного метода и вклада диссертанта в его развитие и посвящена настоящая глава.

3.1. *T*-матричный формализм

Рассмотрим рассеяние плоской электромагнитной волны

$$\mathbf{E}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r}) \;=\; \mathbf{E}_0^{\mathrm{inc}}\exp(\mathrm{i}k_1\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}\cdot\mathbf{r}), \qquad \mathbf{E}_0^{\mathrm{inc}}\cdot\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}} \;=\; 0 \tag{3.1}$$

произвольным конечным объектом. Разложим падающее и рассеянное поля в ряды по так называемым векторным сферическим волновым функциям:

$$\mathbf{E}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r}) \;=\; \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}[a_{mn}\mathrm{Rg}\mathbf{M}_{mn}(k_1\mathbf{r}) + b_{mn}\mathrm{Rg}\mathbf{N}_{mn}(k_1\mathbf{r})], \tag{3.2}$$

$$\mathbf{E}^{\mathrm{sca}}(\mathbf{r}) \;=\; \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}[p_{mn}\mathbf{M}_{mn}(k_1\mathbf{r}) + q_{mn}\mathbf{N}_{mn}(k_1\mathbf{r})], \qquad r > r_{>}, \tag{3.3}$$

где $r_{>}$ – радиус наименьшей описанной сферы рассеивающего объекта с центром в начале лабораторной системы координат (см. рис. 3.1). Свойства векторных

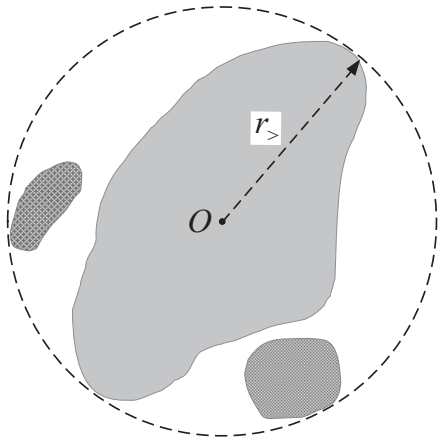

Рис. 3.1. Поперечное сечение произвольного рассеивающего объекта.

сферических волновых функций подробно рассмотрены в [56, 194]. Функции $\mathrm{Rg}\mathbf{M}_{mn}$ и $\mathrm{Rg}\mathbf{N}_{mn}$ в разложении (3.2) являются регулярными (конечными) в начале координат, тогда как использование «уходящих» функций $\mathbf{M}_{mn}$ and $\mathbf{N}_{mn}$ в разложении (3.3) обеспечивает выполнение так называемого радиационного условия для рассеянного поля на бесконечности (поперечный компонент

рассеянного поля убывает как $1/r$, тогда как радиальный компонент убывает быстрее, чем $1/r$ в пределе $r \to \infty$). Требование $r > r_>$ в (3.3) означает, что рассеянное поле разлагается в ряд по функциям $\mathbf{M}_{mn}$ и $\mathbf{N}_{mn}$ только за пределами наименьшей описанной сферы объекта, что позволяет явно исключить использование так называемой гипотезы Рэлея.

Коэффициенты разложения плоской волны (3.1) даются следующими простыми аналитическими выражениями:

$$a_{mn} = 4\pi(-1)^m \mathrm{i}^n d_n \mathbf{E}_0^{\mathrm{inc}} \cdot \mathbf{C}_{mn}^*(\theta^{\mathrm{inc}}) \exp(-\mathrm{i}m\varphi^{\mathrm{inc}}), \tag{3.4}$$

$$b_{mn} = 4\pi(-1)^m \mathrm{i}^{n-1} d_n \mathbf{E}_0^{\mathrm{inc}} \cdot \mathbf{B}_{mn}^*(\theta^{\mathrm{inc}}) \exp(-\mathrm{i}m\varphi^{\mathrm{inc}}), \tag{3.5}$$

где

$$\mathbf{B}_{mn}(\theta) = \hat{\boldsymbol{\theta}} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta} d_{0m}^n(\theta) + \hat{\boldsymbol{\varphi}} \frac{\mathrm{i}m}{\sin\theta} d_{0m}^n(\theta),$$

$$\mathbf{C}_{mn}(\theta) = \hat{\boldsymbol{\theta}} \frac{\mathrm{i}m}{\sin\theta} d_{0m}^n(\theta) - \hat{\boldsymbol{\varphi}} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta} d_{0m}^n(\theta),$$

$$d_n = \left[\frac{2n+1}{4\pi n(n+1)} \right]^{1/2},$$

и $d_{0m}^n(\theta)$ – d функции Вигнера [4]. В силу линейности уравнений Максвелла коэффициенты разложения рассеянного поля p_{mn} и q_{mn} должны линейно выражаться через коэффициенты разложения падающей плоской волны a_{mn} и b_{mn}. Это линейное соотношение записывается в терминах так называемой матрицы перехода или T матрицы:

$$p_{mn} = \sum_{n'=1}^{\infty} \sum_{m'=-n'}^{n'} (T_{mnm'n'}^{11} a_{m'n'} + T_{mnm'n'}^{12} b_{m'n'}), \tag{3.6}$$

$$q_{mn} = \sum_{n'=1}^{\infty} \sum_{m'=-n'}^{n'} (T_{mnm'n'}^{21} a_{m'n'} + T_{mnm'n'}^{22} b_{m'n'}) \tag{3.7}$$

или, используя компактные матричные обозначения,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} = \mathbf{T}\begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}^{11} & \mathbf{T}^{12} \\ \mathbf{T}^{21} & \mathbf{T}^{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix}. \tag{3.8}$$

Формула (3.8) является краеугольным камнем T-матричного метода. Действительно, если T матрица известна, то (3.3)–(3.7) дают рассеянное поле повсюду за пределами наименьшей описанной сферы объекта. Более того, нетрудно получить общую формулу для тензора рассеяния в дальней зоне всего объекта (а значит и для амплитудной матрицы рассеяния, фазовой матрицы и матрицы экстинкции):

$$\begin{aligned} \vec{A}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}, \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}) = \frac{4\pi}{k_1} \sum_{nmn'm'} \mathrm{i}^{n'-n-1}(-1)^{m+m'} d_n d_{n'} \exp[\mathrm{i}(m\varphi^{\mathrm{sca}} - m'\varphi^{\mathrm{inc}})] \\ \times\{[T^{11}_{mnm'n'}\mathbf{C}_{mn}(\theta^{\mathrm{sca}}) + \mathrm{i}T^{21}_{mnm'n'}\mathbf{B}_{mn}(\theta^{\mathrm{sca}})] \otimes \mathbf{C}^*_{m'n'}(\theta^{\mathrm{inc}}) \\ + [-\mathrm{i}T^{12}_{mnm'n'}\mathbf{C}_{mn}(\theta^{\mathrm{sca}}) + T^{22}_{mnm'n'}\mathbf{B}_{mn}(\theta^{\mathrm{sca}})] \otimes \mathbf{B}^*_{m'n'}(\theta^{\mathrm{inc}})\}. \end{aligned} \tag{3.9}$$

Фундаментальной особенностью T-матричного метода является то, что матрица $\mathbf{T}$ зависит только от физических и геометрических характеристик рассеивающего объекта (таких как показатель преломления, размер по отношению к длине волны света, морфология и ориентация по отношению к лабораторной системе координат) и совершенно не зависит от направлений распространения и поляризаций падающего и рассеянного полей. Это означает, что одна и та же T матрица может быть использована при расчетах для любого направления распространения и любой поляризации падающей плоской волны.

Хотя в общем случае размер T матрицы в (3.8) и (3.9) бесконечен, на практике приходится его ограничивать. Поэтому важной составной частью любого компьютерного расчета, основанного на T-матричном методе, является проверка численной сходимости результата с пошаговым увеличением размера T матрицы.

T-матричный метод является непосредственным обобщением стандартной теории Ми на случай несферических частиц. Действительно, если рассеиватель

является сферически симметричным, то T матрица становится диагональной, причем диагональные элементы даются, с точностью до знака, соответствующими коэффициентами Ми a_n и b_n [194, 263]:

$$T^{12}_{mnm'n'}(P) \equiv 0, \quad T^{21}_{mnm'n'}(P) \equiv 0,$$

$$T^{11}_{mnm'n'}(P) = -\delta_{mm'}\delta_{nn'}b_n,$$

$$T^{22}_{mnm'n'}(P) = -\delta_{mm'}\delta_{nn'}a_n,$$

где $\delta_{mm'}$ – символ Кронекера. Это приводит к тому, что все формулы T-матричного метода сводятся к обычным формулам теории Ми.

3.2. Трансформационные свойства *T* матрицы

Ключевым достоинством T-матричного метода является использование функций зенитного и азимутального углов с хорошо изученными и очень удобными аналитическими свойствами. Следствием этого является совокупность универсальных аналитических свойств T матрицы, из которых самыми важными являются законы трансформации T матрицы при поворотах и трансляциях системы координат.

Рассмотрим лабораторную систему координат L и локальную систему координат P, неподвижно связанную с рассеивающим объектом (частицей). Начала этих систем координат совпадают и находятся внутри частицы (рис. 3.2). Пусть углы α, β и γ, называемые углами поворота Эйлера [4], переводят систему координат L в систему координат P. Оказывается, что связь между T матрицами, вычисленными в этих двух системах координат, дается следующим простым соотношением [263]:

$$T^{kl}_{mnm'n'}(L;\alpha,\beta,\gamma) = \sum_{m_1=-n}^{n}\sum_{m_2=-n'}^{n'} D^{n}_{mm_1}(\alpha,\beta,\gamma)\,T^{kl}_{m_1nm_2n'}(P)\,D^{n'}_{m_2m'}(-\gamma,-\beta,-\alpha),$$

$$k,l = 1,2, \qquad (3.10)$$

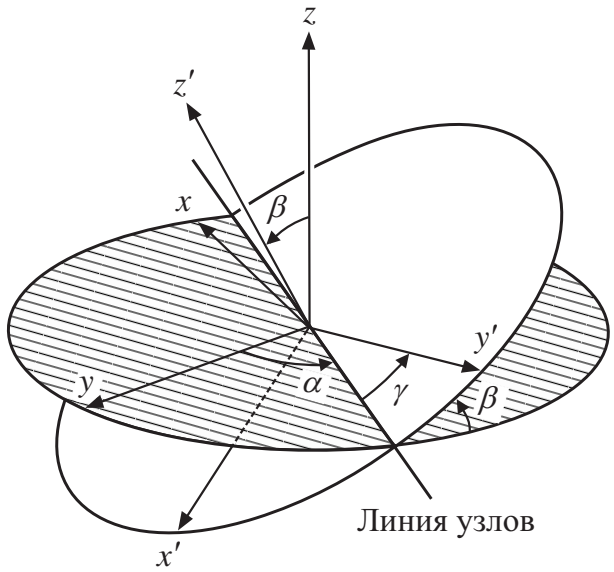

Рис. 3.2. Углы Эйлера, преобразующие лабораторную систему координат (x, y, z) в систему координат (x', y', z'), связянную с частицей.

где $D^n_{mm'}(\alpha, \beta, \gamma) = \exp(-\mathrm{i}m\alpha)\, d^n_{mm'}(\beta) \exp(-\mathrm{i}m'\gamma)$ – знаменитые D функции Вигнера [4].

Аналогично, рассмотрим одну и ту же задачу рассеяния в двух системах координат, имеющих одинаковые пространственные ориентации, но разные начала (рис. 3.3). Пусть вектор $\mathbf{r}_{12}$ соединяет начало системы координат 1 с началом системы координат 2. Тогда соответствующие T матрицы связаны друг с

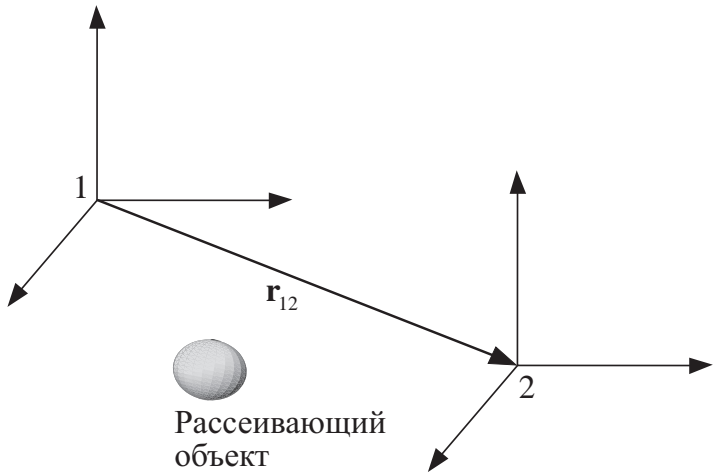

Рис. 3.3. Вектор $\mathbf{r}_{12}$ переводит систему координат 1 в систему координат 2.

другом следующим линейным соотношением [177]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T}^{11}(2) & \mathbf{T}^{12}(2) \\ \mathbf{T}^{21}(2) & \mathbf{T}^{22}(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{Rg}\mathbf{A}(k_1\mathbf{r}_{12}) & \mathrm{Rg}\mathbf{B}(k_1\mathbf{r}_{12}) \\ \mathrm{Rg}\mathbf{B}(k_1\mathbf{r}_{12}) & \mathrm{Rg}\mathbf{A}(k_1\mathbf{r}_{12}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T}^{11}(1) & \mathbf{T}^{12}(1) \\ \mathbf{T}^{21}(1) & \mathbf{T}^{22}(1) \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} \mathrm{Rg}\mathbf{A}(-k_1\mathbf{r}_{12}) & \mathrm{Rg}\mathbf{B}(-k_1\mathbf{r}_{12}) \\ \mathrm{Rg}\mathbf{B}(-k_1\mathbf{r}_{12}) & \mathrm{Rg}\mathbf{A}(-k_1\mathbf{r}_{12}) \end{bmatrix}. \tag{3.11}$$

Матрицы по обеим сторонам T матрицы в правой части (3.11) состоят из коэффициентов, появляющихся в хорошо известной трансляционной теореме для векторных сферических волновых функций [263] и поддающихся эффективному численному расчету.

3.3. Аналитическое усреднение по ориентациям частиц

Соотношение (3.10) радикально упрощает усреднение многих светорассеивающих свойств по ориентациям частиц в формулах (2.51)–(2.55) и позволяет выполнять соответствующие расчеты аналитически или квазианалитически. Например, сечение рассеяния в расчете на одну частицу, усредненное по ансамблю хаотически ориентированных частиц одинаковых формы и размера, дается следующей замечательно простой формулой [133]:

$$\langle C_{\mathrm{ext}} \rangle = -\frac{2\pi}{k_1^2} \mathrm{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} [T_{mnmn}^{11}(P) + T_{mnmn}^{22}(P)]. \tag{3.12}$$

Другими словами, для нахождения среднего сечения экстинкции требуется вычислить T матрицу всего лишь один раз, причем по отношению к произвольно выбранной системе координат, а затем просуммировать ее диагональные элементы. Аналогичная формула для среднего сечения рассеяния оказывается лишь ненамного более сложной [11]:[1]

---

[1] Следует отметить, что формулы (3.12) и (3.13) были независимо и практически одновременно получены в [20].

$$\langle C_{\text{sca}} \rangle = \frac{2\pi}{k_1^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} \sum_{n'=1}^{\infty} \sum_{m'=-n'}^{n'} \sum_{k=1}^{2} \sum_{l=1}^{2} |T_{mnm'n'}^{kl}(P)|^2. \tag{3.13}$$

Квазианалитический расчет элементов матрицы рассеяния для хаотически ориентированных частиц также возможен [101]. Однако значительно более эффективный подход, разработанный диссертантом, основан на следующем разложении элементов нормализованной матрицы рассеяния (2.59) по обобщенным сферическим функциям $P_{mn}^s(\cos\Theta)$ или, что, по сути, эквивалентно, по d функциям Вигнера $d_{mn}^s(\Theta) = \mathrm{i}^{n-m} P_{mn}^s(\cos\Theta)$ [61, 88, 110]:

$$a_1(\Theta) = \sum_{s=0}^{s_{\max}} \alpha_1^s P_{00}^s(\cos\Theta) = \sum_{s=0}^{s_{\max}} \alpha_1^s d_{00}^s(\Theta), \tag{3.14}$$

$$a_2(\Theta) + a_3(\Theta) = \sum_{s=2}^{s_{\max}} (\alpha_2^s + \alpha_3^s) P_{22}^s(\cos\Theta) = \sum_{s=2}^{s_{\max}} (\alpha_2^s + \alpha_3^s) d_{22}^s(\Theta), \tag{3.15}$$

$$a_2(\Theta) - a_3(\Theta) = \sum_{s=2}^{s_{\max}} (\alpha_2^s - \alpha_3^s) P_{2,-2}^s(\cos\Theta) = \sum_{s=2}^{s_{\max}} (\alpha_2^s - \alpha_3^s) d_{2,-2}^s(\Theta), \tag{3.16}$$

$$a_4(\Theta) = \sum_{s=0}^{s_{\max}} \alpha_4^s P_{00}^s(\cos\Theta) = \sum_{s=0}^{s_{\max}} \alpha_4^s d_{00}^s(\Theta), \tag{3.17}$$

$$b_1(\Theta) = \sum_{s=2}^{s_{\max}} \beta_1^s P_{02}^s(\cos\Theta) = -\sum_{s=2}^{s_{\max}} \beta_1^s d_{02}^s(\Theta), \tag{3.18}$$

$$b_2(\Theta) = \sum_{s=2}^{s_{\max}} \beta_2^s P_{02}^s(\cos\Theta) = -\sum_{s=2}^{s_{\max}} \beta_2^s d_{02}^s(\Theta). \tag{3.19}$$

Число ненулевых членов в разложениях (3.14)–(3.19) является, в принципе, бесконечным. Однако на практике эти разложения обрываются, и верхний предел суммирования $s_{\max}$ выбирается так, что конечные суммы отличаются от соответствующих элементов матрицы рассеяния на всем промежутке углов рассеяния $\Theta \in [0, \pi]$ не больше, чем на заранее заданную малую величину.

Общим свойством элементов матрицы $\mathbf{T}(P)$ и коэффициентов в разложениях (3.14)–(3.19) является их независимость от каких бы то ни было

угловых переменных, будь то углы Эйлера или угол рассеяния, и от состояния поляризации падающего излучения. Поэтому можно ожидать, что существуют прямые аналитические соотношения, непосредственно выражающие коэффициенты разложения α_1^s, α_2^s, α_3^s, α_4^s, β_1^s и β_2^s для ансамбля хаотически ориентированных частиц через элементы фиксированной T матрицы $\mathbf{T}(P)$, вычисленной по отношению к произвольно выбранной системе координат. Эти соотношения были действительно получены в работе диссертанта [139] для случая осесимметричных частиц и были затем обобщены на случай частиц произвольной формы в [125]. Окончательные аналитические выражения оказываются существенно сложнее формул (3.12) и (3.13) и включают в себя произведения элементов матрицы $\mathbf{T}(P)$ и коэффициентов Клебша–Гордона. Тем не менее, рекуррентные формулы для расчета последних хорошо известны [4], благодаря чему соответствующий алгоритм расчета коэффициентов α_1^s, α_2^s, α_3^s, α_4^s, β_1^s и β_2^s оказывается значительно эффективнее прямого численного интегрирования по углам Эйлера и сокращает компьютерное время в 50–200 раз. Более того, оказалось возможным разработать простую автоматическую процедуру проверки сходимости расчета с пошаговым увеличением размера T матрицы [145], что еще более увеличило эффективность расчетов.

Другими примерами применения формулы (3.10) являются вывод аналитической формулы для силы радиационного давления на хаотически ориентированные частицы [138] и вывод формулы для матрицы экстинкции, усредненной по аксиально симметричному распределению несферических частиц по ориентациям [137, 140].

3.4. Улучшение сходимости *T*-матричного метода

Как уже отмечалось, расчет T матрицы для рассеивающего объекта в виде единого геометрически связного тела обычно выполняется при помощи метода расширенного граничного условия (extended boundary condition metod, или

EBCM) [280]. В рамках этого подхода T матрица $\mathbf{T}(P)$ представляется в виде

$$\mathbf{T}(P) = -(\mathrm{Rg}\mathbf{Q})\,\mathbf{Q}^{-1}, \tag{3.20}$$

где элементы матриц $\mathbf{Q}$ и $\mathrm{Rg}\mathbf{Q}$ являются интегралами от векторных произведений векторных сферических волновых функций по поверхности рассеивателя и обычно вычисляются при помощи подходящих квадратурных формул.

Численный расчет T матрицы по формуле (3.20) часто оказывается проблематичным, особенно когда рассеивающий объект имеет большой размер по отношению к длине волны света, большое отношение наибольшего к наименьшему размеру и/или сравнительно большой относительный показатель преломления. Это объясняется тем, что подынтегральное выражение в формуле для расчета элементов матрицы $\mathbf{Q}$ может осциллировать в очень больших пределах, таким образом, приводя к потере численной точности. Более того, процесс численного обращения матрицы $\mathbf{Q}$ плохо обусловлен и также становится неустойчивым. Эти трудности особенно характерны для частиц с нулевой или очень малой мнимой частью показателя преломления.

В качестве иллюстрации точечная кривая на рис. 3.4а показывает величину

$$\max\left\{\frac{\left|\langle C_{\mathrm{ext}}(n_{\max})\rangle - \langle C_{\mathrm{ext}}(n_{\max}-1)\rangle\right|}{\langle C_{\mathrm{ext}}(n_{\max})\rangle},\ \frac{\left|\langle C_{\mathrm{sca}}(n_{\max})\rangle - \langle C_{\mathrm{sca}}(n_{\max}-1)\rangle\right|}{\langle C_{\mathrm{sca}}(n_{\max})\rangle}\right\} \tag{3.21}$$

как функцию параметра $n_{\max}$ (верхний предел суммирования по индексу n в формулах (3.12) и (3.13)) для хаотически ориентированных сплюснутых сфероидов с отношением осей, равным 3, относительным показателем преломления $m = 1.5 + \mathrm{i}0.02$ и размерным параметром $x_{\mathrm{s}} = 2\pi r_{\mathrm{s}}/\lambda_1 = 15$, где r_{s} – радиус сферы, имеющей ту же площадь поверхности, что и сфероиды. Результаты были получены при помощи компьютерного кода, использующего вещественные переменные удвоенной точности (переменные типа `REAL*8` в стандартном языке программирования FORTRAN), и типичной процедуры матричного

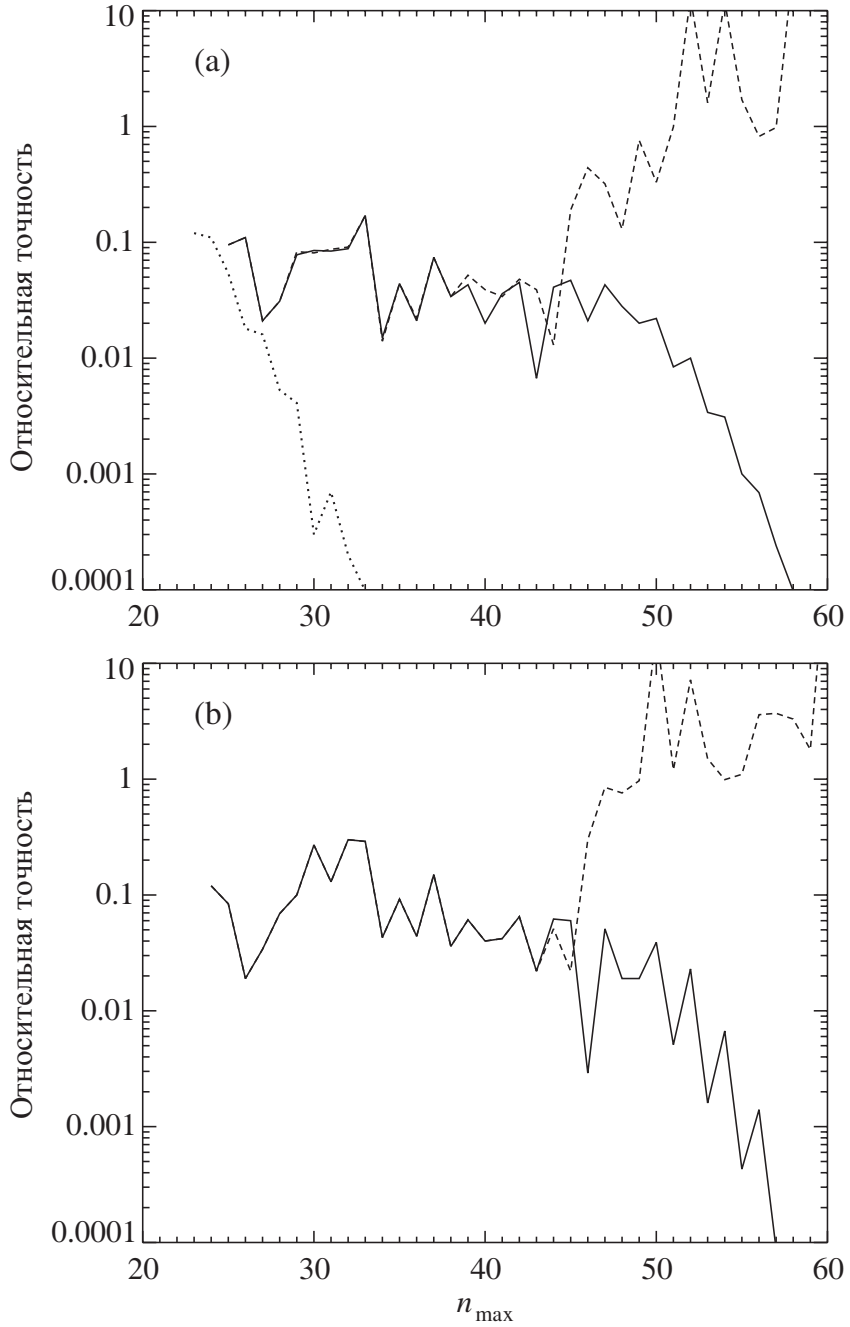

Рис. 3.4. Сходимость различных версий компьютерного кода, основанного на методе EBCM (пояснения в тексте).

обращения, основанной на гауссовом исключении с частичной подстановкой. Очевидно, что для этих частиц код обеспечивает быструю сходимость и отличную точность расчетов. В то же время штриховая кривая на рис. 3.4а демонстрирует нестабильность расчетов с удвоенной точностью для хаотически ориентированных вытянутых сфероидов с отношением осей, равным 4, относи-

тельным показателем преломления $m = 1.5 + \mathrm{i}0.02$ и размерным параметром $x_{\mathrm{s}} = 16$.

Как было показано в [167, 186], эффективными приемами улучшения сходимости расчетов, основанных на методе расширенного граничного условия, являются:

- вычисление элементов матрицы $\mathbf{Q}$ и ее обращение с использованием учетверенной точности (вещественные переменные типа `REAL*16`);
- обращение этой матрицы при помощи специальной версии так называемого метода LU факторизации.

Несмотря на свою кажущуюся техническую простоту, эти приемы способствовали радикальному расширению области применимости *T*-матричного метода.

Для иллюстрации эффективности первого приема сплошная кривая на рис. 3.4a показывает сходимость расчетов, основанных на использовании переменных учетверенной точности. Очевидны быстрая сходимость и отличная точность результатов для тех же частиц, что оказались «непосильными» для кода, основанного на удвоенной точности расчетов (штриховая кривая). При этом практически не потребовалось менять компьютерную программу и существенно увеличивать требования к размеру оперативной памяти ЭВМ.

Рисунок 3.4b иллюстрирует эффективность второго приема на примере хаотически ориентированных вытянутых сфероидов с отношением осей, равным 4, относительным показателем преломления $m = 1.5$ и размерным параметром $x_{\mathrm{s}} = 16$. Штриховая кривая показывает, что код с использованием учетверенной точности и гауссового исключения с частичной подстановкой не обеспечивает численной сходимости *T*-матричных расчетов, тогда как код с использованием учетверенной точности и LU факторизации дает очень точные результаты.

3.5. Пакет программ, основанных на *T*-матричном методе

Пакет *T*-матричных компьютерных программ, разработанных диссертантом,

находится в свободном доступе на электронном сервере http://www.giss.nasa.gov/~crmim с 1996 года и нашел применение в более чем 450 журнальных публикациях. Этот пакет может быть использован для расчета светорассеивающих свойств как простых осесимметричных частиц, так и кластеров, состоящих из однородных сферических частиц. Частными примерами являются сфероиды [168], конечные круговые цилиндры [176], чебышевские частицы [169], пересекающиеся или «целующиеся» шары [188], усеченные сферы [195] и агрегаты, состоящие из разнесенных или находящихся в контакте шаров [166, 173, 200] (см. рис. 3.5). Во всех случаях рассеиватели могут либо быть хаотически ориентированными [139], либо находиться в произвольной фиксированной ориентации [150].

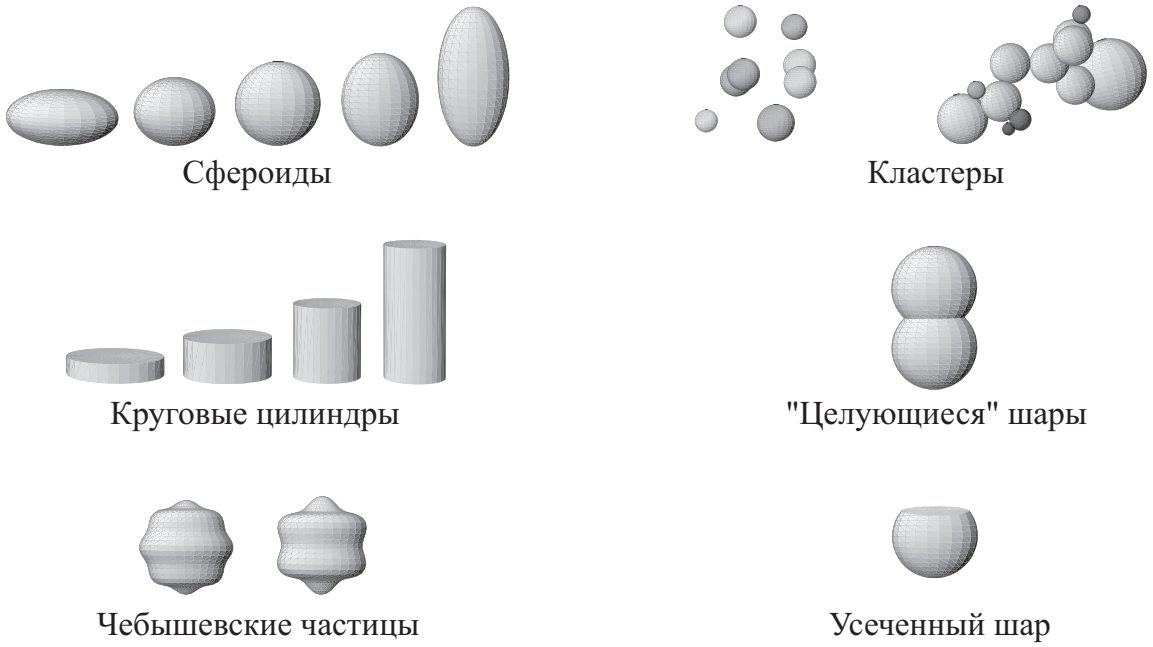

Рис. 3.5. Типичные примеры рассеивающих объектов в *T*-матричных программах, помещенных на общедоступном компьютерном сервере http://www.giss.nasa.gov/~crmim.

Расчет *T* матрицы для простых осесимметричных частиц выполняется при помощи метода EBCM с использованием численных приемов и автоматической процедуры проверки сходимости, описанных в разделе 3.4. *T* матрицы для кластеров находятся при помощи метода суперпозиции [38, 57, 69, 194]. Последний основан на разложении всех полей, входящих в уравнения Фолди–Лакса, по

векторным сферическим волновым функциям, центрированным или на отдельных сферах, или на начале лабораторной системы координат. Как мы уже видели, T матрица каждой сферы диагональна в локальной системе координат с началом в центре сферы и описывает преобразование коэффициентов разложения частичного поля, возбуждающего сферу, в коэффициенты разложения соответствующего частичного поля, рассеянного сферой. Решение уравнений Фолди–Лакса дает некую матрицу перехода, «центрированную» на индивидуальных сферах. Использование трансляционного соотношения (3.11) позволяет пересчитать ее по отношению к лабораторной системе координат, давая тем самым T матрицу всего кластера как единого рассеивателя.

Исключительная эффективность и широкий диапазон применимости T-матричных программ, разработанных диссертантом на основе метода расширенного граничного условия, проиллюстрированы на рис. 3.6. Тонкие черные кривые показывают индикатрисы рассеяния, вычисленные для хаотически ориентированных круговых цилиндров с относительным показателем преломления $m = 1.311$, отношением длины к диаметру, равным единице, и размерным параметром x_s, меняющимся от 40 до 180. Значение $x_s = 180$ является своеобразным «рекордом» в опубликованных точных расчетах для несферических частиц. Следует, однако, отметить, что этот рекорд был установлен в 1999 г. на настольном компьютере IBM RISC 397 [187] и к настоящему времени далеко не отражает реальных возможностей T-матричных программ при прогоне на современных и более мощных ЭВМ.

Толстые серые кривые на том же рисунке показывают результаты расчетов, выполненных при помощи метода геометрической оптики [123, 194]. Последний был специально разработан как относительно простое теоретическое приближение к строгим решениям уравнений Максвелла, потенциально применимое к частицам с размерами, намного превышающими длину волны света. Сравнение строгих и приближенных результатов на рис. 3.6, в частности, свидетельствует, что точность метода геометрической оптики становится прием-

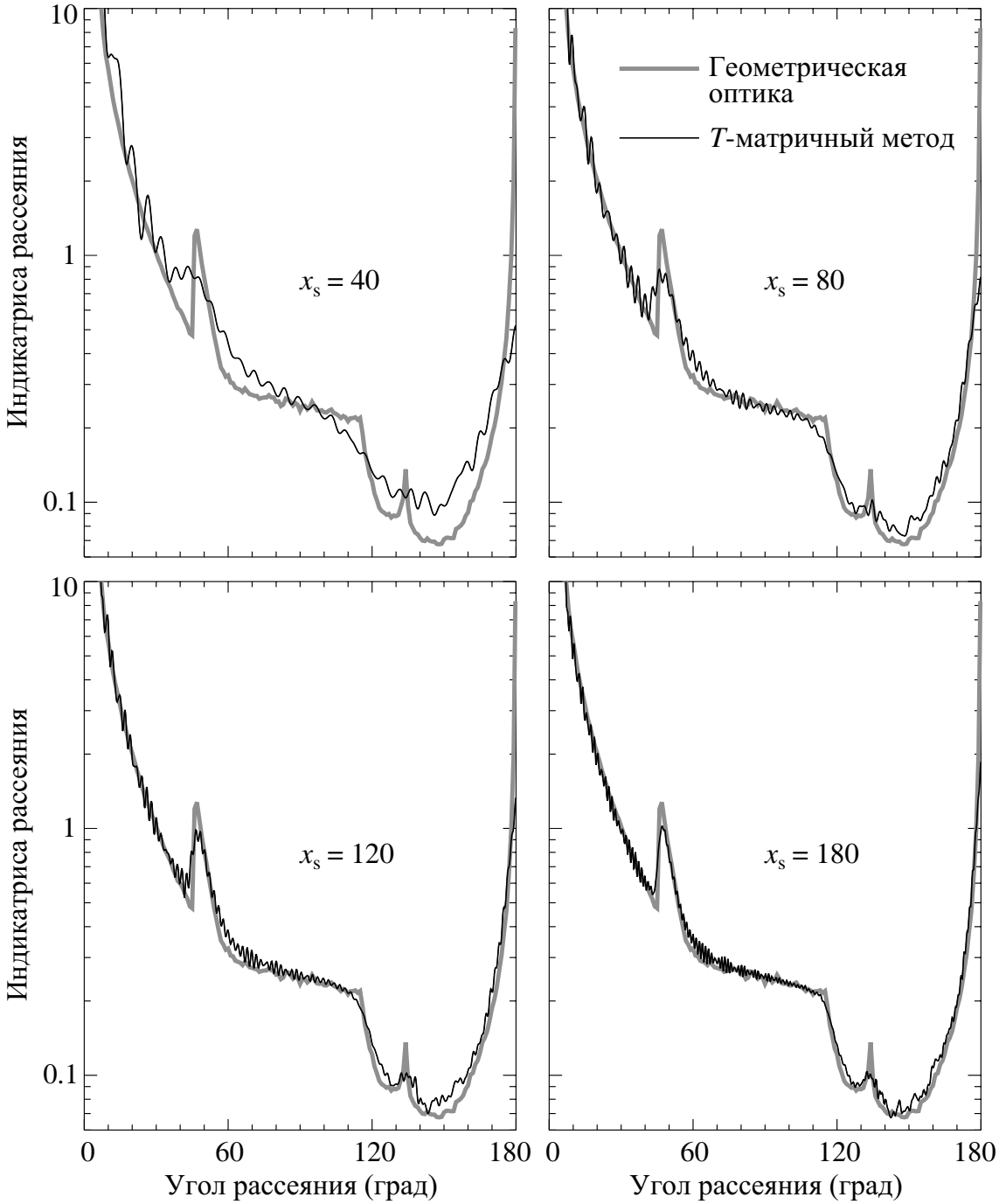

Рис. 3.6. Сравнение строгих *T*-матричных расчетов и расчетов с использованием приближения геометрической оптики.

лемой только при значениях размерного параметра, превышающих 180.

Все *T*-матричные программы, помещенные на общедоступном сервере http://www.giss.nasa.gov/~crmim, прошли тщательное тестирование и проверку по отношению к методу разделения переменных для сфероидов [87]. Было

установлено, что субъективная оценка точности расчетов, основанная на внутреннем критерии сходимости, является также объективной оценкой точности. Очень высокая точность *T*-матричных вычислительных программ была использована для получения тестовых результатов (benchmark results) с пятью и более значащими цифрами, которые могут быть использованы для проверки других строгих и приближенных методик расчета светорассеивающих свойств несферических частиц [87, 136, 139, 150, 174, 176, 194]. Многочисленные временные тесты показали, что быстродействие *T*-матричных программ, разработанных диссертантом, не имеет себе аналогов, в особенности при расчетах для хаотически ориентированных частиц.

Многочисленные примеры использования описанных выше *T*-матричных компьютерных программ будут приведены в последующих главах.

3.6. Основные результаты

Целый ряд фундаментальных и практических результатов, изложенных в этой главе, являются оригинальными и выносятся на защиту. К наиболее важным из них относятся следующие:

1. Вывод закона преобразования *T* матрицы при параллельных переносах (трансляциях) системы координат [177].
2. Разработка эффективных (квази)аналитических методов расчета светорассеивающих свойств ансамблей хаотически или аксиально ориентированных несферических частиц [11, 133, 137, 139].
3. Разработка общей *T*-матричной процедуры расчета светорассеивающих свойств несферической частицы, находящейся в произвольной фиксированной ориентации по отношению к лабораторной системе координат, при произвольных направлениях облучения и рассеяния по отношению к той же системе координат [150]. Эта процедура особенно полезна при решении уравнения переноса излучения в анизотропных средах, состоящих из преимущественно ориентированных несферических частиц.

4. Разработка эффективных средств улучшения сходимости расчетов по методу расширенного граничного условия, которые способствовали кардинальному расширению области применимости *T*-матричного метода [167, 186].
5. Разработка пакета исключительно эффективных и удобных для использования *T*-матричных программ, применимых к широкому кругу практических задач, и размещение этого пакета на общедоступном сервере http://www.giss.nasa.gov/~crmim [186, 194].
6. Использование *T*-матричных программ для получения многочисленных тестовых результатов, предназначенных для проверки альтернативных теоретических методик [136, 139, 150, 176, 194].

ГЛАВА 4

ОДНОКРАТНОЕ РАССЕЯНИЕ СВЕТА МОНОДИСПЕРСНЫМИ И ПОЛИДИСПЕРСНЫМИ ЧАСТИЦАМИ

Знание характеристик электромагнитного рассеяния в дальней зоне необходимо для анализа лабораторных измерений рассеяния света одиночной частицей, взвешенной при помощи метода оптической или электростатической левитации. Те же характеристики, но усредненные по ансамблю частиц, входят в формулы приближения однократного рассеяния (2.51)–(2.55) и, как мы увидим в дальнейшем, в уравнение переноса (6.5).

Разнообразие форм, размеров и химических составов частиц, встречающихся в природе и в искусственных условиях, кажется безграничным. Характеристики однократного рассеяния монодисперсных и полидисперсных сферических частиц могут быть относительно легко вычислены на ЭВМ при помощи теории Ми и к настоящему времени хорошо изучены [194]. Однако большинство частиц, встречающихся на практике, являются несферическими и могут иметь весьма сложную морфологию. Это обстоятельство делает важными и актуальными строгие расчеты однократного рассеяния света на частицах, заведомо отличающихся по форме от идеальных сфер.

Благодаря своей исключительной эффективности и широкому диапазону возможностей, *T*-матричный метод активно использовался для расчета светорассеивающих свойств несферических и морфологически сложных частиц. При этом важным фактором служило то, что вплоть до настоящего времени *T*-матричные программы, разработанные диссертантом, остаются едва ли не единственным практическим средством строгого теоретического анализа однократного рассеяния света полидисперсными ансамблями на основе массовых расчетов для десятков и сотен тысяч индивидуальных хаотически ориентированных несферических частиц.

Потребовалось бы слишком много места для того, чтобы подробно изложить и проанализировать всю совокупность *T*-матричных результатов, опубликованных диссертантом к настоящему времени. Поэтому задача этой главы будет заключаться в описании лишь нескольких важных и поучительных результатов, для получения которых потребовалось использовать весь арсенал уникальных средств, предоставляемых наиболее современными версиями *T*-матричных компьютерных программ.

4.1. Оптические резонансы

Из теории Ми хорошо известно, что рассеяние плоской электромагнитной волны на идеальном диэлектрическом шаре приводит к возникновению интерференционной структуры и оптических резонансов в виде высокочастотной ряби и сверхузких пиков или провалов на графиках различных светорассеивающих характеристик как функций размерного параметра $x = 2\pi r/\lambda_1$, где r – радиус шара [85, 194]. В то время как интерференционная структура обусловлена интерференцией света, пропущенного и диффрагированного частицей, и является достаточно универсальным явлением, резонансы вызваны тем, что знаменатель в выражении для одного из коэффициентов рассеяния Ми находится в области локального минимума.

Проявления интерференционной структуры и резонансов особенно наглядны на цветных диаграммах, показывающих элементы нормализованной матрицы рассеяния как функции угла рассеяния и размерного параметра. Действительно, как хорошо видно на рис. 4.1, интерференционная структура доминирует на графике, выполненном с низким разрешением, тогда как диаграммы, построенные с промежуточным (см. рис. 4.2a) и высоким (рис. 4.2b) разрешением, выявляют сначала широкие (рябь), а затем и сверхузкие резонансы [192].

Хотя лабораторная демонстрация ряби не представляет технических слож-

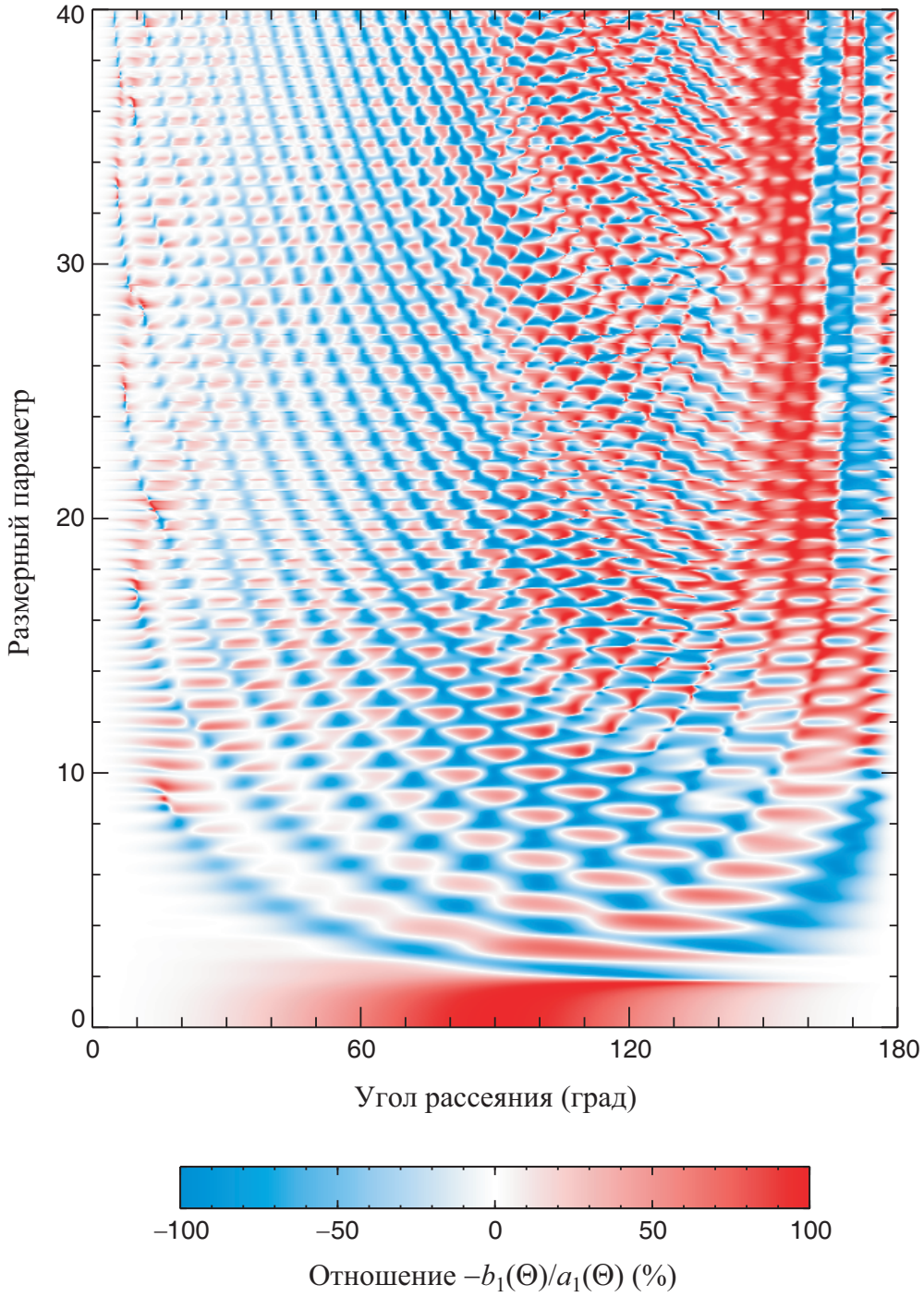

Рис. 4.1. Отношение элементов нормализованной матрицы рассеяния $-b_1(\Theta)/a_1(\Theta)$ для монодисперсных сферических частиц с относительным показателем преломления m = 1.4 как функция угла рассеяния Θ и размерного параметра $x = k_1 r$.

ностей, измерение профилей сверхузких резонансов является нетривиальной проблемой. Тем не менее, такие измерения все чаще используются для оптичес-

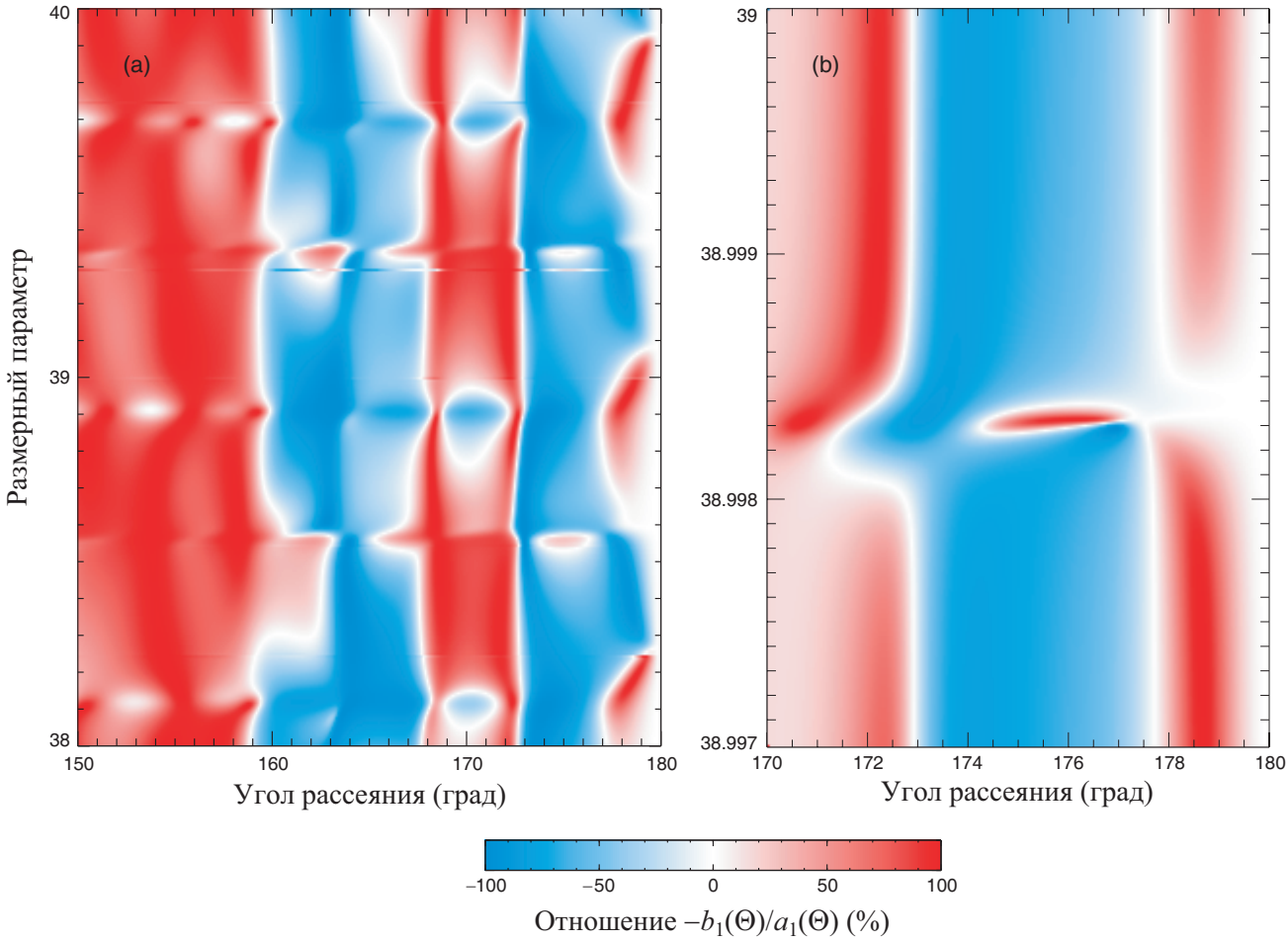

Рис. 4.2. То же, что на рис. 4.1, но с промежуточным (слева) и высоким (справа) разрешением.

кого определения микрофизических характеристик частиц. Это обстоятельство вызывает законный вопрос: насколько форма реальной частицы должна быть близка к идеальной сфере, чтобы рассеяние на частице приводило к появлению сверхузких резонансов? Поскольку частица, очень близкая по форме к сферической, вряд ли может иметь преимущественную ориентацию в типичных лабораторных условиях, ответ на этот вопрос требует максимально точных расчетов светорассеяния для хаотически ориентированных несферических частиц. Это обстоятельство делает неизбежным использование *T*-матричного метода. Действительно, как уже упоминалось, одним из важнейших преимуществ этого метода является (квази)аналитическое усреднение светорассеивающих характеристик по ориентациям частиц, в результате чего численная точность не

ухудшается за счет использования приближенной квадратурной формулы для численного интегрирования по углам Эйлера.

Рисунки 4.3–4.6 суммируют результаты *T*-матричных расчетов для сфери-

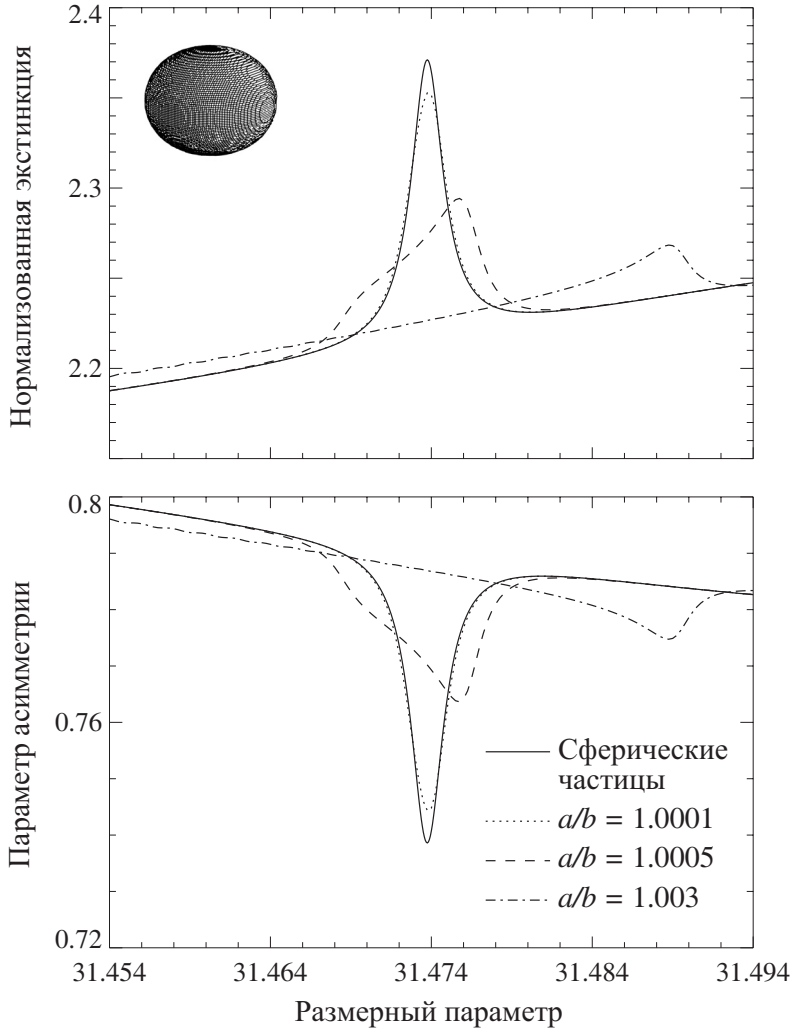

Рис. 4.3. Результаты *T*-матричных расчетов для сферических частиц и хаотически ориентированных сплюснутых сфероидов в области резонанса Ми a_{38}^{1}.

ческих частиц и хаотически ориентированных сфероидов и чебышевских частиц с относительным показателем преломления $m = 1.4$ в области размерных параметров *x*, при которых имеет место так называемый резонанс Ми a_{38}^{1} [195]. Мы используем терминологию, введенную в [50], согласно которой a_{38}^{1} является первым резонансом, создаваемым коэффициентом Ми a_{38} по мере увеличения *x* от нулевого значения. Форма сфероида задается отношением полуосей a/b, где

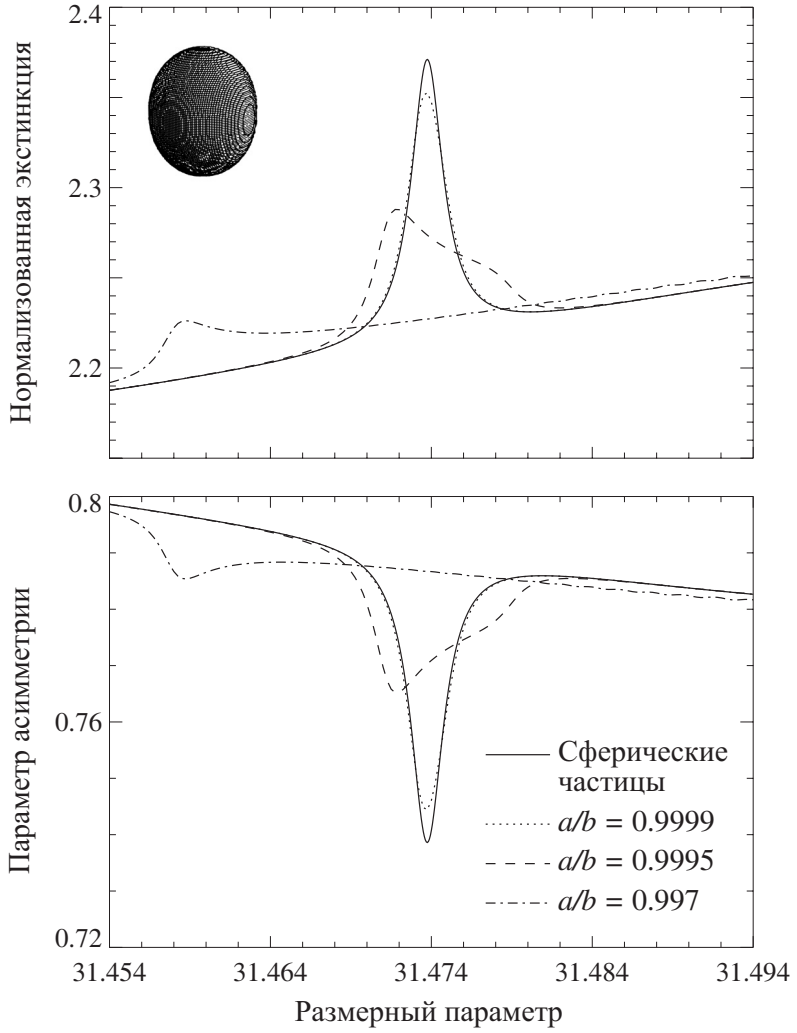

Рис. 4.4. То же, что на рис. 4.3, но для вытянутых сфероидов.

b – полуось вращения. Форма чебышевской частицы $T_n(\xi)$ по отношению к системе координат, связанной с частицей, задается формулой $R(\theta) = r_0[1 + \xi T_n(\cos\theta)]$, где r_0 – радиус невозмущенной сферы, ξ – параметр деформации, $T_n(\cos\theta) = \cos n\theta$ – полином Чебышева степени n, θ – зенитный угол [292]. Размер несферических частиц задается в терминах радиуса r сферической частицы равного объема. Нормализованное сечение экстинкции определяется как отношение $\langle C_{\text{ext}} \rangle / (\pi r^2)$, где $\langle C_{\text{ext}} \rangle$ – сечение экстинкции в расчете на одну частицу, усредненное по ориентациям. Параметр асимметрии определяется стандартной формулой

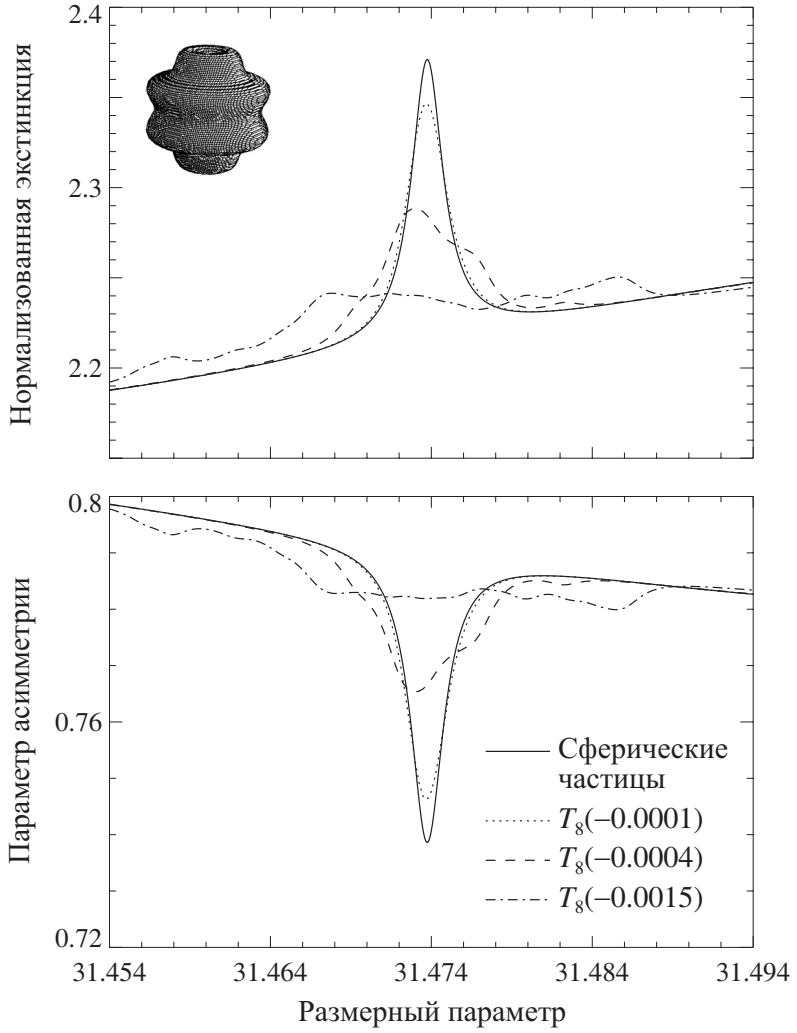

Рис. 4.5. То же, что на рис. 4.3, но для чебышевских частиц.

$$\langle \cos\Theta \rangle = \frac{1}{2}\int_0^{\pi} \mathrm{d}\Theta \sin\Theta \, a_1(\Theta) \cos\Theta.$$

Относительная точность T-матричных расчетов во всех случаях была не хуже чем 10^{-10}. Для того, чтобы прописать точный профиль резонанса, расчеты проводились с очень малым шагом по размерному параметру, $\Delta x = 0.0003$. Вставки на рис. 4.3–4.6 показывают соответствующие формы частиц, хотя степень несферичности сильно преувеличена в иллюстративных целях.

Сплюснутые и вытянутые сфероиды идеально подходят для моделирования простых однородных деформаций сферической частицы как единого целого, тогда как чебышевские частицы являются хорошей моделью для почти сфери-

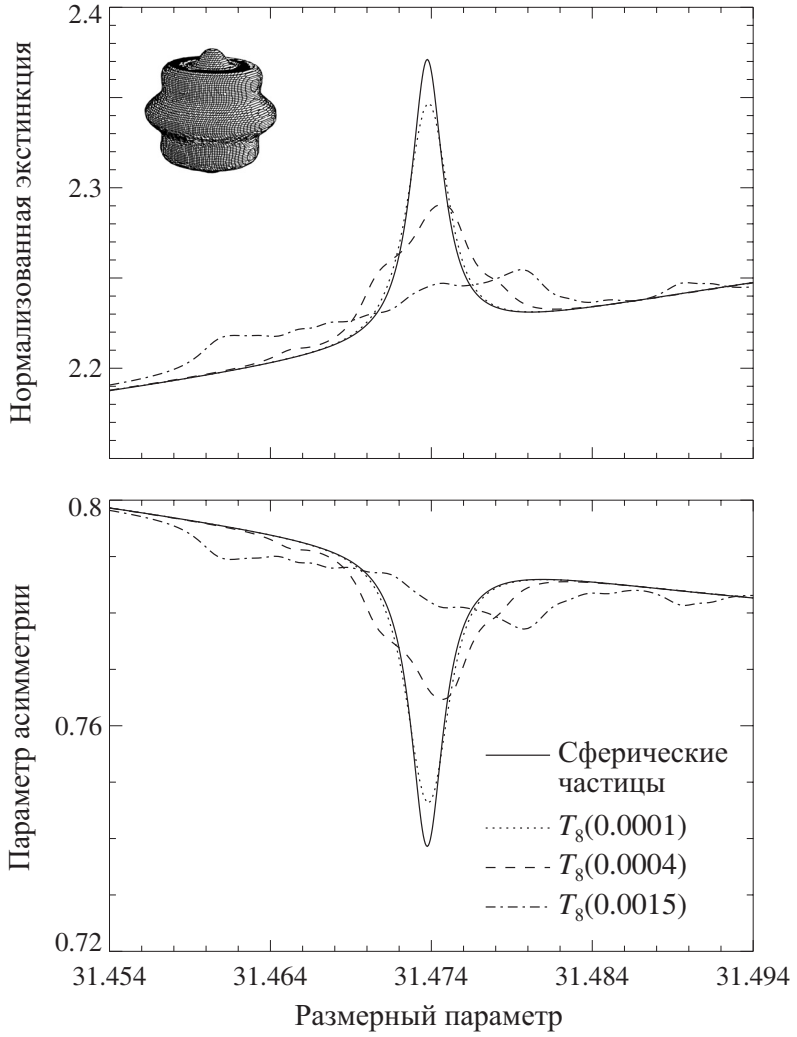

Рис. 4.6. То же, что на рис. 4.5, но для положительных параметров деформации.

ческих частиц с волнообразной поверхностью (рябью). Видно, что оба типа деформации одинаково влияют на оптические резонансы. Именно, увеличение отношения a/b для сплюснутых сфероидов, отношения b/a для вытянутых сфероидов и модуля параметра деформации ξ для чебышевских частиц приводит к быстрому уменьшению высоты резонансных пиков в нормализованной экстинкции и глубины резонансных провалов в параметре асимметрии. Несколько неожиданным результатом является то, что деформация шара на величину, составляющую одну сотую длины волны света, приводит к почти полному исчезновению резонанса. Вторичными эффектами являются сдвиг резонанса в сторону увеличивающихся или уменьшающихся размерных параметров и услож-

нение структуры резонанса, в результате чего резонанс выглядит как результат наложения нескольких второстепенных резонансов. Интересно отметить, что направление сдвига резонанса с увеличением деформации оказывается противоположным как для сплюснутых и вытянутых сфероидов, так и для чебышевских частиц с отрицательными и положительными параметрами деформации.

Рисунок 4.7 дополняет рис. 4.4 тем, что охватывает значительно бóльший

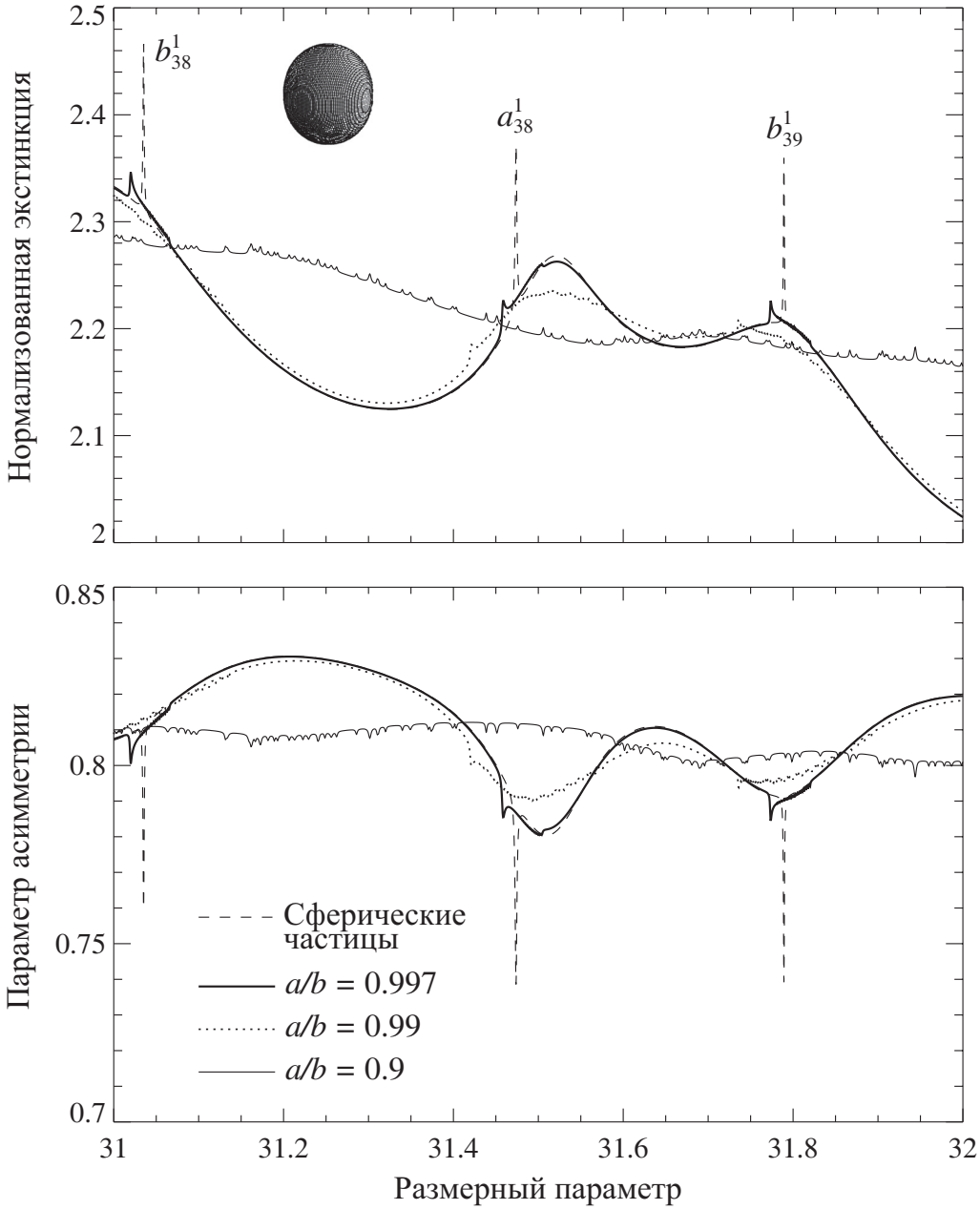

Рис. 4.7. То же, что на рис. 4.4, но для более широкого диапазона размерных параметров.

диапазон значений размерного параметра, включающий как три сверхузких резонанса b_{38}^{1}, a_{38}^{1} и b_{39}^{1}, так и более широкие резонансы. Очевидно, что подавление более широких резонансов требует значительно бóльших деформаций сферических частиц. Интересной особенностью кривой для $a/b = 0.9$ на рис. 4.7 является присутствие высокочастотной ряби, наложенной на медленно и слабо меняющийся «фон». Эта рябь отсутствует на кривых для сфероидов, очень близких по форме к идеальным шарам, и привносится дополнительными естественными частотами колебаний, которые свойственны более «несферическим» сфероидам, находящимся в определенных ориентациях по отношению к падающему свету. Этот эффект продемонстрирован на рис. 4.8, который показы-

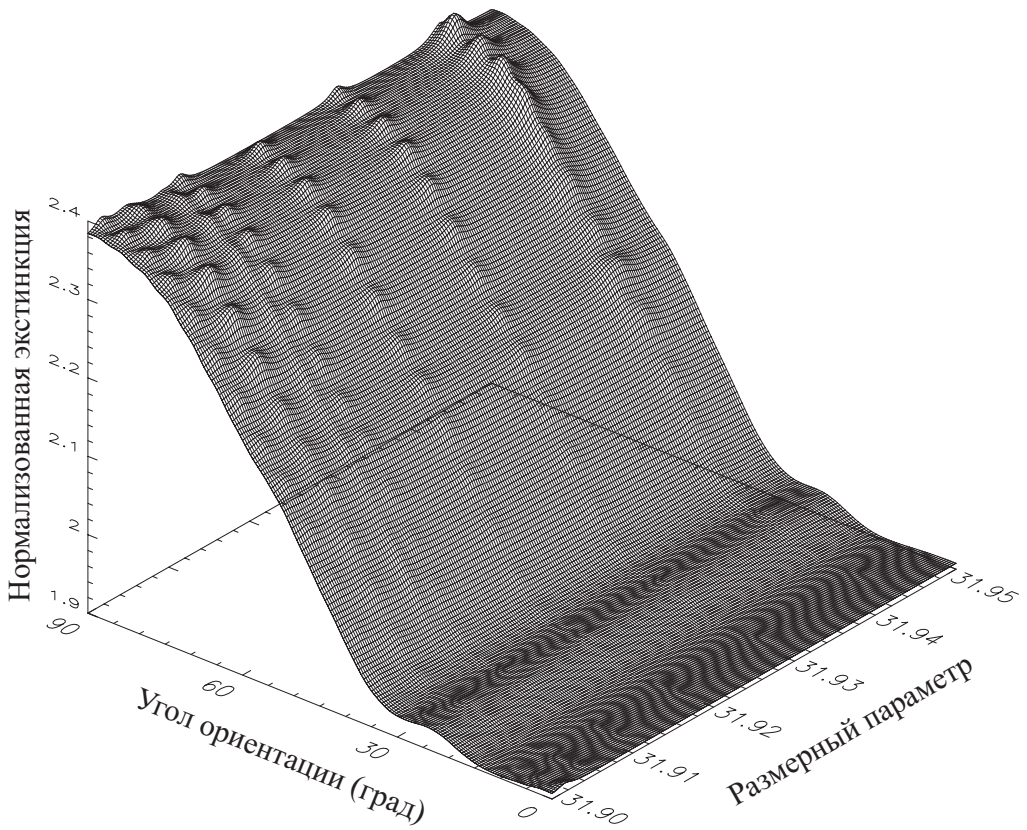

Рис. 4.8. Нормализованная экстинкция $C_{\text{ext}}(\beta)/(\pi r^2)$ для вытянутых сфероидов с отношением полуосей $a/b = 0.9$.

вает результаты расчетов нормализованной экстинкции $C_{\text{ext}}(\beta)/(\pi r^2)$ как функции эквиобъемного размерного параметра и угла β, определенного как угол

между осью сфероида и направлением падающего луча, для вытянутых сфероидов с отношением полуосей $a/b = 0.9$. Падающий луч считается неполяризованным. Значительное систематическое возрастание сечения экстинкции C_{ext} с ростом β на рис. 4.8 объясняется растущей площадью поперечного сечения сфероидов в плоскости, перпендикулярной направлению падения.

Общее свойство сфероидов и чебышевских частиц заключается в том, что даже малейшие отклонения отношения полуосей a/b от единицы или параметра деформации ξ от нуля затрагивают всю поверхность частицы. Поэтому интересно проанализировать поведение сверхузкого резонанса для частицы, полученной путем деформации только малой доли поверхности идеального шара. Хорошим примером таких частиц являются усеченные шары (рис. 3.5). Удобно характеризовать форму усеченного шара параметром асферичности $e = (l - r)/r$, где r – радиус изначального шара и l – размер усеченного шара вдоль оси вращения (рис. 4.9). Например, значение $e = 1$ соответствует идеальному шару, тогда как значение $e = 0$ соответствует полушару.

Рисунок 4.9 аналогичен рис. 4.3–4.6, но показывает результаты расчетов для усеченных шаров, соответствующих трем убывающим значениям параметра асферичности e. Очевидно, что теперь требуется значительно бóльшая степень асферичности для подавления сверхузкого резонанса, чем в случае сфероидов и чебышевских частиц. Другим замечательным результатом является то, что позиция резонанса остается совершенно неизменной независимо от значения параметра e.

Таким образом, наши расчеты показывают, что деформации, затрагивающие всю сферическую поверхность и имеющие амплитуды, меньшие $\lambda_1/100$, приводят к почти полному исчезновению сверхузких резонансов, в то время как значительно бóльшие деформации требуются для подавления более широких резонансов. Этот результат находится в согласии с традиционной физической интерпретацией резонансов как следствия конструктивной интерференции волн, распространяющихся вдоль внутренней поверхности сферы в результате почти

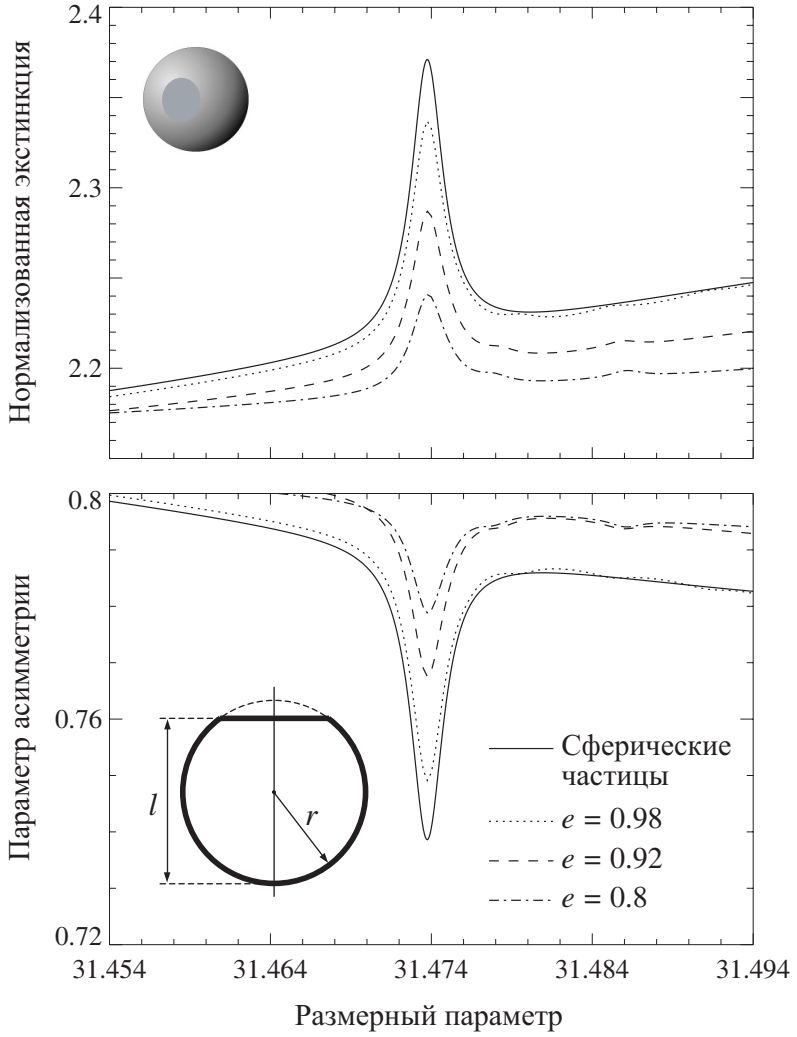

Рис. 4.9. То же, что на рис. 4.3, но для усеченных шаров.

полного внутреннего отражения [85]. После обегания всей окружности сферы, волны прибывают в точку начального входа с фазой, в точности равной начальной фазе, и затем повторяют свой путь без ослабления за счет деструктивной интерференции. Деформация, затрагивающая всю поверхность шара, нарушает точные фазовые соотношения и способствует деструктивной интерференции, подавляющей резонансы. Поскольку ширина резонанса обратно пропорциональна внутреннему набеганию фазы, сверхузкие резонансы оказываются особенно чувствительными к усиливающимся деформациям.

Эта интерпретация резонансов находится в согласии и с результатами расчетов для усеченных шаров. В последнем случае значительная часть

идеальной сферической поверхности остается нетронутой даже при весьма малых значениях параметра e и поддерживает многие внутренние траектории волны, приводящие к возникновению сверхузкого резонанса. Более того, положение резонанса остается неизменным, поскольку радиус кривизны поверхности при этом не меняется.

Другим важным результатом нашего анализа является то, что он позволяет оценить верхний предел возможных отклонений поверхности частицы от идеальной сферы в многочисленных лабораторных наблюдениях резонансов. Очевидно, что сфероиды и чебышевские частицы являются более адекватным средством моделирования естественных деформаций капелек воды и других жидкостей, чем усеченные шары. Поэтому тот факт, что многие лабораторные эксперименты привели к успешному наблюдению сверхузких резонансов, означает, что рассеивающие частицы имели формы, предельно близкие к идеальным шарам.

В заключение этого раздела отметим еще раз важнейшее преимущество T-матричного метода при исследовании оптических резонансов. Действительно, чрезвычайная чувствительность сверхузких резонансов к деформациям поверхности, меньшим $\lambda_1/100$, делает практически невозможным использование метода конечных элементов или метода дискретных диполей, в которых обычно используется значительно более грубая дискретизация объема и поверхности рассеивающих частиц [191].

4.2. Эффекты усреднения по размерам и ориентациям

Большинство частиц в естественных и искусственных условиях не показывают сильной интерференционной и резонансной структуры в рассеянном свете. Существует два фундаментальных фактора, которые в большинстве случаев приводят к полному исчезновению резонансов и почти полному исчезновению интерференционных максимумов и минимумов. Мы продемонстрируем их влияние по отдельности.

Первым фактором, влияние которого не зависит от морфологии частиц, является полидисперсность, заключающаяся в том, что распределение частиц по размерам не является дельта функцией. Пусть, например, полидисперсность ансамбля однородных сферических частиц описывается простым гамма распределением по радиусам $r \in [r_{\min}, r_{\max}]$:

$$n(r) = \text{constant} \times r^{(1-3b)/b} \exp\left(-\frac{r}{ab}\right), \quad b \in (0, 0.5), \tag{4.1}$$

причем константа выбрана так, что выполняется стандартное условие нормировки

$$\int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \mathrm{d}r\, n(r) = 1. \tag{4.2}$$

Удобно характеризовать любое распределение по размерам его эффективным радиусом и эффективной дисперсией (шириной), которые определяются следующим образом:

$$r_{\text{eff}} = \frac{1}{\langle G \rangle} \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \mathrm{d}r\, n(r) r \pi r^2, \tag{4.3}$$

$$v_{\text{eff}} = \frac{1}{\langle G \rangle r_{\text{eff}}^2} \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \mathrm{d}r\, n(r)(r - r_{\text{eff}})^2 \pi r^2, \tag{4.4}$$

где

$$\langle G \rangle = \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \mathrm{d}r\, n(r) \pi r^2 \tag{4.5}$$

представляет среднюю площадь поперечного сечения частицы [79]. В частном случае гамма распределения с $r_{\min} = 0$ и $r_{\max} = \infty$ легко показать, что $r_{\text{eff}} = a$ и $v_{\text{eff}} = b$. Рисунок 4.10 демонстрирует эволюцию отношения $-b_1/a_1$ элементов нормализованной матрицы рассеяния с увеличением ширины распределения по размерам. Это отношение описывает степень поляризации однократно рассеян-

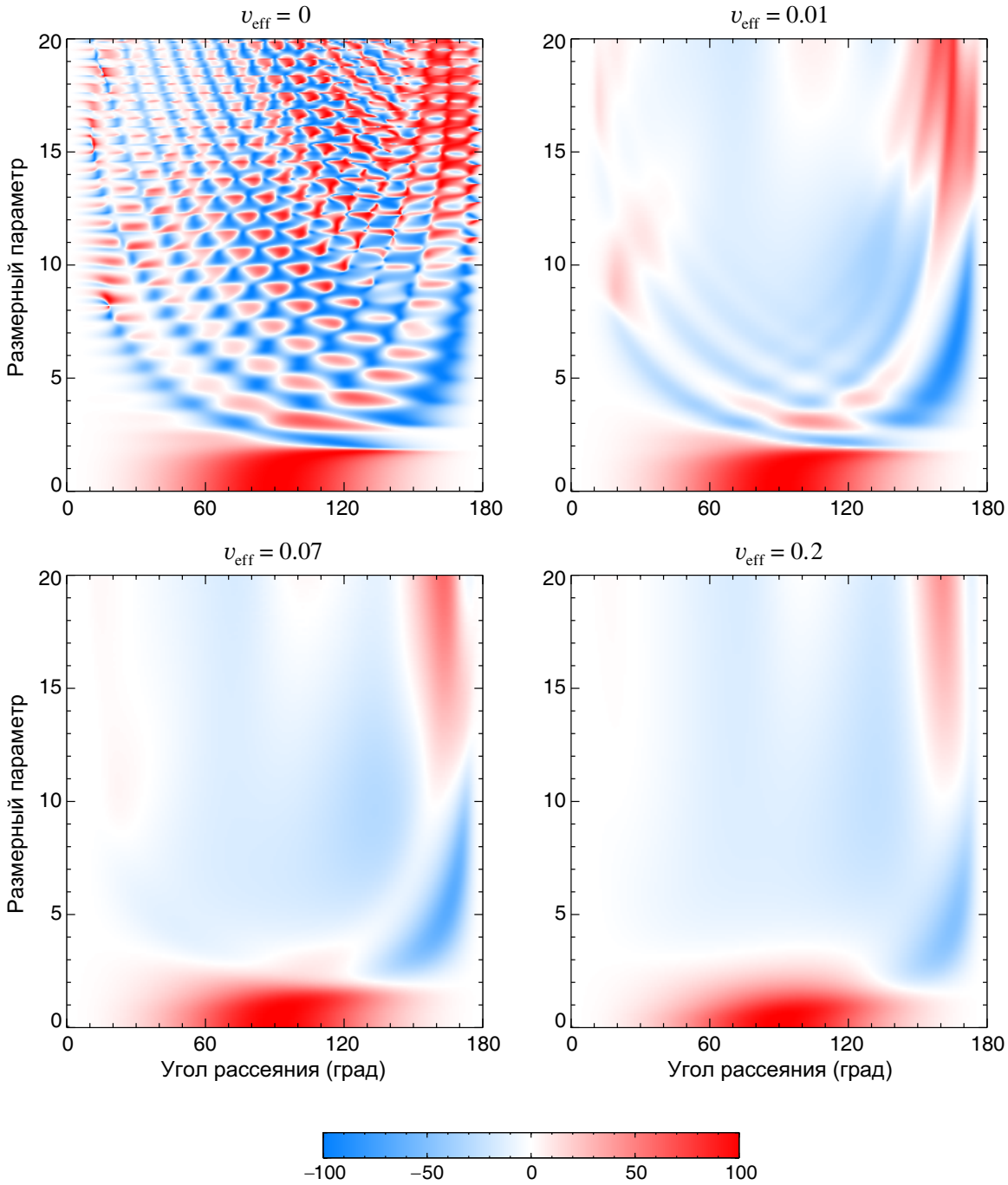

Рис. 4.10. Диаграммы отношения $-b_1/a_1$ как функции эффективного размерного параметра $x_{\text{eff}} = k_1 r_{\text{eff}}$ и угла рассеяния для сферических частиц с относительным показателем преломления 1.44 и эффективной дисперсией $v_{\text{eff}} = 0$ (значение для монодисперсных частиц), 0.01, 0.07 и 0.2.

ного света при условии, что падающий свет является неполяризованным. Диаграмма для $v_{\text{eff}} = 0.01$ показывает, что даже очень слабая дисперсия размеров приводит к исчезновению резонансных и большей части интерференционных

эффектов. С увеличением v_{eff} максимумы сглаживаются, минимумы заполняются, а поляризация приближается к нейтральной (за исключением области рэлеевского рассеяния, соответствующей очень малым размерным параметрам). Все эти эффекты увеличения ширины распределения по размерам легко понять количественно как следствия (взвешенного) интегрирования по вертикальным линиям увеличивающейся длины на левой верхней диаграмме.

Вторым фактором, как мы уже видели в предыдущем разделе, является совместный эффект несферичности и усреднения по ориентациям частиц. Поучительная демонстрация этого эффекта представлена на рис. 4.11, который показывает отношение

$$-\frac{Z_{21}(\theta^{\text{sca}}, \varphi^{\text{sca}} = 0; \theta^{\text{inc}} = 0, \varphi^{\text{inc}} = 0)}{Z_{11}(\theta^{\text{sca}}, \varphi^{\text{sca}} = 0; \theta^{\text{inc}} = 0, \varphi^{\text{inc}} = 0)} \tag{4.6}$$

элементов фазовой матрицы для монодисперсных сферических частиц и сплюснутых сфероидов с отношением полуосей 1.7. Размер сфероидов задается в терминах радиуса сферической частицы, имеющей ту же площадь поверхности. Относительный показатель преломления всех частиц равен 1.53 + i0.008. Видно, что диаграммы для сферических частиц и сфероидов в двух фиксированных ориентациях совершенно разные и демонстрируют ярко выраженные интерференционные и резонансные образования. С другой стороны, диаграмма (d), построенная для хаотически ориентированных сфероидов, оказывается намного более сглаженной и менее сложной.

Следует ожидать, что совместное влияние эффектов дисперсии размеров и усреднения по ориентациям сделает аналогичные диаграммы поляризации для полидисперсных, хаотически ориентированных сфероидов еще более гладкими. В этом действительно можно убедиться путем сравнения диаграмм 4.11d и 4.12d. Последняя построена для хаотически ориентированных сфероидов, распределенных по размерам в соответствии с модифицированным степенным законом

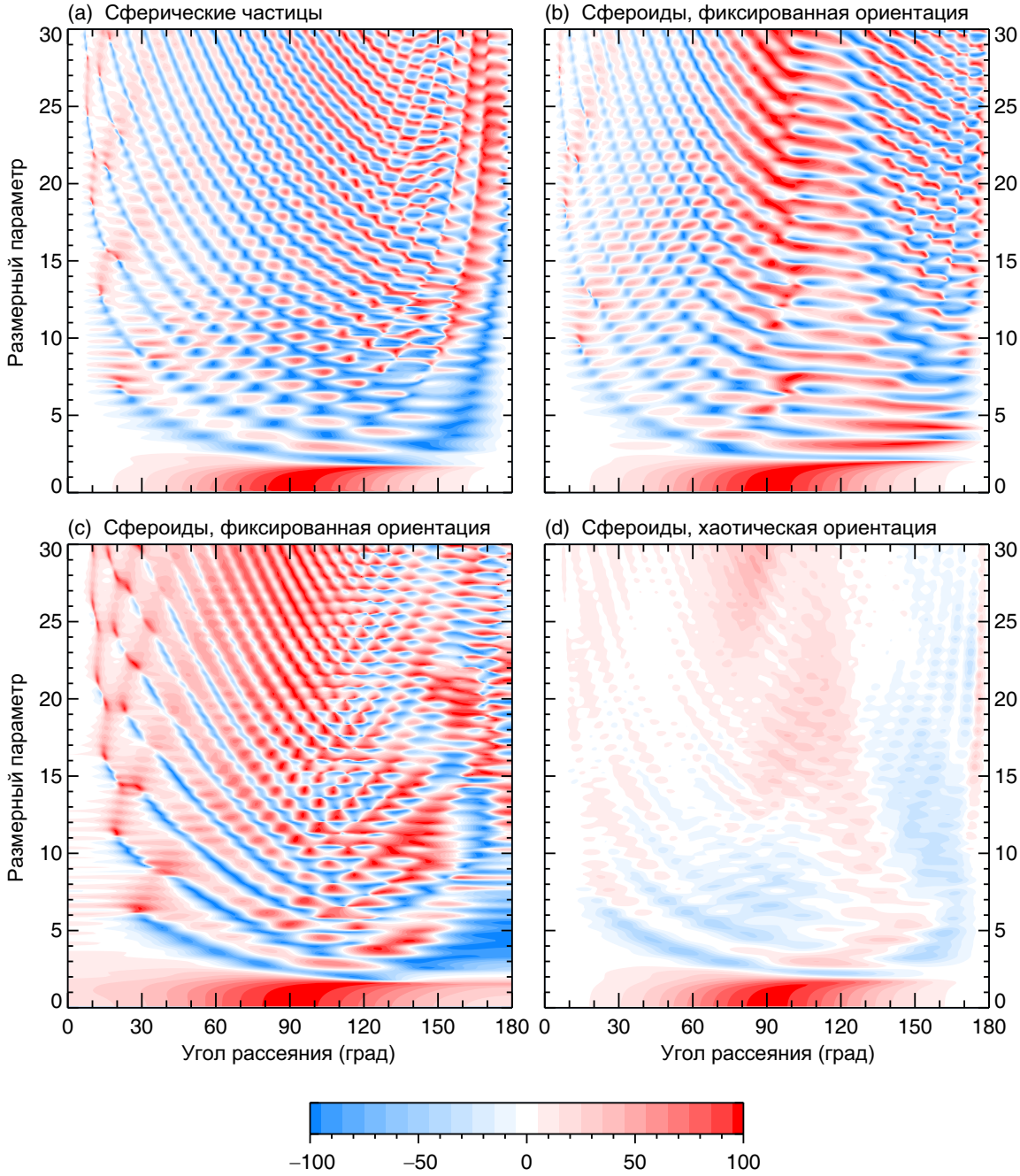

Рис. 4.11. Отношение $-Z_{21}/Z_{11}$ (%) (см. формулу (4.6)) как функция зенитного угла рассеяния θ^{sca} и размерного параметра $x_{\text{eff}} = k_1 r_{\text{eff}}$ для монодисперсных сферических частиц и сфероидов в фиксированной и хаотической ориентациях. На диаграммах (b) и (c) ось вращения сфероидов направлена, соответственно, вдоль осей z и x лабораторной системы координат.

$$n(r) = \begin{cases} \text{constant}, & 0 \le r \le r_1, \\ \text{constant} \times (r/r_1)^{\alpha}, & r_1 \le r \le r_2, \\ 0, & r_2 < r \end{cases} \tag{4.7}$$

с $\alpha = -3$. Как и прежде, размер сфероидов задается радиусом сферической частицы, имеющей ту же площадь поверхности, а параметры r_1 и r_2 выбраны так, что эффективная дисперсия распределения равна $v_{\text{eff}} = 0.1$.

4.3. Светорассеивающие свойства хаотически ориентированных сфероидов, круговых цилиндров и бисфер

Результаты предыдущего раздела убедительно показывают, что моделирование светорассеивающих свойств большинства естественных и искусственных ансамблей частиц требует усреднения по размерам и ориентациям. Такие расчеты являются весьма нетривиальными и требуют существенных вычислительных ресурсов даже с использованием *T*-матричного метода. Однако в результате мы получаем простые гладкие диаграммы светорассеяния, которые можно легко и однозначно интерпретировать. Например, поляризационные диаграммы, представленные на рис. 4.12, показывают, что основными следствиями усиливающейся несферичности частиц являются более нейтральная поляризация и развитие «моста» положительной поляризации при углах рассеяния ~120° [169].

Более того, естественные и искусственные частицы часто проявляют значительное разнообразие форм и морфологий, тем самым, ставя под сомнение применимость светорассеивающих свойств частиц с любой фиксированной формой к ансамблю несферических частиц. Действительно, даже после усреднения по размерам и ориентациям каждая конкретная форма частиц может сохранять специфические особенности в угловой зависимости элементов матрицы рассеяния. В качестве примера, рис. 4.13а показывает индикатрисы рассеяния для монодисперсных сфер с радиусом 1.163 мкм и эквивалентных (в смысле равенства площади поверхности) монодисперсных, хаотически ориентированных вытянутых сфероидов с увеличивающейся несферичностью ε (определяемой здесь и далее как отношение большей полуоси сфероида к меньшей). Длина волны света в окружающей среде равна 0.443 мкм, а относительный показатель

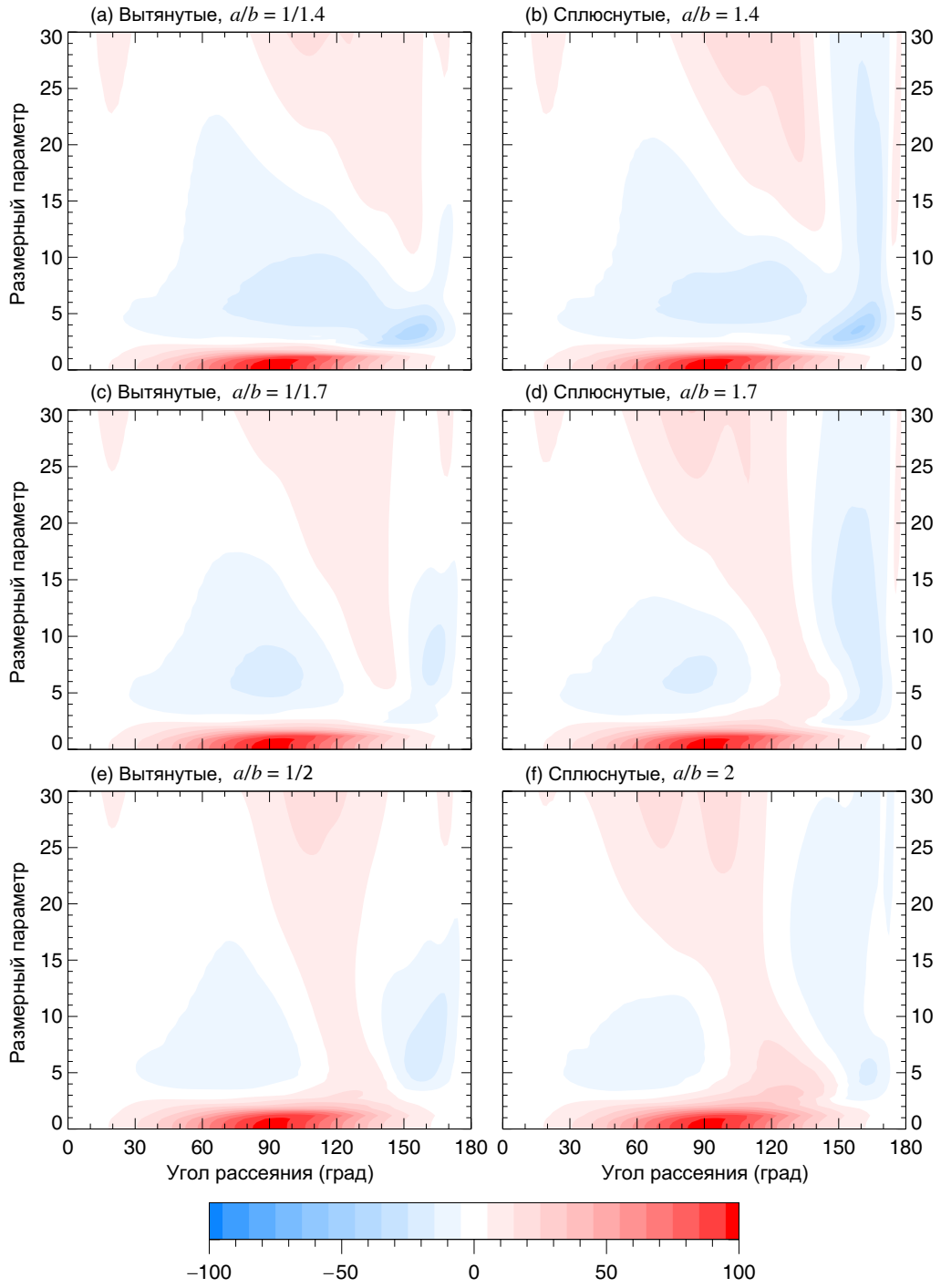

Рис. 4.12. Диаграммы отношения $-b_1/a_1$ как функции эффективного размерного параметра $x_{\text{eff}} = k_1 r_{\text{eff}}$ и угла рассеяния для полидисперсных хаотически ориентированных сфероидов с относительным показателем преломления 1.53 + i0.008.

преломления всех частиц равен 1.53 + i0.008. Видно, что кривые для монодисперсных частиц образуют запутанное переплетение, плохо поддающееся

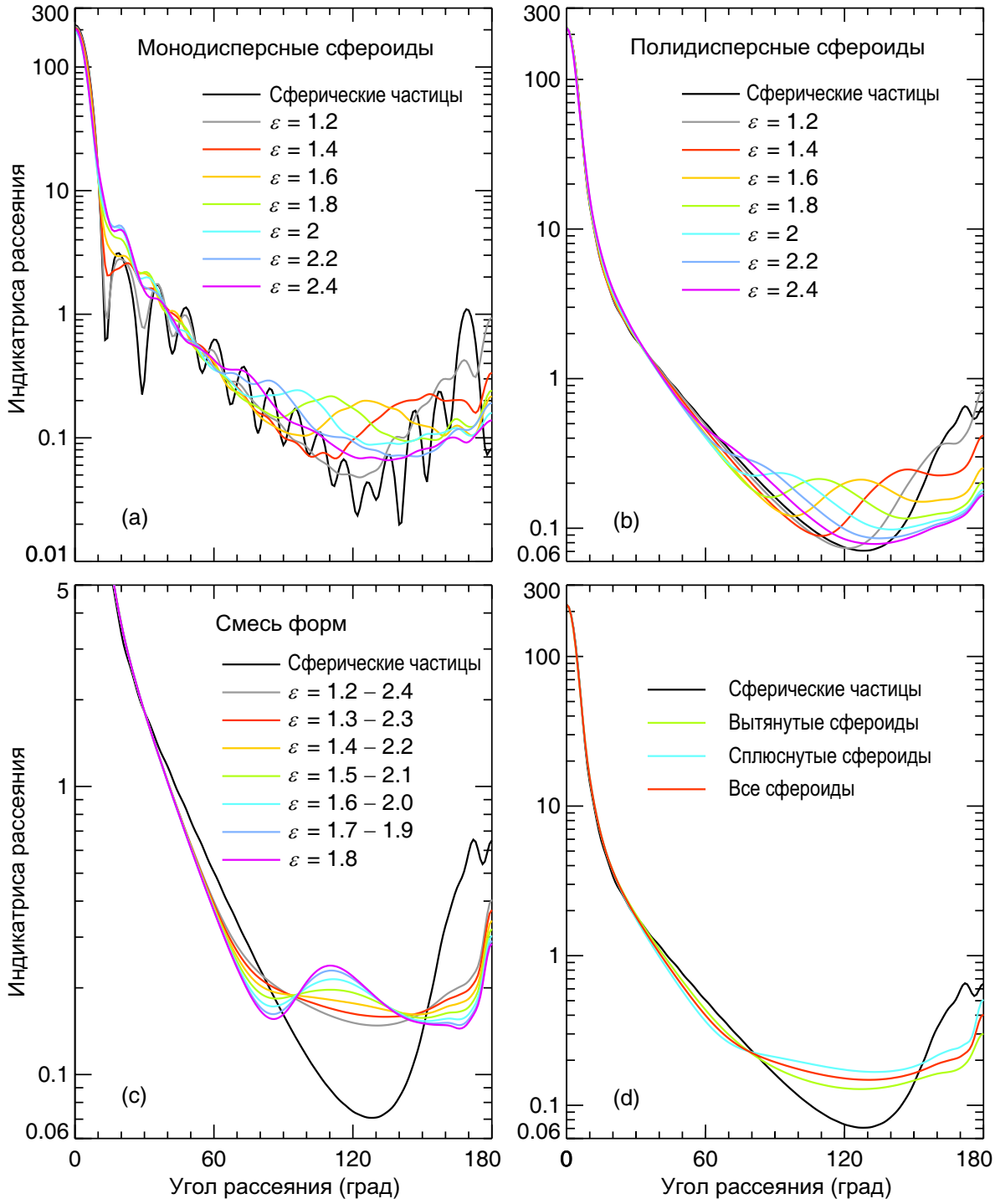

Рис. 4.13. Индикатрисы рассеяния для монодисперсных и полидисперсных сферических частиц и хаотически ориентированных сфероидов с относительным показателем преломления 1.53 + i0.008 [182].

интерпретации. В то же время усреднение по размерам (диаграмма 4.13b) сглаживает все индикатрисы рассеяния, выявляет систематические изменения с ростом несферичности и делает каждую индикатрису индивидуальной и

непохожей на все другие индикатрисы. Тем не менее, эта индивидуальность замывается и в конечном итоге исчезает за счет усреднения по все более широкому распределению по формам вытянутых сфероидов, центрированному на $\varepsilon = 1.8$, как показано на диаграмме 4.13c. Усреднение по максимально широкому распределению по формам как вытянутых, так и сплюснутых сфероидов делает индикатрису рассеяния очень гладкой и почти лишенной деталей (красная кривая на диаграмме 4.13d). Интересно, что эта индикатриса рассеяния находится в почти идеальном количественном согласии с индикатрисой рассеяния, измеренной в работе [95] для естественных микронных частиц почвы, имевших ярко выраженные несферичность и разнообразие/ неправильность форм (см. рис. 4.14). При этом обе индикатрисы рассеяния

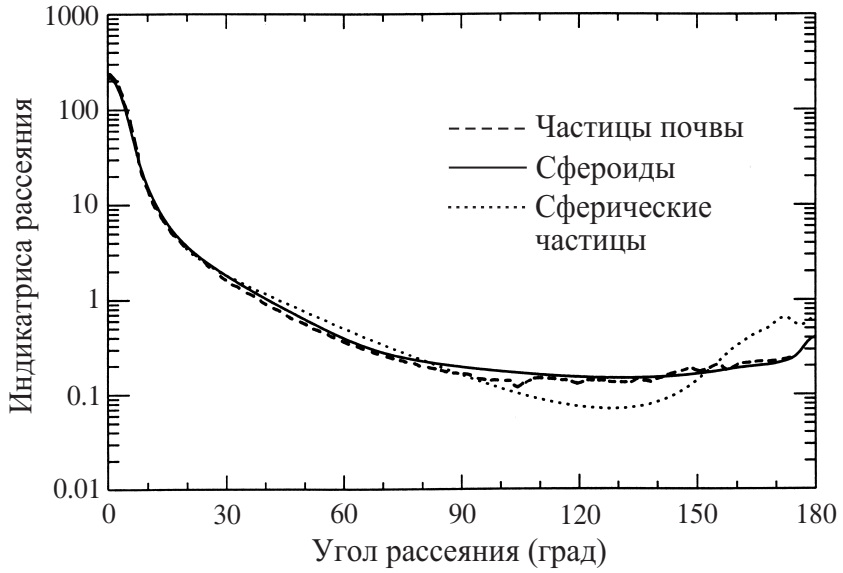

Рис. 4.14. Индикатрисы рассеяния для частиц почвы, полидисперсных сферических частиц и полидисперсных, хаотически ориентированных сфероидов.

радикально отличаются от индикатрисы рассеяния, рассчитанной для «эквивалентных» сферических частиц (точечная кривая на рис. 4.14). Этот важный результат указывает на потенциальную возможность моделирования светорассеивающих свойств ансамблей естественных и искусственных частиц неправильной формы при помощи простых сфероидов [182] (см. также [63]).

Две величины, являющиеся однозначными индикаторами несферичности рассеивающих частиц, называются факторами линейной и круговой деполяризации и определяются следующими отношениями:

$$\delta_{\mathrm{L}} = \frac{a_1(180°) - a_2(180°)}{a_1(180°) + a_2(180°)} \geq 0, \tag{4.8}$$

$$\delta_{\mathrm{C}} = \frac{a_1(180°) + a_4(180°)}{a_1(180°) - a_4(180°)} \geq 0. \tag{4.9}$$

Для макроскопически изотропных и зеркально симметричных сред эти величины связаны простым соотношением [171]

$$\delta_{\mathrm{C}} = \frac{2\delta_{\mathrm{L}}}{1 - \delta_{\mathrm{L}}} \tag{4.10}$$

(см. формулу (2.63)). В случае сферически симметричных частиц оба фактора деполяризации сводятся к нулю, поскольку $a_2(180°) = a_1(180°)$ и $a_4(180°) = -a_1(180°)$ [см. формулы (2.65) и (2.66)]. В общем случае несферических частиц оба фактора отличны от нуля. Интересно, однако, что величины факторов деполяризации не являются прямыми и однозначными индикаторами степени несферичности частиц. Это хорошо иллюстрирует рис. 4.15, который показывает фактор линейной деполяризации δ_{L} для монодисперсных, хаотически ориентированных вытянутых (две верхние диаграммы) и сплюснутых (две нижние диаграммы) сфероидов с относительными показателями преломления 1.5 + i0.005 и 1.78 + i0.005. Вертикальные оси показывают степень несферичности частиц ε. Очевидно отсутствие какой-либо систематической корреляции между деполяризацией и несферичностью. Более того, максимальная деполяризация обусловлена сфероидами, отличающимися по форме от сфер меньше чем на 5% (см. левую верхнюю диаграмму).

Измерение факторов деполяризации при помощи лидаров и радаров служит широко распространенным средством дистанционного зондирования

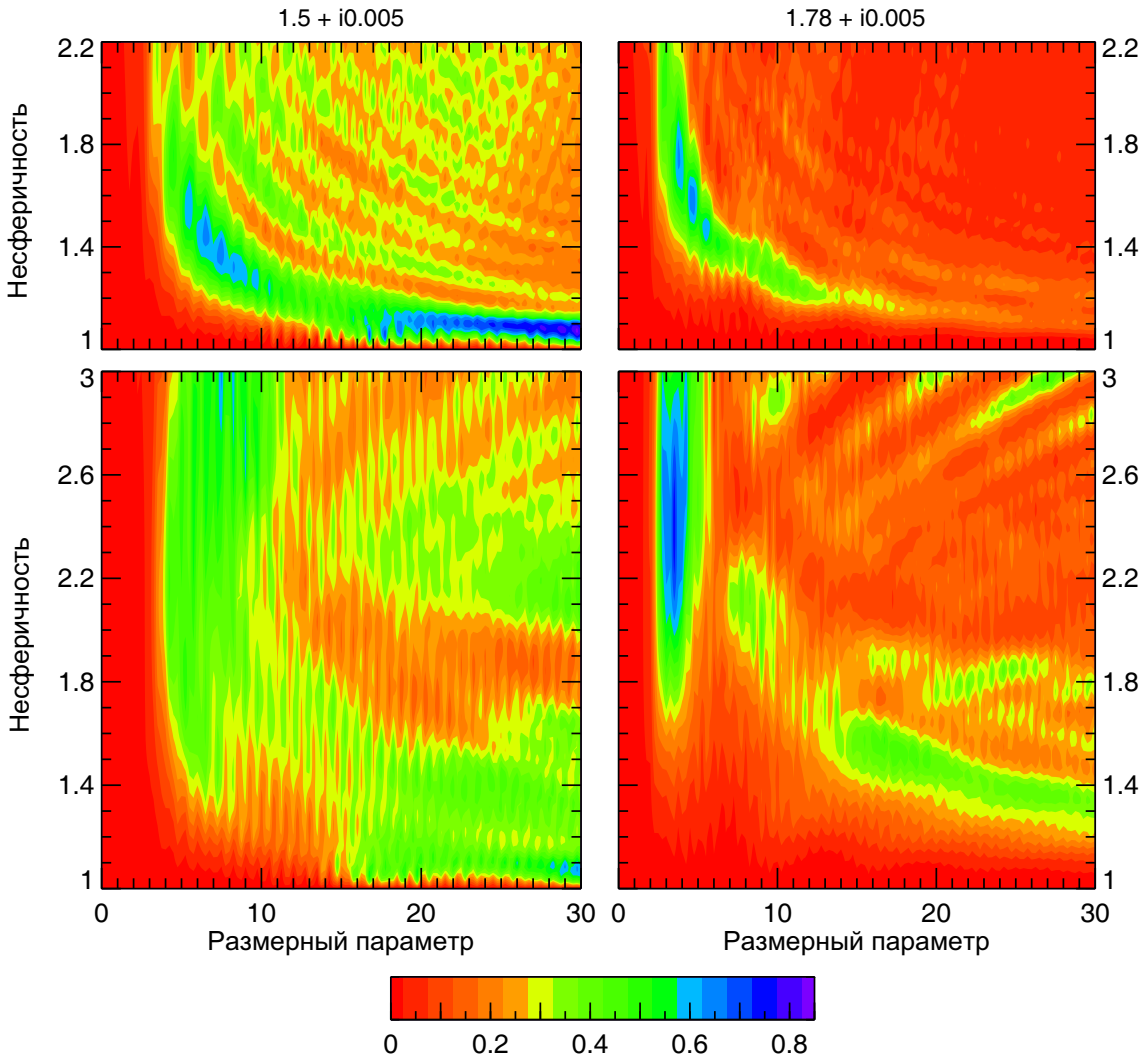

Рис. 4.15. Факторы линейной деполяризации, вычисленные для монодисперсных, хаотически ориентированных сфероидов с относительными показателями преломления 1.5 + i0.005 и 1.78 + i0.005.

аэрозолей и облаков в земной атмосфере. Одним из интересных и климатически важных объектов исследования являются облака, которые образуются за счет роста ледяных кристаллов на микроскопических частицах, выбрасываемых реактивными двигателями самолетов (так называемые condensation trails). Рисунок 4.16 показывает результаты *T*-матричных расчетов линейной деполяризации для полидисперсных, хаотически ориентированных ледяных частиц различной формы с распределением по размерам (4.7), соответствующим эффективной дисперсии $v_{\text{eff}} = 0.1$ [171]. Интересной особенностью этих результатов является то, что практически независимо от модельной формы частиц максимальная деполя-

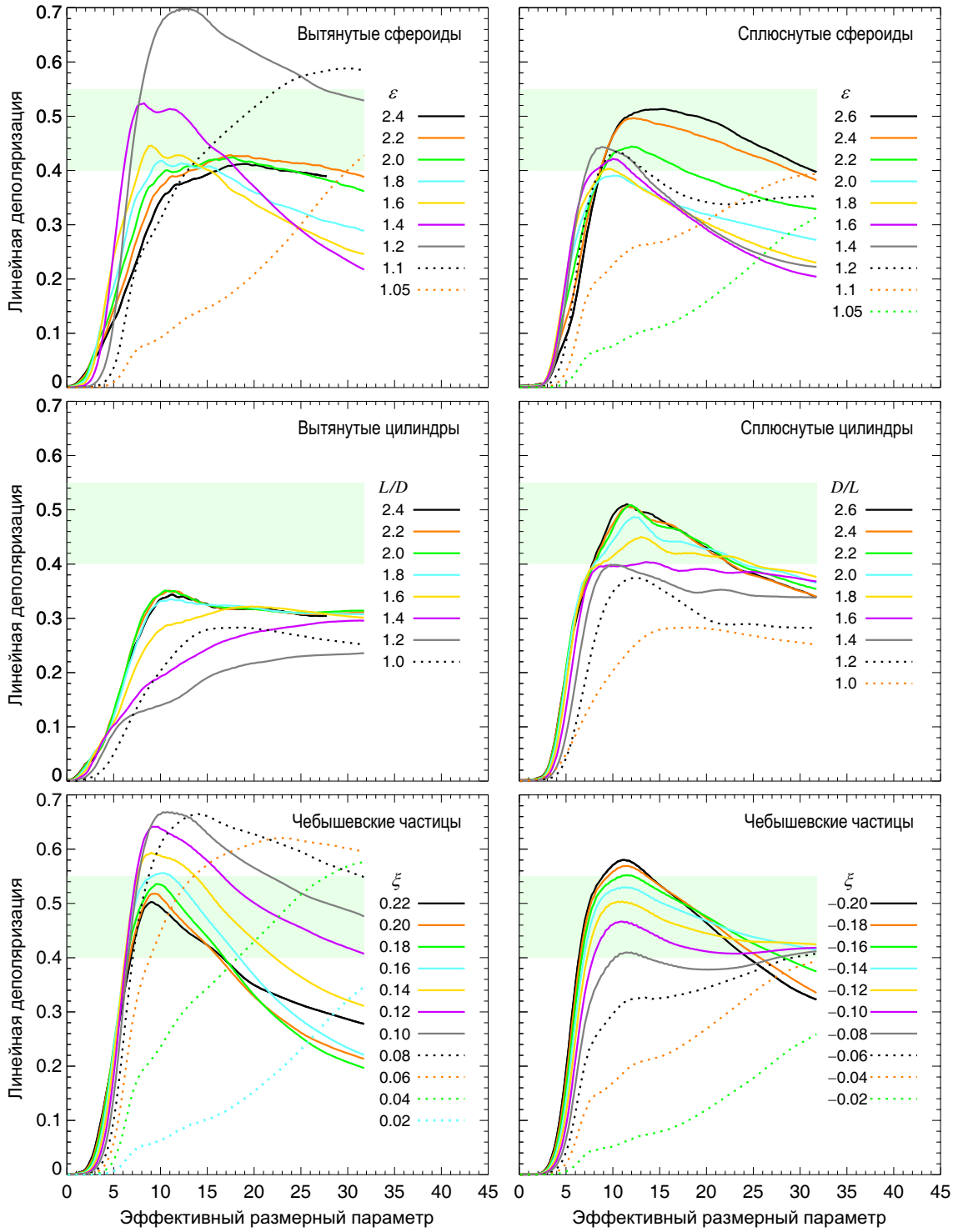

Рис. 4.16. Линейная деполяризация для полидисперсных, хаотически ориентированных сфероидов, круговых цилиндров и чебышевских частиц с относительным показателем преломления 1.311. Светло-зеленая полоса показывает типичный диапазон значений деполяризации, измеренных для искусственных ледяных облаков.

ризация наблюдается при размерах частиц, сравнимых с длиной волны света. Эта особенность, в совокупности с результатами лидарных наблюдений, позволила заключить, что большинство кристаллов в таких искусственных облаках имеют размеры порядка одного микрона [185].

Очень интересным типом рассеивателей являются бисферы, т. е. кластеры, составленные из двух одинаковых сферических частиц в контакте. С одной стороны, бисфера является несферической частицей с отношением длины к диаметру, равным двум. С другой стороны, бисфера состоит из двух идеально сферических компонент. Можно, таким образом, ожидать, что бисферы должны проявлять свойства как несферических, так и сферических частиц. Сравнение диаграмм 4.17b и 4.17c с диаграммой 4.17a показывает резко возросшую сложность интерференционной и резонансной структуры отношения (4.6) для бисфер в фиксированных ориентациях, обусловленную специфической морфологией частиц. Более того, диаграммы для двух разных ориентаций бисфер оказываются совершенно разными, что является типичным признаком несферичности частиц (ср. рис. 4.11). Однако усреднение по ориентациям, рис. 4.17d, приводит к картине поляризации, поразительно похожей на диаграмму для индивидуальных сферических частиц (рис. 4.17a) [173]. Этот замечательный результат можно, по-видимому, объяснить тем, что усреднение по ориентациям в значительной степени подавляет добавочную интерференционную и резонансную структуру, возникающую за счет «электромагнитного взаимодействия» двух шаров, но не влияет на вклад однократного рассеяния на каждом из шаров. Таким образом, расчеты светорассеяния для бисфер действительно оказываются весьма интересными и служат поучительным введением в анализ многократного рассеяния группами частиц, которому будет посвящена следующая глава.

4.4. Основные результаты

Наличие эффективных *T*-матричных программ, описанных в предыдущей

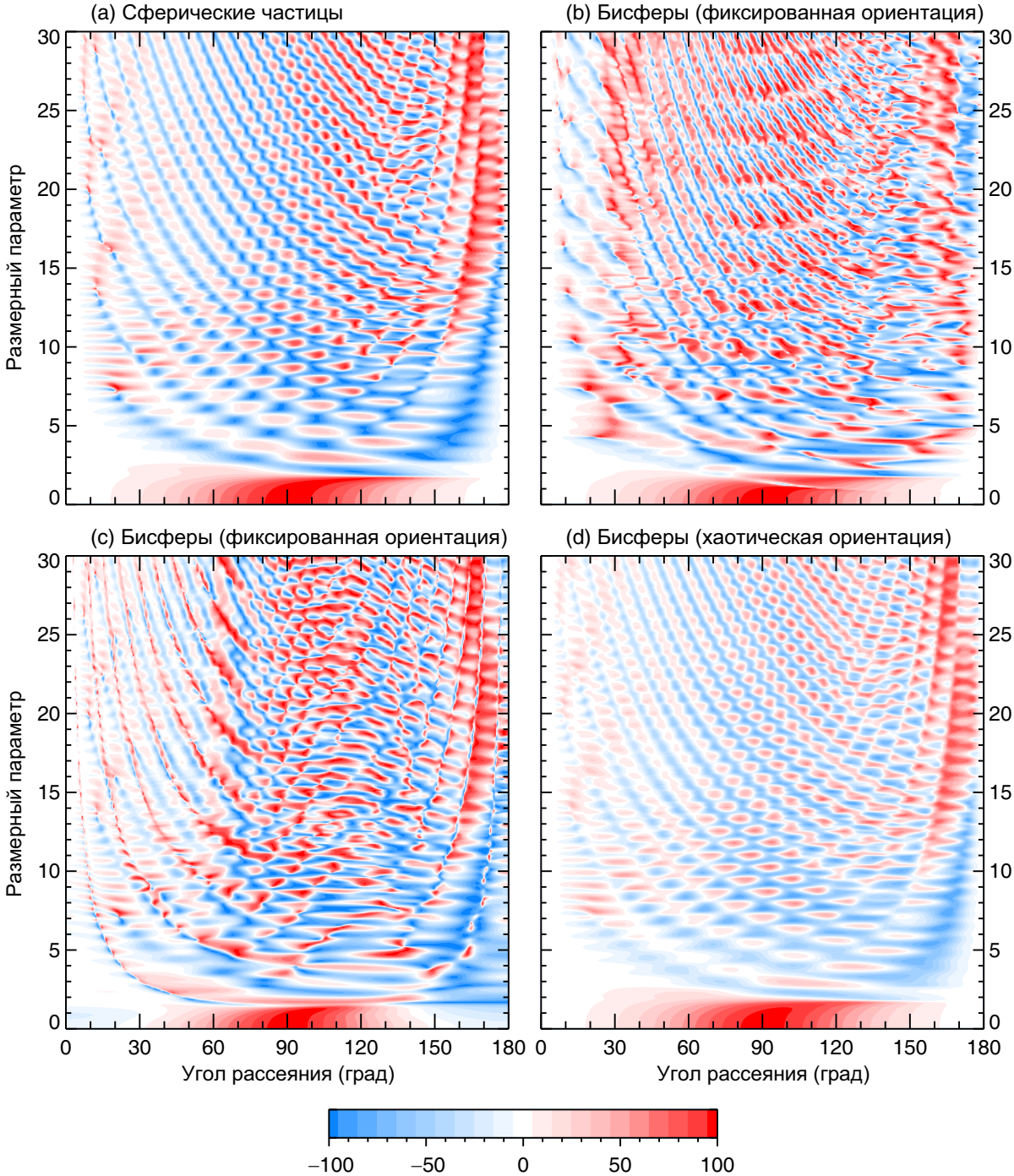

Рис. 4.17. То же, что на рис. 4.11, но для монодисперсных сферических частиц и бисфер с относительным показателем преломления 1.5 + i0.005. Вертикальные оси на диаграммах (b)–(d) показвыают размерный параметр каждой сферической компоненты.

главе, позволило диссертанту вперые провести детальный анализ светорассеивающих свойств монодисперсных и полидисперсных несферических частиц в фиксированной и хаотической ориентациях. Уникальные по объему результаты

расчетов для сфероидов [134, 143, 145, 147, 167–169, 171, 172, 177, 182, 185, 195], круговых цилиндров [176, 183–185, 187], чебышевских частиц [169, 185, 195] и кластеров [149, 173, 199] позволили выявить и количественно охарактеризовать исключительно сильную зависимость многих светорассеивающих свойств от формы и морфологии частиц и их эволюцию с увеличением степени несферичности. Эти результаты имеют первостепенную важность для правильного решения прямых и обратных задач электромагнитного рассеяния, таких, в частности, как восстановление микрофизических свойств частиц по результатам лабораторных или дистанционных измерений рассеянного излучения.

ГЛАВА 5

МНОГОКРАТНОЕ РАССЕЯНИЕ СЛУЧАЙНЫМИ ДИСКРЕТНЫМИ СРЕДАМИ: СТРОГИЕ ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И АНАЛИЗ ИХ СЛЕДСТВИЙ

После обсуждения характеристик однократного рассеяния света монодисперсными и полидисперсными частицами, мы приступаем к детальному анализу многократного рассеяния электромагнитных волн в случайных дискретных средах. Уравнения Фолди–Лакса для разреженных дисперсных сред (2.13) в совокупности с принципом эргодичности, рассмотренным в разделе 2.4, служат достаточной основой для вывода таких полезных приближений как микрофизические теории переноса излучения и слабой локализации. Однако в этой главе мы сначала обсудим строгие результаты, полученные на основе прямых численно-точных компьютерных решений уравнений Максвелла. Это позволит нам выяснить, какие дополнительные предположения и приближения потребуются для вывода теорий переноса излучения и слабой локализации и какие эффекты рассеяния эти теории могут или не в состоянии описать.

Для этого мы проанализируем результаты, полученные при помощи *T*-матричного метода для макроскопического объема, заполненного случайно расположенными частицами [203, 205, 206, 210]. Мы уже упоминали, что ввиду существующих в настоящее время практических ограничений на быстродействие и оперативную память ЭВМ, *T*-матричный метод все еще не может быть использован для расчета рассеяния света случайными средами, состоящими из очень большого количества частиц, такими как облака, коллоидные взвеси и порошкообразные поверхности. Тем не менее, он позволяет изучать достаточно сложные дисперсные системы и, таким образом, моделировать как эффекты случайного расположения частиц, так и зарождение и эволюцию различных эффектов многократного рассеяния с возрастанием количества частиц в стати-

стически однородном объеме случайной дискретной среды.

5.1. Статическое и динамическое рассеяния света

Как уже обсуждалось в разделе 2.4, для того чтобы смоделировать практическое измерение рассеяния света быстроменяющимся объектом, необходимо решить уравнения Максвелла для статистически представительного набора мгновенных конфигураций объекта. После того как представительный набор решений уравнений Максвелла получен, можно либо проанализировать статистическую информацию, содержащуюся в разнообразии индивидуальных решений, либо применить процедуру усреднения и, таким образом, выделить статический компонент, общий для всего набора решений. Эти альтернативные подходы известны под названиями *динамическое* и *статическое* рассеяние света [34, 40, 202].

5.2. Рассеяние фиксированными конфигурациями случайно расположенных частиц: спекл-структура

Предположим, что N идентичных сферических частиц распределены случайным образом по сферическому объему V с радиусом R намного бóльшим радиуса частиц a, как показано на рис. 5.1. Размерный параметр частиц равен $k_1a = 4$, тогда как размерный параметр всего сферического объема равен $k_1R = 40$. Показатель преломления частиц по отношению к окружающей среде равен 1.32.

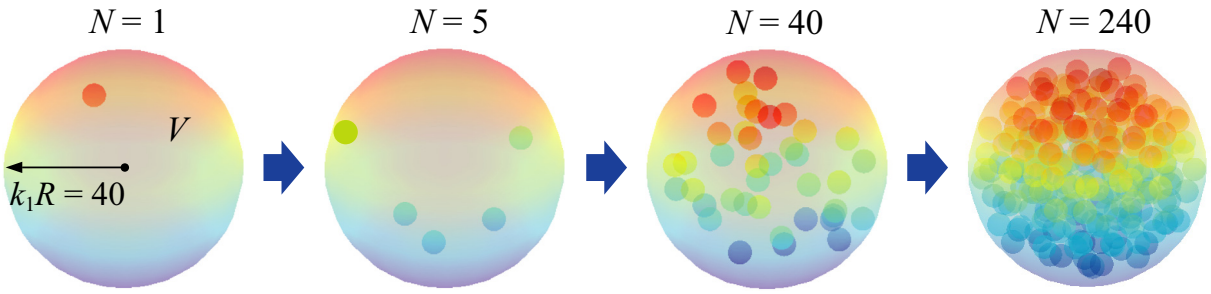

Рис. 5.1. Сферический объем V, заполненный идентичными сферическими частицами.

Большой сферический объем V освещается плоской электромагнитной волной. Направление падения совпадает с положительным направлением оси z лабораторной системы координат, а меридиональная плоскость направления падения задается полуплоскостью xOz с $x \geq 0$ (см. рис. 5.2). Угловое распределение и состояние поляризации рассеянного света в дальней зоне всего рассеивающего объема V описывается фазовой матрицей объема $\mathbf{Z}$ в соответствии с формулой (1.24).

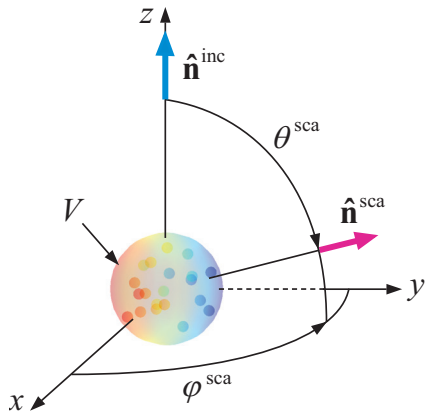

Рис. 5.2. Электромагнитное рассеяние в дальней зоне сферического объема V дискретной случайной среды. В данном случае объем заполнен 20-ю случайно расположенными частицами.

Предположим сначала, что падающий свет поляризован по кругу в направлении против часовой стрелки, если смотреть в направлении распространения. Тогда $V^{\text{inc}} = I^{\text{inc}}$ и $Q^{\text{inc}} = U^{\text{inc}} = 0$ (см. формулу (1.22)). Рисунки 5.3(a)–5.3(d) показывают распределение интенсивности I^{sca} света, рассеянного в обратную полусферу объемом V с N = 1, 5, 20 и 80 частицами. Индивидуальные координаты частиц были выбраны при помощи генератора случайных чисел, но во всем остальном они фиксированы.

Видно, что картина рассеяния для N = 1 является азимутально симметричной и относительно гладкой, как это и должно быть для единичной сферической частицы с размером, сравнимым с длиной волны света. Однако диаграммы (b)–

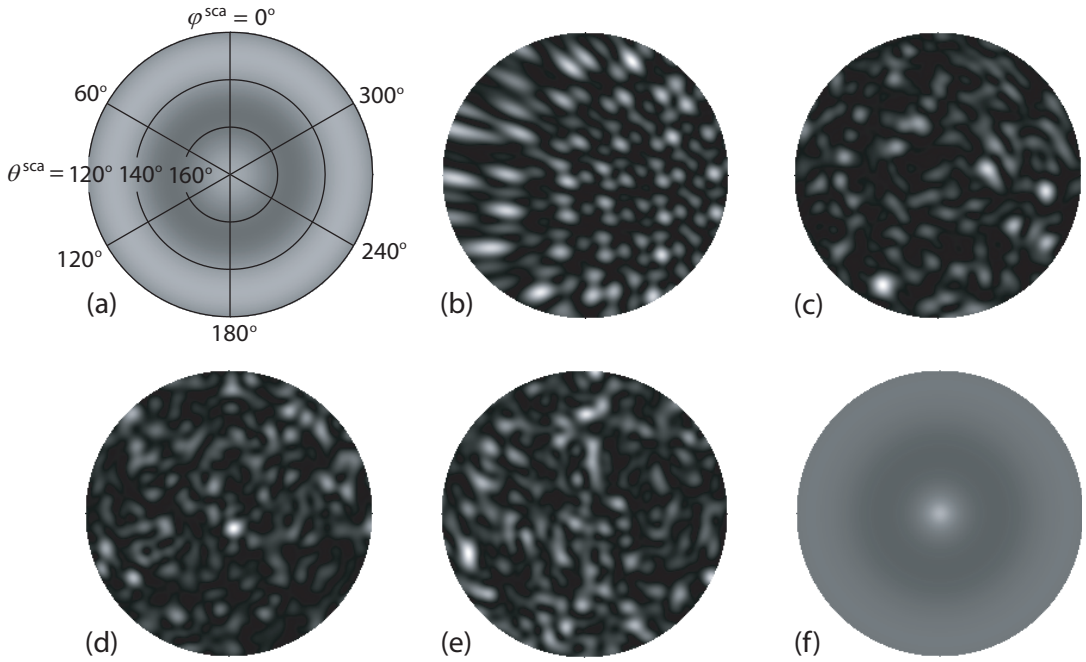

Рис. 5.3. Угловое распределение интенсивности рассеянного света в дальней зоне сферического объема V, заполненного N частицами. (a) $N = 1$, фиксированная ориентация; (b) $N = 5$, фиксированная ориентация; (c) $N = 20$, фиксированная ориентация. (d) и (e) $N = 80$, фиксированная ориентация; (f) $N = 80$, хаотическая ориентация. Градации серого цвета были подобраны индивидуально для того, чтобы максимально выявить структурные детали на каждой диаграмме. Диаграмма (a) также показывает угловые координаты, использованные для построения всех диаграмм.

(d) демонстрируют типичную пятнистую спекл-структуру.

Происхождение спеклов можно объяснить следующим образом. Формулы (2.10) и (1.10) показывают, что в удаленной точке наблюдения любое частичное рассеянное поле, которое обусловлено определенной последовательностью частиц, дающей вклад в правую часть формулы (2.10), становится уходящей сферической волной, центрированной на последней частице последовательности. Например, слагаемое $\hat{G}\hat{T}_i\hat{G}\hat{T}_j\hat{G}\hat{T}_l E^{\text{inc}}$ становится уходящей сферической волной, центрированной на i-й частице, поскольку самая левая диадная функция Грина принимает следующий асимптотический вид:

$$\overleftrightarrow{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \;=\; \overleftrightarrow{G}(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i, \mathbf{r}' - \mathbf{R}_i) \;=\; \overleftrightarrow{G}(r_i \hat{\mathbf{r}}_i, \mathbf{r}' - \mathbf{R}_i)$$

$$\underset{r_i\to\infty}{\to} (\overleftrightarrow{I} - \hat{\mathbf{r}}_i \otimes \hat{\mathbf{r}}_i)\frac{\exp(\mathrm{i}k_1 r_i)}{4\pi r_i}\exp[-\mathrm{i}k_1\hat{\mathbf{r}}_i\cdot(\mathbf{r}'-\mathbf{R}_i)], \qquad \mathbf{r}'\in V_i,$$

где обозначения поясняются на рис. 2.3. Кроме того, мы воспользовались свойством трансляционной инвариантности функции $\overleftrightarrow{G}$. Этот эффект имеет место независимо от плотности упаковки частиц в рассеивающем объеме. Параметры Стокса рассеянного света, определяемые формулой (1.23), можно непосредственно выразить через элементы так называемой диады когерентности рассеянного поля $\overleftrightarrow{\rho}^{\mathrm{sca}} = \mathbf{E}^{\mathrm{sca}} \otimes (\mathbf{E}^{\mathrm{sca}})^*$:

$$\mathbf{I}^{\mathrm{sca}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_0}}\begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{sca}}\cdot\overleftrightarrow{\rho}^{\mathrm{sca}}\cdot\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{sca}} + \hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{sca}}\cdot\overleftrightarrow{\rho}^{\mathrm{sca}}\cdot\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{sca}} \\ \hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{sca}}\cdot\overleftrightarrow{\rho}^{\mathrm{sca}}\cdot\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{sca}} - \hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{sca}}\cdot\overleftrightarrow{\rho}^{\mathrm{sca}}\cdot\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{sca}} \\ -\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{sca}}\cdot\overleftrightarrow{\rho}^{\mathrm{sca}}\cdot\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{sca}} - \hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{sca}}\cdot\overleftrightarrow{\rho}^{\mathrm{sca}}\cdot\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{sca}} \\ \mathrm{i}(\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{sca}}\cdot\overleftrightarrow{\rho}^{\mathrm{sca}}\cdot\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{sca}} - \hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{sca}}\cdot\overleftrightarrow{\rho}^{\mathrm{sca}}\cdot\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{sca}}) \end{bmatrix},$$

где $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{sca}}$ и $\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{sca}}$ – единичные векторы в направлении возрастания зенитного и азимутального углов направления рассеяния, так что $\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}} = \hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{sca}} \times \hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{sca}}$. Диадное произведение правой части формулы (2.10) на свое комплексное сопряжение является суммой слагаемых, каждый из которых описывает результат интерференции двух частичных сферических волн, центрированных на последних частицах соответствующих последовательностей.

Одна такая пара последовательностей частиц показана на рис. 5.4. Если интерференция соответствующих частичных сферических волн является кон-

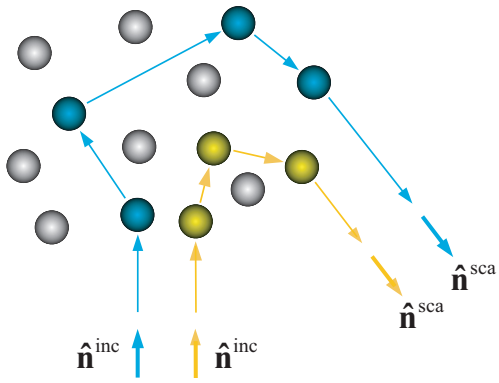

Рис. 5.4. Интерференционное происхождение спекл-структуры.

структивной (деструктивной), то она способствует увеличению (уменьшению) полной интенсивности света, рассеянного в направлении $\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{sca}}$. Полная интенсивность является суммой результатов интерференции, обусловленных всеми возможными парами последовательностей частиц. Типичная угловая ширина индивидуальных интерференционных максимумов и минимумов пропорциональна $1/k_1R$, тогда как число таких максимумов и минимумов растет очень быстро с увеличением количества частиц N в объеме. Эти два обстоятельства и объясняют пятнистую структуру диаграмм на рис. 5.3b–5.3d.

Безусловно, структура спеклов зависит не только от количества частиц N, но и от конкретного расположения частиц по отношению к лабораторной системе координат. Иллюстрацией этому служат графики 5.3d и 5.3e, которые построены для двух различных случайных, но фиксированных конфигураций $N =$ 80 частиц, показанных на рис. 5.5.

Рис. 5.5. Две случайные реализации группы из 80 частиц.

5.3. Статическое рассеяние света

Рисунки 5.3d и 5.3e иллюстрируют ожидаемый диапазон изменчивости спекл-структуры даже при малейших вариациях в случайной многочастичной конфигурации. Очевидно, что ни спекл-структура, ни ее изменчивость не описываются классическими теориями переноса излучения и слабой локализации, что означает, что *ни одна из этих теорий не описывает мгновенное состояние электромагнитного излучения* в случайной дисперсной среде. Напротив, обе теории относятся к дисциплине статического рассеяния света и опи-

сывают результат усреднения соответствующих оптических наблюдаемых за существенный промежуток времени или, что эквивалентно, по значительному диапазону случайных конфигураций частиц.

Чтобы проиллюстрировать это фундаментальное обстоятельство, нам необходим эффективный теоретический способ усреднения наблюдаемых оптических величин по очень большому количеству случайных конфигураций группы из N частиц. Простой и прямолинейный подход заключается в многократном использовании генератора случайных координат для моделирования большого количества различных конфигураций из N частиц с последующим усреднением соответствующих индивидуальных T-матричных результатов. Значительно более эффективным подходом является усреднение по всем ориентациям одной случайной конфигурации из N частиц по отношению к лабораторной системе координат. Эта процедура, по сути, приводит к усреднению по бесконечной непрерывной последовательности случайных реализаций группы из N частиц и позволяет воспользоваться исключительно эффективным и точным квазианалитическим способом усреднения по ориентациям, возможным в рамках T-матричного подхода (см. главу 3).

Рисунок 5.3f показывает результат усреднения спекл-структуры по всем ориентациям той же конфигурации из 80 частиц, что была использована для построения диаграммы 5.3d. Видно, что за исключением заметного пика в направлении обратного рассеяния спекл-структура практически исчезла. Это и не удивительно. Действительно, каждый спекл является результатом конструктивной или деструктивной интерференции двух частичных волн, рассеянных вдоль определенных последовательностей частиц, как показано на рис. 5.4. Разница фаз между частичными волнами меняется случайным образом по мере движения частиц, так что средний результат интерференции оказывается нулевым. Существуют, однако, пары частичных волн, которые всегда интерферируют конструктивно и, таким образом, отвечают за остаточное распределение интенсивности рассеянного света. В частности, мы покажем ниже,

что как пик интенсивности в направлении обратного рассеяния, так и гладкий фон интенсивности на рис. 5.3f обусловлены особыми группами таких пар частичных волн.

В последующем изложении мы будем систематически использовать математическую концепцию многократного рассеяния для интерпретации различных эффектов, обусловленных увеличением количества частиц в объеме V случайной дискретной среды. В соответствии со сказанным выше, расчеты статического рассеяния будут выполняться путем усреднения наблюдаемых оптических величин по всем ориентациям одной случайной конфигурации N частиц по отношению к лабораторной системе координат. Более того, параметры Стокса падающего и рассеянного света будут определяться по отношению к плоскости рассеяния, что позволит использовать концепцию нормализованной матрицы рассеяния, даваемой формулами (2.58)–(2.60).

Левая верхняя диаграмма на рис. 5.6 отчетливо выявляет несколько фундаментальных следствий увеличения количества частиц N в рассеивающем объеме от 1 до 240, что соответствует увеличению плотности упаковки частиц от 0.1% до 24%. Во-первых, конструктивная интерференция частичных волн, однократно рассеянных индивидуальными частицами в направлении прямо вперед, приводит к сильному усилению интенсивности при $\Theta = 0°$ [199, 202, 293]. Это замечательное явление показано более детально на рис. 5.7a и объясняется на рис. 5.8. Его можно назвать локализацией электромагнитных волн в направлении прямо вперед. Действительно, направление прямо вперед является уникальным в том смысле, что фазы частичных волн, однократно рассеянных всеми частицами в объеме, оказываются совершенно одинаковыми независимо от конкретных координат частиц (см. рис. 5.8a). В отсутствие многократного рассеяния конструктивная интерференция этих частичных волн привела бы к возрастанию индикатрисы рассеяния $a_1(0°)$ в N раз. Такое возрастание действительно наблюдается для $N = 2$ и 5 на рис. 5.7a, но затем оно замедляется по мере роста N, в результате чего значение $a_1(0°)$ остается

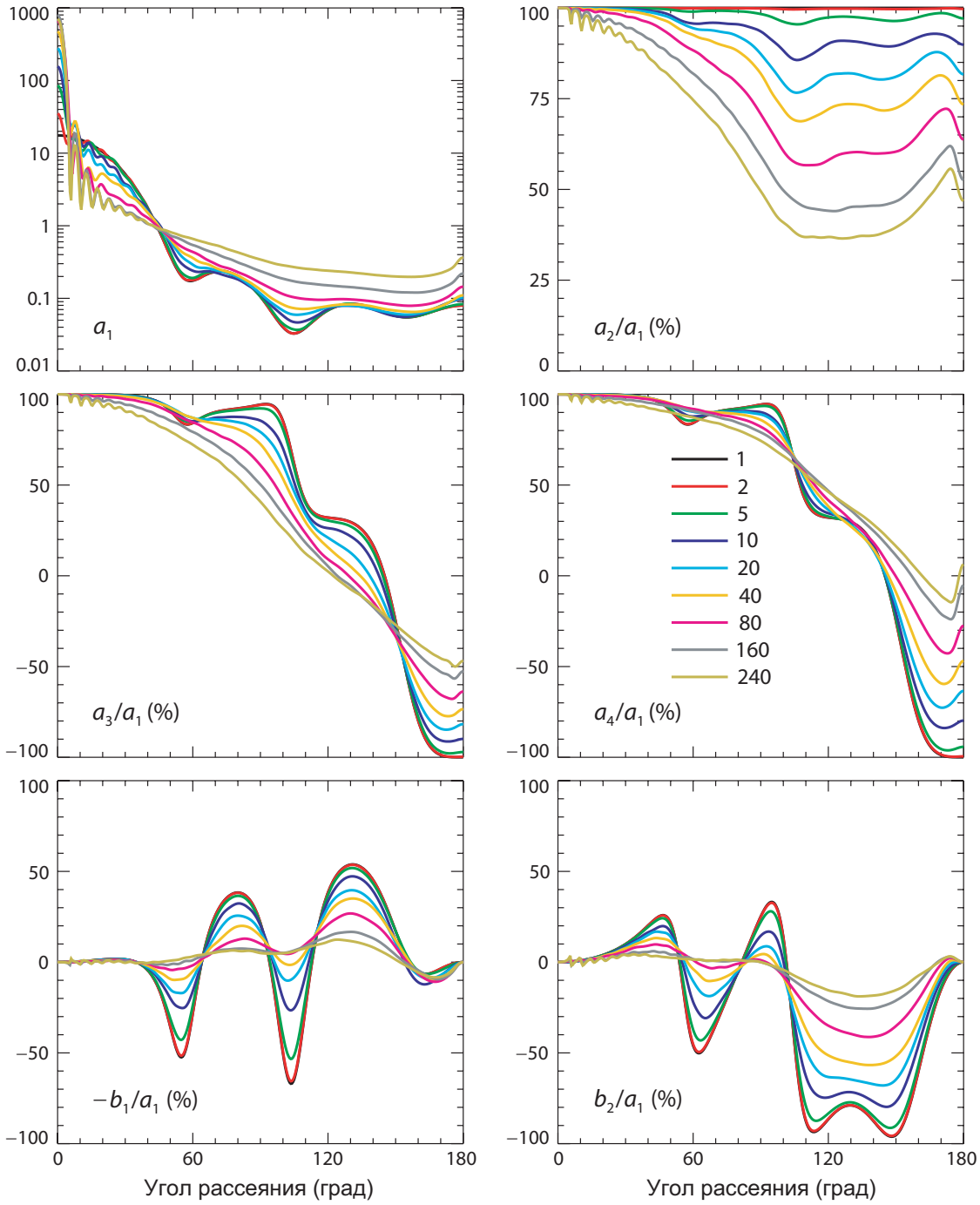

Рис. 5.6. Элементы нормализованной матрицы рассеяния, вычисленные для сферического рассеивающего объема с $k_1R = 40$, заполненного $N = 1, ..., 240$ частицами.

практически неизменным для $N \geq 160$. Это поведение можно объяснить в терминах специфического эффекта многократного рассеяния, в результате которого частица 3 на рис. 5.8b «затеняет» частицу 2 посредством ослабления падающего поля, возбуждающего частицу 2. Как мы увидим в следующей главе, этот

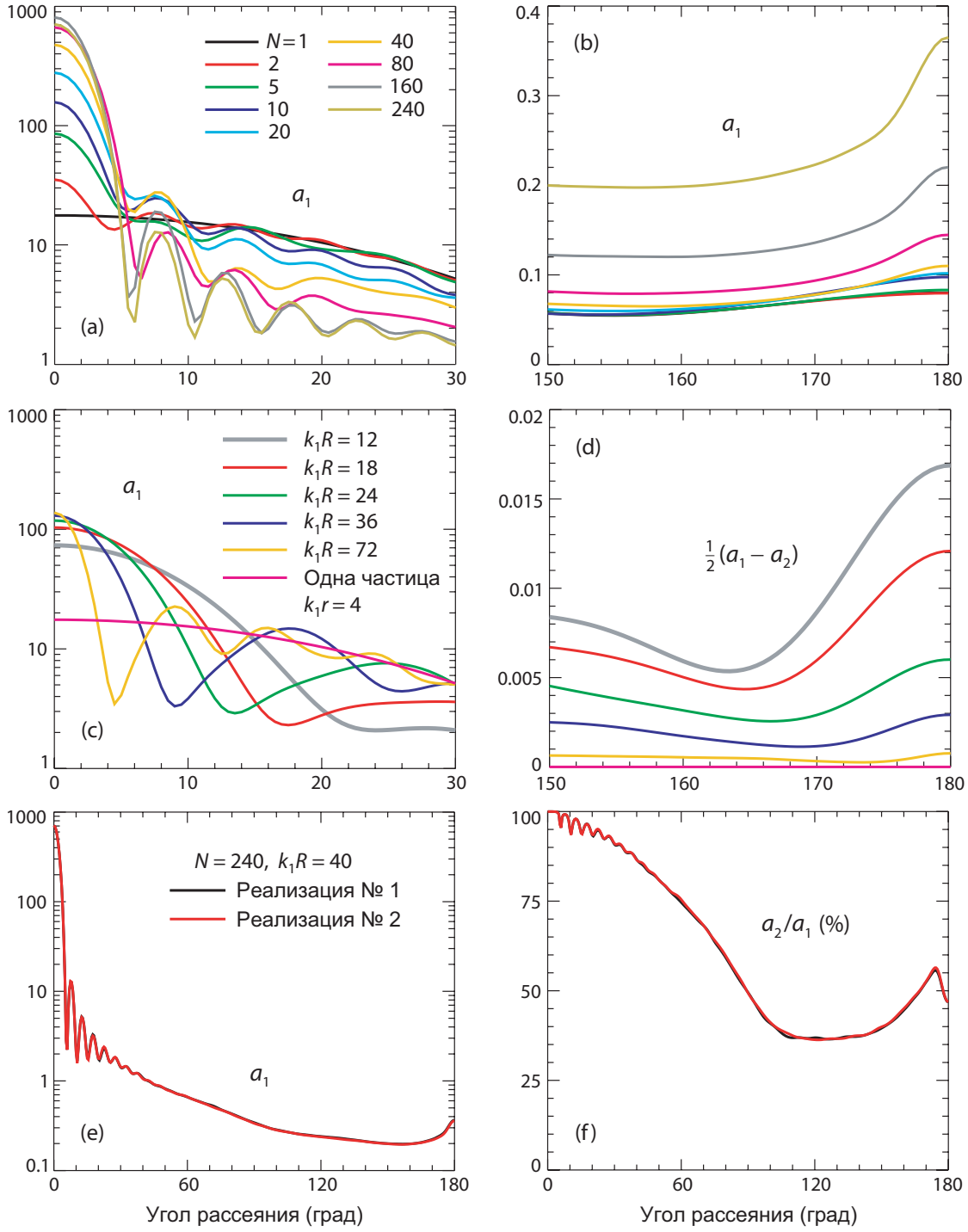

Рис. 5.7. Светорассеивающие свойства сферического объема случайной дисперсной среды.

эффект многократного рассеяния приводит в конечном итоге к экспоненциальному закону ослабления в теории переноса излучения.

Во-вторых, индикатриса рассеяния начинает проявлять растущий пик в направлении рассеяния точно назад, который становится особенно заметным при

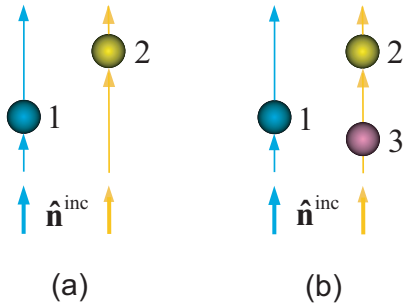

Рис. 5.8. Интерференция в направлении прямо вперед.

$N \geq 160$ (см. рис. 5.7b). Этот пик является типичным следствием эффекта слабой локализации электромагнитных волн в направлении назад, который также известен под названием эффекта когерентного обратного рассеяния. (Термин «слабая локализация электромагнитных волн» был введен физиками, работающими в области теории твердого тела, по аналогии с эффектом слабой локализации электронов в загрязненных металлах [246]). Стандартное объяснение слабой локализации представлено на рис. 5.9 и заключается в следующем [33].

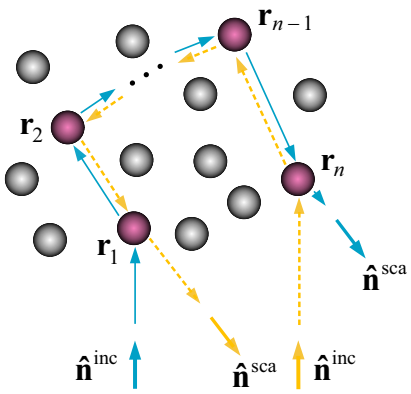

Рис. 5.9. Интерференционное происхождение эффекта слабой локализации.

Сопряженные частичные волны, рассеянные вдоль одной и той же цепочки из n частиц, но в противоположных направлениях, интерферируют в дальней зоне, причем характер интерференции зависит от соответствующей разности фаз:

$$\Delta = k_1(\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_1)\cdot(\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}} + \hat{\mathbf{n}}^{\text{sca}}). \tag{5.1}$$

Если направление рассеяния $\hat{\mathbf{n}}^{\text{sca}}$ находится далеко от направления точно назад, даваемого единичным вектором $-\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}$, то средний эффект интерференции сопряженных частичных волн будет нулевым вследствие случайности в расположении частиц. Однако в направлении точно назад, $\hat{\mathbf{n}}^{\text{sca}} = -\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}$, разница фаз между сопряженными волновыми траекториями, проходящими через *любую* цепочку частиц, обращается в нуль тождественно, что приводит к неизменно конструктивной интерференции и, следовательно, к пику в интенсивности.

Третьим следствием увеличения количества частиц N является то, что индикатриса рассеяния объема в области углов рассеяния $30° \le \Theta \le 170°$ становится все более и более гладкой, приводя, таким образом, к возникновению «диффузного» фона, хорошо видимого на рис. 5.3f. Основным вкладчиком в фоновую интенсивность является особый класс пар частичных волн, пример которых показан на рис. 5.10. Теперь частичная волна, рассеянная вдоль последовательности из n частиц, интерферирует сама с собой. Поскольку

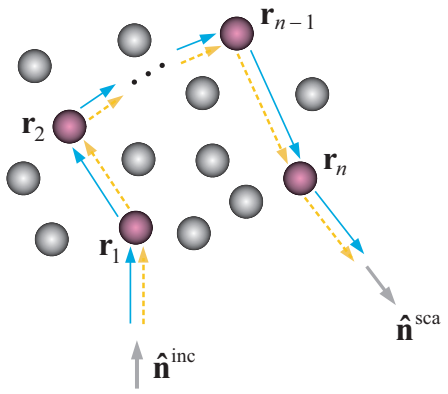

Рис. 5.10. Интерференционное происхождение фоновой интенсивности.

соответствующая разность фаз тождественно равна нулю независимо от конкретного расположения частиц, само-интерференция всегда оказывается конструктивной. Поэтому вклад этой группы пар частичных волн уцелевает в процессе усреднения по положениям частиц для любых $\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}$ и $\hat{\mathbf{n}}^{\text{sca}}$. Относительная гладкость фоновой интенсивности может быть качественно интерпретирована

как типичный результат усиливающегося многократного рассеяния с ростом N, вследствие чего свет, претерпевший много «актов рассеяния», имеет тенденцию «забывать» начальное направление входа $\hat{\mathbf{n}}^{\text{inc}}$ и выходить из среды в статистически произвольном направлении $\hat{\mathbf{n}}^{\text{sca}}$ [178].

Степень линейной поляризации рассеянного света в случае неполяризованного падающего излучения дается отношением $-b_1/a_1$. Рисунок 5.6 показывает, что наиболее очевидными следствиями увеличения количества частиц N в рассеивающем объеме являются сглаживание осцилляций, присутствующих на поляризационной кривой для единичной сферы, и все более нейтральная поляризация. Стандартное качественное объяснение этих тенденций в терминах многократного рассеяния состоит в том, что основной вклад во второй параметр Стокса выходящего излучения Q^{sca} дает первый порядок рассеяния, тогда как свет, рассеянный много раз (см. рис. 5.10), забывает о начальном направлении входа и становится слабо поляризованным.

Согласно формуле (2.65), отношение a_2/a_1 тождественно равно единице для однократного рассеяния на изолированной сферической частице. Поэтому быстрорастущее отклонение этого отношения от 100% для $N \geq 5$, хорошо наблюдаемое на рис. 5.6, также можно интерпретировать как прямое следствие усиливающегося деполяризующего эффекта многократного рассеяния. Аналогично, $a_3(\Theta) \equiv a_4(\Theta)$ и $a_3(180°)/a_1(180°) = -1$ для однократного рассеяния на изолированной сферической частице (см. формулы (2.65) и (2.66)), тогда как многократное рассеяние группами из $N \geq 5$ частиц приводит к быстро усиливающемуся нарушению этих равенств.

Если падающий свет является линейно поляризованным в плоскости рассеяния, то $Q^{\text{inc}} = I^{\text{inc}}$ и $U^{\text{inc}} = V^{\text{inc}} = 0$. Соответствующие угловые распределения параллельно поляризованного,

$$\tfrac{1}{2}(I^{\text{sca}} + Q^{\text{sca}}) \propto \tfrac{1}{2}[a_1(\Theta) + 2b_1(\Theta) + a_2(\Theta)], \tag{5.2}$$

и перпендикулярно поляризованного,

$$\tfrac{1}{2}(I^{\mathrm{sca}} - Q^{\mathrm{sca}}) \propto \tfrac{1}{2}[a_1(\Theta) - a_2(\Theta)], \tag{5.3}$$

компонентов рассеянного света представлены на рис. 5.11. Этот рисунок также показывает так называемые sh (same-helicity),

$$\tfrac{1}{2}(I^{\mathrm{sca}} + V^{\mathrm{sca}}) \propto \tfrac{1}{2}[a_1(\Theta) + a_4(\Theta)], \tag{5.4}$$

и oh (opposite-helicity),

$$\tfrac{1}{2}(I^{\mathrm{sca}} - V^{\mathrm{sca}}) \propto \tfrac{1}{2}[a_1(\Theta) - a_4(\Theta)], \tag{5.5}$$

компоненты рассеянного света для случая падающего излучения, поляризованного по кругу против часовой стрелки, если смотреть в направлении распространения ($Q^{\mathrm{inc}} = U^{\mathrm{inc}} = 0$ и $V^{\mathrm{inc}} = I^{\mathrm{inc}}$). Все эти величины демонстрируют эффект слабой локализации в виде пиков, центрированных на направлении точно назад и растущих по высоте с увеличением N.

Наиболее убедительной демонстрацией зарождения и эволюции эффекта слабой локализации являются кривые для величин $(a_1 - a_2)/2$ и $(a_1 + a_4)/2$ на рис. 5.11. Действительно, соответствующие кривые для одиночной сферической частицы вообще не показвают никакого усиления в обратном направлении, так что пики, которые возникают и растут с увеличением N (и, тем самым, с усилением многократного рассеяния), можно однозначно приписать эффекту слабой локализации.

Рисунок 5.11 также показывает угловые профили так называемых поляризационных отношений μ_{L} и μ_{C}, определенных, соответственно, как отношение перпендикулярно поляризованного к параллельно поляризованному компонентов и отношение sh компонента к oh компоненту рассеянной интенсивности:

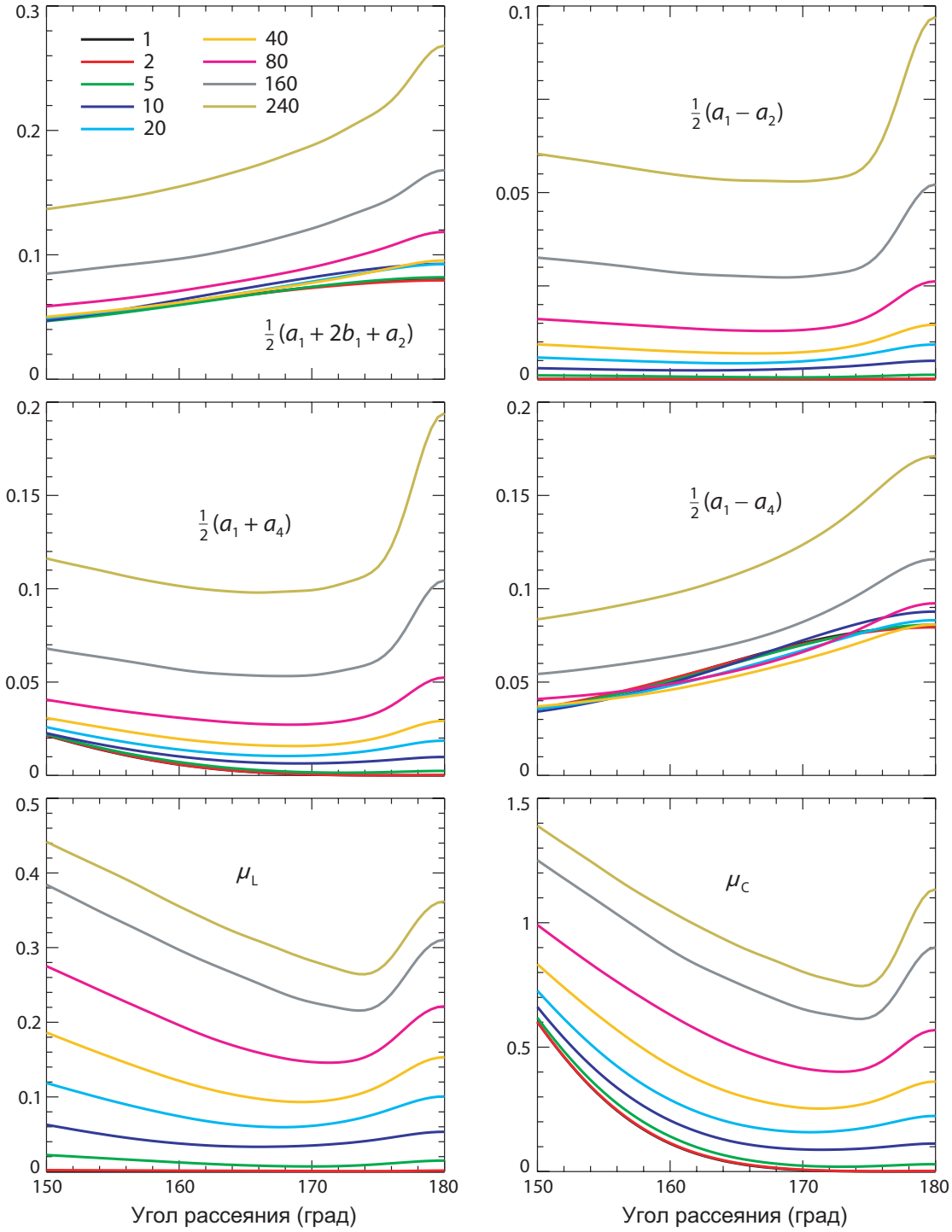

Рис. 5.11. Поляризационные характеристики обратно рассеянного света, вычисленные для сферического рассеивающего объема с k_1R = 40, заполненного N = 1, ..., 240 частицами.

$$\mu_L = \frac{I^{sca} - Q^{sca}}{I^{sca} + Q^{sca}} = \frac{a_1(\Theta) - a_2(\Theta)}{a_1(\Theta) + 2b_1(\Theta) + a_2(\Theta)}, \tag{5.6}$$

$$\mu_{\mathrm{C}} = \frac{I^{\mathrm{sca}} + V^{\mathrm{sca}}}{I^{\mathrm{sca}} - V^{\mathrm{sca}}} = \frac{a_1(\Theta) + a_4(\Theta)}{a_1(\Theta) - a_4(\Theta)}. \tag{5.7}$$

Эти величины широко используются в радарном и лидарном дистанционном зондировании [43, 220, 253, 270], поскольку они приобретают нулевое значение в направлении точно назад, если многократное рассеяние пренебрежимо мало, а рассеивающие частицы являются сферически симметричными. Наши результаты убедительно показывают, что многократное рассеяние приводит к возрастающему отклонению значений поляризационных отношений $\mu_{\mathrm{L}}(180°)$ и $\mu_{\mathrm{C}}(180°)$ от нуля, тогда как слабая локализация приводит к возникновению ярко выраженных пиков в обратном рассеянии.

Интерференционный механизм подразумевает, что угловая ширина когерентных пиков в направлениях прямо вперед и точно назад должна быть обратно пропорциональна k_1R. Чтобы проверить это качественное предсказание, мы выполнили расчеты для групп из фиксированного количества N = 8 сферических частиц с k_1r = 4, но считая, что размерный параметр сферического объема, заполненного частицами, варьирует от k_1R = 12 до 72 с шагом 6. Расположение восьми частиц внутри сферического объема с k_1R = 12 было случайным, но таким, что каждая частица находилась в контакте с, по меньшей мере, одной частицей. Другие десять объемов с k_1R = 18, 24, …, 72 были получены путем соответствующего однородного масштабирования координат всех частиц, находящихся в объеме с k_1R = 12, но так, что размер частиц оставался неизменным. Эта процедура проиллюстрирована на рис. 5.12, который показывает исходный объем с k_1R = 12 и производный объем с k_1R = 24. Результаты соответствующих T-матричных расчетов показаны на рис. 5.7c и 5.7d. Видно, что ширины обоих пиков уменьшаются с увеличением расстояния между частицами, что подтверждает их интерференционное происхождение. Почти неизменная амплитуда пика в направлении прямо вперед и быстро убывающая амплитуда пика в направлении точно назад также свидетельствуют о

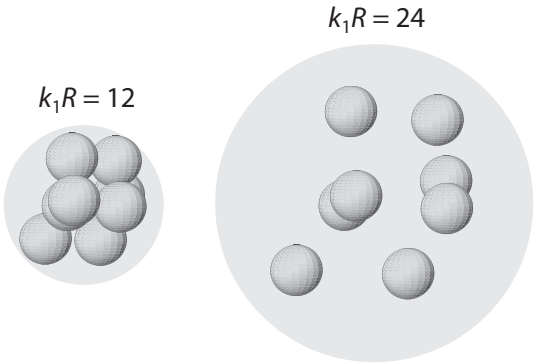

Рис. 5.12. Сферические объемы, заполненные восьмью идентичными сферическими частицами.

том, что эти пики обусловлены однократным и многократным рассеянием соответственно. Действительно, слагаемые в разложении (2.13), обусловленные однократным рассеянием, не содержат множителей типа 1/(расстояние между двумя частицами), тогда как слагаемые, обусловленные многократным рассеянием, содержат такие множители.

Хотя результаты расчетов, показанные на рис. 5.6 и 5.11, получены посредством усреднения по ориентациям только одной случайной конфигурации N частиц, можно ожидать, что они статистически представляют любую реализацию группы из N частиц, случайно распределенных по сферическому объему с $k_1R = 40$, по крайней мере, для больших значений N. Это убедительно подтверждается результатами расчетов, показанных на рис. 5.7e и 5.7f и соответствующих двум различным случайным реализациям группы из 240 частиц.

Во всех описанных выше расчетах рассеивающие частицы предполагались непоглощающими, поскольку мнимая часть показателя преломления была положена равной нулю. Однако хорошо известно, что поглощение может эффективно подавлять многократное рассеяние и уменьшать среднюю эффективную длину траекторий волны внутри дисперсной среды. Поэтому представляется важным проверить, в какой степени изложенная выше интерпретация многих оптических явлений в терминах многократного рассеяния света соответствует ожидаемой эволюции этих явлений с усилением поглощения. С этой целью мы провели T-

матричные расчеты для сферического объема с k_1R = 40, содержащего 160 идентичных сферических частиц с k_1r = 4. Действительная часть показателя преломления частиц была положена равной 1.32, тогда как мнимая часть Im(m) варьировалась от 0 до 0.3. Результаты этих расчетов показаны на рис. 5.13.

Как уже отмечалось, значительное отклонение отношения $a_2(\Theta)/a_1(\Theta)$ от 100% для непоглощающих частиц логично объяснять сильным деполяризующим влиянием многократного рассеяния. Результаты, показанные на рис. 5.13, подтверждают эту интерпретацию. Действительно, отклонение $a_2(\Theta)/a_1(\Theta)$ от 100% значительно уменьшается с ростом Im(m), хотя и не исчезает полностью даже для частиц с Im(m) = 0.3, что указывает на ненулевое остаточное влияние многократного рассеяния. Отклонение отношения $a_3(180°)/a_1(180°)$ от –100% тоже ведет себя аналогичным и вполне ожидаемым образом.

Можно ожидать, что с усилением поглощения отношения $a_2(\Theta)/a_1(\Theta)$, $a_3(\Theta)/a_1(\Theta)$ и $b_2(\Theta)/a_1(\Theta)$ для всего объема должны приближаться к соответствующим значениям для единичной сферы. Результаты, приведенные на рис. 5.13, показывают такую тенденцию, хотя остаточное влияние многократного рассеяния все еще приводит к заметному подавлению интерференционной структуры, типичной для монодисперсных частиц. Возрастающая амплитуда осцилляций отношения $b_2(\Theta)/a_1(\Theta)$ с ростом Im(m) и аналогичное поведение отношения $-b_1(\Theta)/a_1(\Theta)$ (не показано), очевидно, представляют хорошо известный в планетной астрофизике эффект Умова.

Рисунок 5.13 также илюстрирует влияние поглощения на поляризационные отношения μ_{L} и μ_{C} и на величину $\frac{1}{2}[a_1(\Theta) + a_4(\Theta)]$. Видно, что рост поглощения приводит к быстрому ослаблению, а затем и к полному исчезновению обратных пиков, типичных для непоглощающих частиц. Такое поведение подтверждает происхождение обратных пиков за счет многократного рассеяния. Более того, хорошо известно, что поглощение должно уменьшать диапазон углов рассеяния, подверженных влиянию слабой локализации, за счет подавления самых длинных волновых траекторий внутри дисперсной среды [64]. Этот

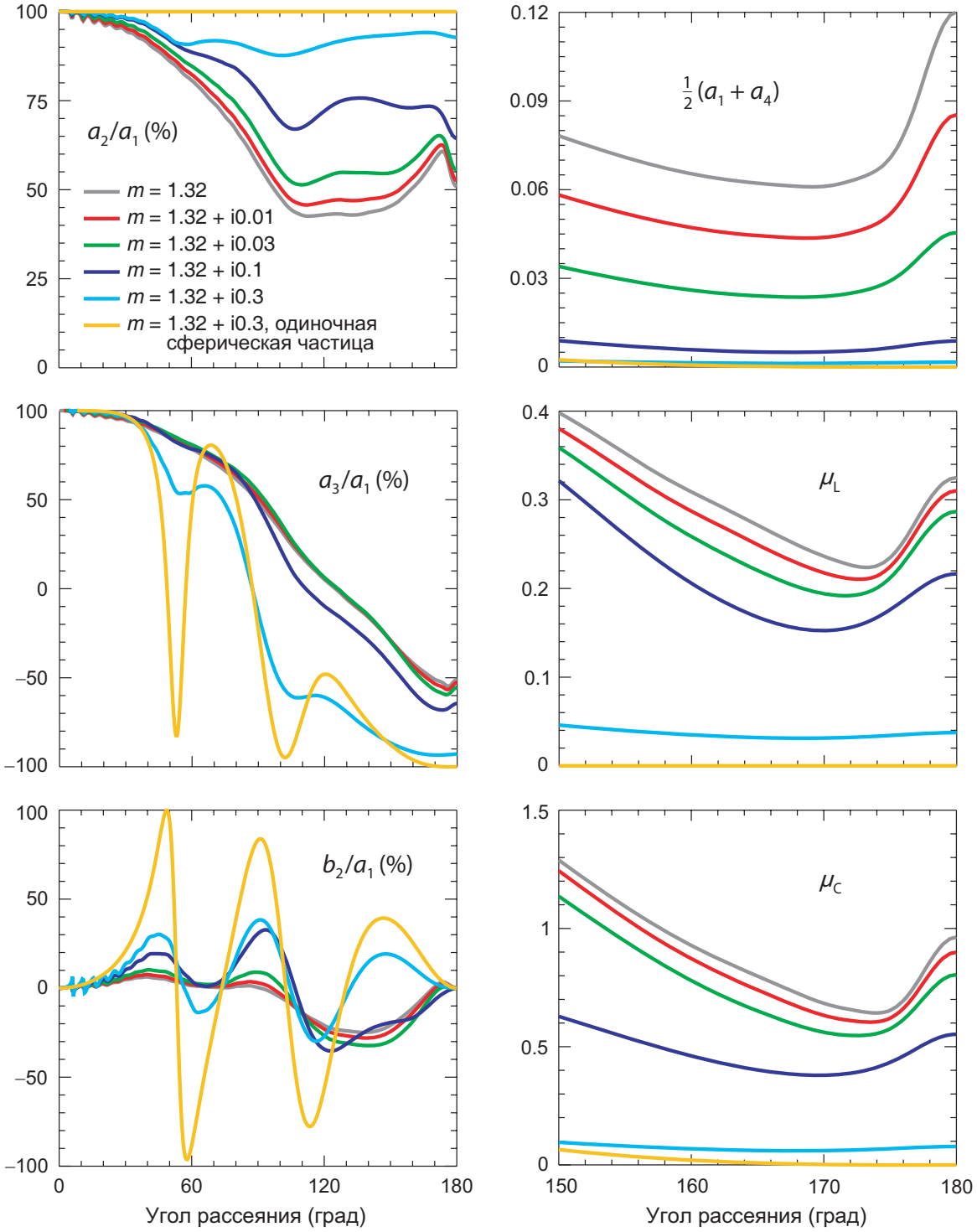

Рис. 5.13. Светорассеивающие свойства сферического объема случайной дисперсной среды.

эффект хорошо виден на рис. 5.13, особенно на графиках для μ_L и μ_C.

Мы можем, таким образом, заключить, что три фундаментальных типа пар частичных волн, изображенных схематически на рис. 5.8, 5.9 и 5.10, вносят

основной вклад в формирование специфических угловых зависимостей светорассеивающих характеристик дисперсных сред, показанных на рис. 5.3f, 5.6, 5.7, 5.11 и 5.13. В следующей главе мы увидим, как и в какой степени эти типы пар частичных волн включены в микрофизические теории переноса излучения и слабой локализации.

5.4. Количественные условия применимости приближения однократного рассеяния

Подход, использованный выше для анализа концепции многократного рассеяния, можно применить и к выводу количественных оценок области применимости приближения однократного рассеяния. Это позволит нам дополнить и конкретизировать качественный теоретический анализ, выполненный в разделе 2.5. Как и при проведении расчетов для рис. 5.7c и 5.7d, мы предполагаем, что количество частиц в рассеивающем объеме и их размерный параметр и показатель преломления остаются неизменными ($N = 8$, $k_1 r = 4$ и $m = 1.32$), тогда как размерный параметр сферического объема возрастает от $k_1 R = 12$ до 72 с шагом 6 (см. рис. 5.12). Эта процедура позволяет варьировать плотность упаковки частиц ρ в рассеивающем объеме от 29.6% до 0.14%. Зафиксировав размер частиц, но увеличивая среднее расстояние между ними, мы можем проследить ослабление и постепенное исчезновение различных эффектов многократного рассеяния и, таким образом, зарождение режима однократного рассеяния. Такие расчеты дают прямую количественную оценку минимального среднего расстояния между частицами, обеспечивающего требуемую точность приближения однократного рассеяния.

Результаты соответствующих T-матричных расчетов приведены на рис. 5.7c, 5.7d, 5.14 и 5.15. В частности, рис. 5.14 показывает безразмерное отношение сечений экстинкции, определенное как

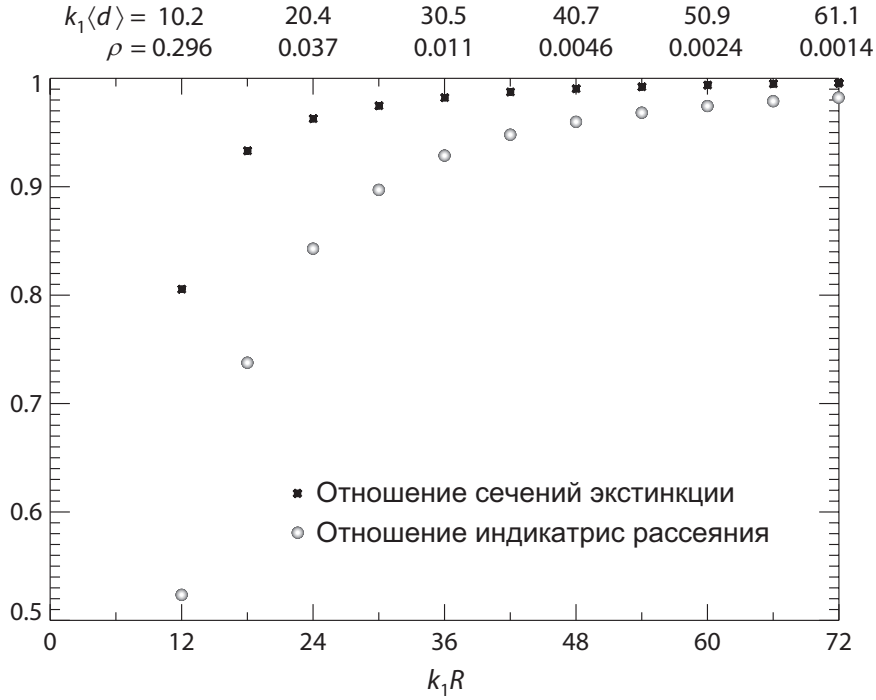

Рис. 5.14. Отношения, определенные формулами (5.8) и (5.9).

$$\frac{C_{\text{ext}}(\text{рассеивающий объем})}{8\,C_{\text{ext}}(\text{одна частица})}, \tag{5.8}$$

и отношение индикатрис рассеяния в направлении прямо вперед, определенное как

$$\frac{a_1(\Theta = 0^\circ,\ \text{рассеивающий объем})}{8\,a_1(\Theta = 0^\circ,\ \text{одна частица})}. \tag{5.9}$$

На этом рисунке также указаны плотность упаковки частиц ρ и величина $k_1\langle d\rangle$ как функции k_1R, где $\langle d\rangle$ – среднее расстояние между центрами частиц. Рисунок 5.15 показывает элементы нормализованной матрицы рассеяния как для различных рассеивающих объемов, так и для одиночной частицы.

Как мы помним, приближение однократного рассеяния основано на предположении, что можно пренебречь откликом каждой частицы на электромагнитное возбуждение со стороны всех других частиц и считать, что каждая частица возбуждается только внешним падающим полем. Для этого рассеи-

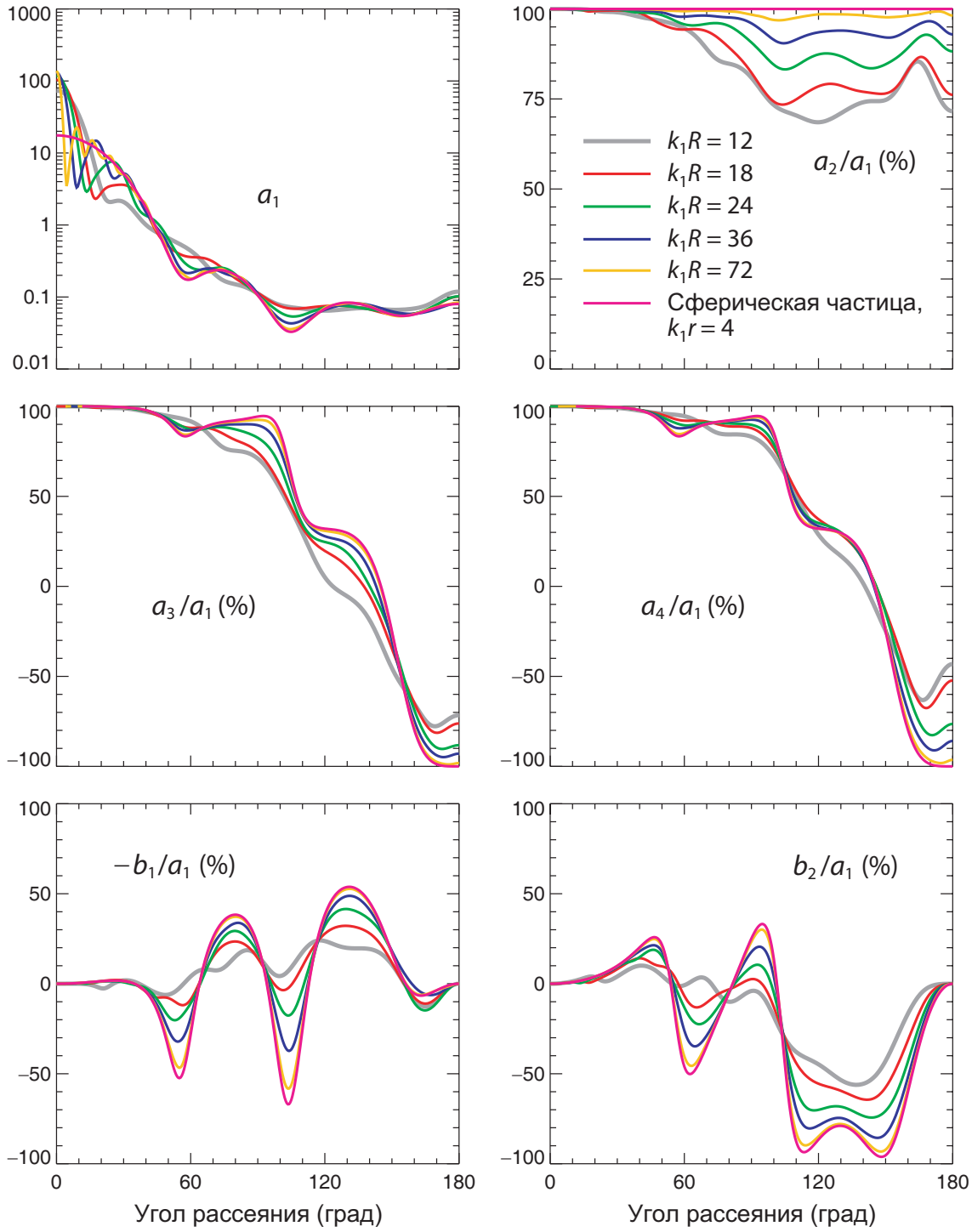

Рис. 5.15. Элементы нормализованной матрицы рассеяния.

вающий объем должен быть оптически тонким, а среднее расстояние между частицами должно быть достаточно велико. Пороговую оптическую толщину для объема, заполненного широко разнесенными частицами, можно оценить на основе формулы (2.56), тогда как численные данные, приведенные на рис. 5.7c,

5.7d, 5.14 и 5.15, позволяют оценить минимальное допустимое расстояние между частицами.

В соответствии с простым приближением однократного рассеяния, отношение сечений экстинкции (5.8) должно равняться единице. Более того, согласно модифицированному некоррелированному приближению однократного рассеяния, элементы нормализованной матрицы рассеяния для всего объема должны совпадать с таковыми для единичной сферической частицы, а отношение (5.9) должно равняться единице. Рисунки 5.14 и 5.15 демонстрируют отклонения от этих условий для различных плотностей упаковки частиц. В частности, они показывают, что плотность упаковки должна быть намного меньше 1% и $k_1\langle d\rangle$ должно быть намного больше 30, чтобы разница между точными и приближенными результатами была пренебрежимо малой. Того же требует, в частности, подавление эффекта слабой локализации на индикатрису рассеяния, рис. 5.7d. Рисунок 5.14 показывает, что с ростом k_1R отношение индикатрис рассеяния (5.9) приближается к своему асимптотическому значению значительно медленнее, чем отношение сечений экстинкции (5.8). Рисунок 5.7c также показывает, что $k_1\langle d\rangle$ должно быть намного больше 60 для того, чтобы когерентный пик в направлении прямо вперед стал достаточно узким и не влиял на интерпретацию лабораторных измерений в рамках модифицированного некоррелированного приближения однократного рассеяния.

Таким образом, наши строгие и численно-точные T-матричные расчеты показывают, что применение приближения однократного рассеяния к группам частиц с размерами, сравнимыми с длиной волны света, требует очень низких плотностей упаковки и больших средних расстояний между центрами частиц. Можно ожидать, что дальнейшие исследования позволят распространить наш анализ на бóльшие и, возможно, полидисперсные частицы.

5.5. Основные результаты

Результаты, изложенные в этой главе, послужили возникновению нового

раздела статистической оптики, в рамках которого многократное рассеяние света в макроскопических случайных дисперсных средах изучается на основе прямых численно-точных решений уравнений Максвелла. Весь материал этой главы является оригинальным. К наиболее существенным результатам относятся следующие:

1. Прямая численная демонстрация и качественный анализ происхождения спекл-структуры при рассеянии электромагнитной волны фиксированной конфигурацией частиц и ее замывания в результате усреднения по ансамблю [203].
2. Прямая численная демонстрация и качественный и количественный анализ эффектов многократного рассеяния электромагнитных волн при статическом рассеянии света случайными дисперсными средами [203, 162].
3. Первая однозначная демонстрация совокупности эффектов слабой локализации электромагнитных волн на основе прямых численных решений уравнений Максвелла для случайных дискретных сред [203].
4. Первый количественный анализ области применимости приближения однократного рассеяния на основе прямых решений уравнений Максвелла [203].

ГЛАВА 6

МИКРОФИЗИЧЕСКИЕ ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ И СЛАБОЙ ЛОКАЛИЗАЦИИ В СЛУЧАЙНЫХ ДИСПЕРСНЫХ СРЕДАХ

Ранняя история феноменологической теории переноса, описывающей многократное рассеяние света в разреженных дисперсных средах, приведена в работе [7]. Автор показывает, что простейшая форма уравнения переноса, записанного без учета поляризации и с привлечением идеализированных изотропно рассеивающих центров, была впервые приведена в статьях Ломмеля [121] и Хвольсона [48]. К сожалению, эти ранние работы долгое время оставались почти незамеченными, вследствие чего введение уравнения переноса в научный обиход традиционно приписывалось Шустеру [242].

Первая попытка учесть поляризационную природу света принадлежала Гансу [71]. Однако он проанализировал лишь частный случай рэлеевской плоскопараллельной среды, освещенной перпендикулярно падающим светом, и учел только два первых параметра Стокса. Общий случай рэлеевского рассеяния с полным учетом поляризации был детально изучен Чандрасекаром [45]. Наконец, Розенберг [15] предсказал самую общую форму уравнения переноса, полностью учитывающую поляризацию и применимую к частицам с произвольными размерами, формами и ориентациями.

Со времени своего возникновения теория переноса успешно применялась в таких научных областях как атмосферная оптика [8, 18, 19, 36, 74, 79, 88, 115, 116, 119, 120, 127, 274, 286, 289], дистанционное зондирование [70, 91, 244, 253, 270], океанография [212, 257], перенос изображения [290], астрофизика [9, 12, 18, 59, 78], биомедицина [102, 267] и технология [213, 250, 278]. В то же время теория переноса также имела долгую историю запутанных и даже вводящих в заблуждение изложений ее фундаментальных принципов. Палитра феноменологических выводов уравнения переноса в различных монографиях, учебниках и обзорах

является чрезвычайно разнообразной, что само по себе служит признаком серьезной внутренней проблемы. С одной стороны, многие выводы оказываются весьма короткими и либо представляют уравнение переноса как элементарное следствие закона сохранения энергии, либо призывают читателя принять уравнение переноса как фундаментальный экспериментальный закон, неявно дополняющий другие основные физические принципы, такие как законы классической и квантовой электродинамики. С другой стороны, появились выводы, поднимающиеся до уровня философских трактатов, в которых уравнение переноса возникает как якобы неизбежное логическое следствие многостраничных рассуждений, почти лишенных формул, но зато полных весьма загадочных «коллективных эффектов», «элементарных объемов» и «некогерентных лучей света». Некоторые из выводов уравнения переноса привлекают даже концепцию фотонов как локализованных частиц света, дискретных капелек энергии, лишенных фазы, или корпускул, движущихся по законам классической механики.

Независимо от того, насколько реалистичными могут показаться феноменологические выводы уравнения переноса на первый взгляд [230], все они неизбежно оказываются несостоятельными при тщательном анализе их физических основ [28]. Поэтому неудивительно, что совсем недавно авторы [126] пришли к заключению, что "*in spite of the extensive use of the theory of radiative energy transfer, no satisfactory derivation of its basic equation from electromagnetic theory has been obtained up to now*". Более того, феноменологические подходы не позволяют установить фундаментальную связь между уравнением переноса и эффектом слабой локализации электромагнитных волн. Самое главное, они скрывают тот неоспоримый факт, что в том случае, когда рассеяние совершается без изменения частоты, а рассеивающие частицы являются макроскопическими объектами с определенным показателем преломления, уравнение переноса описывает многократное рассеяние классических электромагнитных волн и, следовательно, должно быть выведено непосредственно из макроскопических уравнений Максвелла как следствие четко сформулированных и прослеживаемых аналитических приближений [3, 31, 58, 158, 263].

Предыдущие главы диссертации обеспечивают как все необходимые теоретические средства, так и глубокое качественное понимание проблемы для того, чтобы приступить к общему выводу микроскопических теорий переноса излучения и слабой локализации в случайных дисперсных средах. Мы проделаем это на основе анализа рассеяния плоской электромагнитной волны большой группой из N частиц, случайно распределенных по макроскопическому объему V. За недостатком места мы дадим только набросок вывода, отослав читателя за деталями к главам 8 и 14 недавней монографии [202] и к оригинальным статьям [152, 154].

6.1. Микрофизическая теория переноса излучения

В соответствии с результатами предыдущих глав, вывод уравнения переноса излучения базируется на нескольких фундаментальных предположениях и приближениях. Первым из них является предположение, что каждая частица находится в дальней зоне всех остальных частиц и что точка наблюдения находится в дальней зоне всех частиц, составляющих рассеивающую среду. Как мы уже видели, это предположение приводит к радикальному упрощению уравнений Фолди–Лакса, в результате чего последние из системы интегральных уравнений превращаются в систему линейных алгебраических уравнений. Понятно, что это изначальное предположение существенно ограничивает область применимости теории переноса, поскольку оно подразумевает, что плотность упаковки дисперсной среды должна быть очень низкой. Тем не менее, последнее условие выполняется в естественных и искусственных средах достаточно часто, чтобы оправдать широкое использование теории переноса.

Соответствующее разложение по кратностям рассеяния (2.13) позволяет представить полное электрическое поле в точке наблюдения как сумму вкладов от волновых траекторий, проходящих через все возможные последовательности частиц. Второе фундаментальное предположение, называемое приближением

Тверского [202, 268], состоит в том, что все волновые траектории, проходящие через одну и ту же частицу более одного раза, могут быть отброшены. Достаточно легко показать, что приближение Тверского становится асимптотически точным в пределе $N \to \infty$. Таким образом, вместо диаграммного выражения, показанного на рис. 2.2, мы будем работать с упрощенным диаграммным выражением, показанным на рис. 6.1.

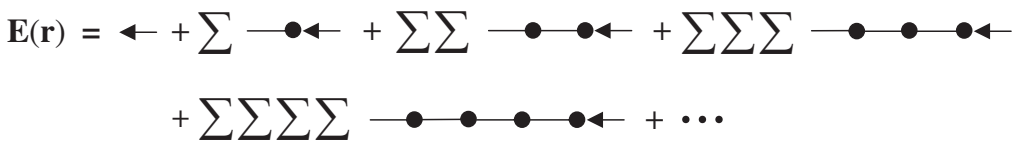

Рис. 6.1. Приближение Тверского.

В-третьих, мы будем предполагать, что случайная дисперсная среда удовлетворяет принципу эргодичности, что позволяет заменить усреднение по времени усреднением по координатам и состояниям частиц (см. раздел 2.4).

В-четвертых, мы будем считать, что:

- положение и состояние каждой частицы являются статистически независимыми как друг от друга, так и от положений и состояний всех других частиц в среде;
- пространственное распределение частиц по рассеивающему объему является случайным и статистически однородным.

Как и следует ожидать, эти предположения приводят к кардинальным упрощениям во всех теоретических выкладках. Практический смысл предположений эргодичности, случайности и статистической однородности будет обсуждаться в конце этого раздела.

Следующим важным шагом является количественное описание многократно рассеянного света в терминах тензора когерентности

$$\overleftrightarrow{C}(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \otimes \mathbf{E}^*(\mathbf{r}, t) \rangle_t \approx \langle \mathbf{E}(\mathbf{r}) \otimes \mathbf{E}^*(\mathbf{r}) \rangle_{\mathbf{R},\xi}, \tag{6.1}$$

где индексы **R** и ξ обозначают усреднение по всем координатам и состояниям частиц соответственно. Напомним, что состояние частицы включает в себя показатель преломления, размер, форму, ориентацию и др. Отметим также, что определение тензора когерентности является адекватным в том смысле, что $\overleftrightarrow{C}(\mathbf{r})$ является неисчезающей величиной (см. раздел 1.5). Вследствие усреднения по координатам частиц тензор когерентности является непрерывной функцией вектора **r**. Более того, мы вскоре убедимся, что тензор когерентности можно использовать для определения производных величин, которые допускают непосредственное измерение.

Разложение тензора когерентности в ряд Тверского показано в диаграммном виде на рис. 6.2. Для классификации различных слагаемых, которые

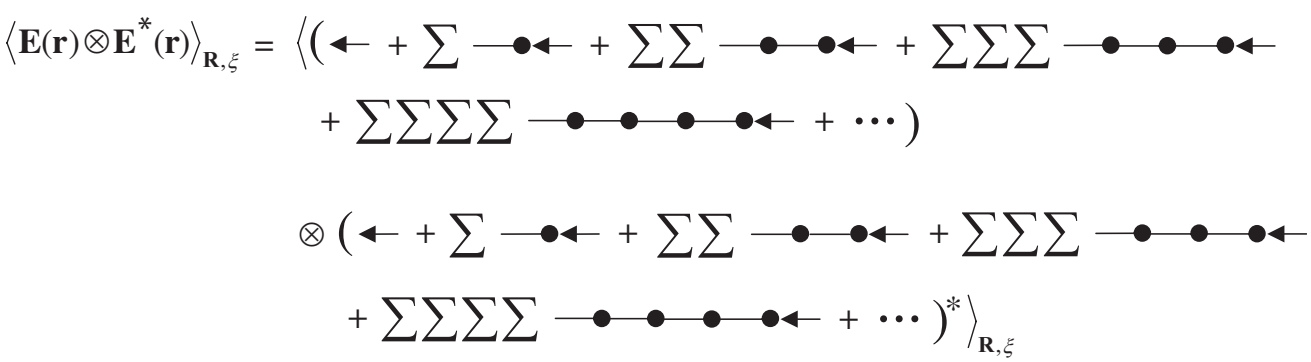

Рис. 6.2. Приближение Тверского для тензора когерентности.

появляются в развернутой записи выражения, находящегося внутри угловых скобок, мы воспользуемся обозначением, введенным на рис. 6.3a. В этом конкретном случае верхняя и нижняя траектории проходят через разные частицы. Однако эти траектории могут проходить и через одну или более общих частиц, как показано на рис. 6.3c и 6.3d с использованием штриховых «соединителей». Более того, если таких общих частиц две или больше, то они могут входить в верхнюю и нижнюю траектории в одном и том же порядке, как на рис. 6.3c, или в обратном порядке, как на рис. 6.3d. В первом случае соединители оказываются верикальными, в то время как во втором случае они пересекаются. Рисунок 6.3e дает пример смешанной диаграммы, в которой две общие частицы появляются в

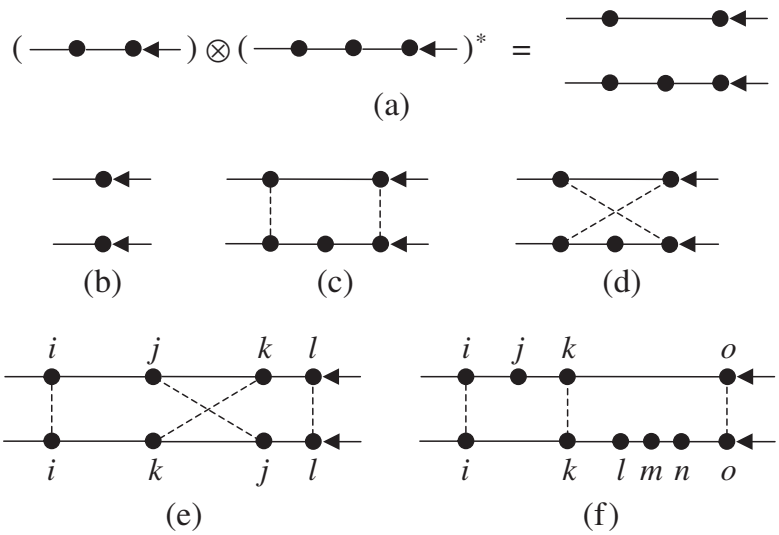

Рис. 6.3. Классификация различных членов в приближении Тверского для тензора когерентности.

одном и том же порядке, тогда как две другие общие частицы появляются в обратном порядке. Нетрудно видеть, что развернутое выражение для последней диаграммы имеет следующий вид:

$$[\overleftrightarrow{B}_{rij} \cdot \overleftrightarrow{B}_{ijk} \cdot \overleftrightarrow{B}_{jkl} \cdot \overleftrightarrow{B}_{kl0} \cdot \mathbf{E}_l^{\text{inc}}] \otimes [\overleftrightarrow{B}_{rik} \cdot \overleftrightarrow{B}_{ikj} \cdot \overleftrightarrow{B}_{kjl} \cdot \overleftrightarrow{B}_{jl0} \cdot \mathbf{E}_l^{\text{inc}}]^*. \tag{6.2}$$

По самой природе приближения Тверского ни нижняя, ни верхняя траектория не может проходить через одну и ту же частицу два и более раз. Поэтому никакая частица не может служить началом или концом двух или более соединителей.

Следующее фундаментальное предположение при выводе уравнения переноса заключается в том, что всеми диаграммами с пересекающимися соединителями можно пренебречь. Для обоснования этого предположения рассмотрим вклад в тензор когерентности, даваемый диаграммой 6.3е. Подстановка формул (2.14)–(2.18) в (6.2) показывает, что результирующее выражение содержит быстро осциллирующий комплексный экспоненциальный множитель $\exp[\mathrm{i}k_1(R_{ij} + R_{kl} - R_{ik} - R_{jl})]$. Этот множитель приводит к тому, что вклад диаграммы 6.3е исчезает в результате усреднения по координатам j-й и k-й частиц в пределах рассеивающего объема V при условии, что все линейные размеры объема

намного превышают длину волны света. Тем не менее, существует подкласс диаграмм с пересекающимися соединителями, который может давать неисчезающий вклад в тензор когерентности. Этот подкласс будет рассмотрен в разделе 6.2.

Рассмотрим теперь вклад диаграмм без пересекающихся соединителей, подобных диаграмме 6.3f. Присутствие «несоединенной» частицы j в верхней траектории приводит к появлению множителя $\exp[\mathrm{i}k_1(R_{ij}+R_{jk})]$, который быстро осциллирует при изменении положения j-й частицы повсюду в объеме V, за исключением прямой, соединяющей центры i-й и k-й частиц, где этот множитель обращается в константу. Вычисление интеграла, описывающего усреднение по всем положениям j-й частицы, при помощи метода стационарной фазы приводит к исключительно важному результату: единственным конечным следствием наличия несоединенной j-й частицы в контексте диаграммы 6.3f является ослабление поля, создаваемого k-й частицей и возбуждающего i-ю частицу, возможно, сопровождающееся эффектом дихроизма. Аналогично, эффект наличия частиц l, m и n оказывается ненулевым только тогда, когда все эти частицы расположены вдоль прямой, соединяющей центры k-й и o-й частиц, и заключается в ослаблении и, возможно, дихроизме.

Аккуратное аналитическое вычисление совокупного вклада всех диаграмм с вертикальными соединителями, усредненного по положениям и состояниям частиц, в комбинации с предположением, что количество частиц N очень велико, приводит к формуле, показанной схематически на рис. 6.4 [152]. Символ $\Leftarrow$ обозначает падающее поле, ослабленное несоединенными частицами по пути к точке наблюдения или к самой правой соединенной частице, двойные линии обозначают аналогичное ослабление несоединенными частицами волны, распространяющейся от одной соединенной частицы к другой, а символы Σ обозначают как суммирование по всем подходящим частицам, так и усреднение по координатам и состояниям этих частиц. Благодаря своему виду, диаграммы в правой части этой формулы называются лестничными. Поэтому диаграммную формулу

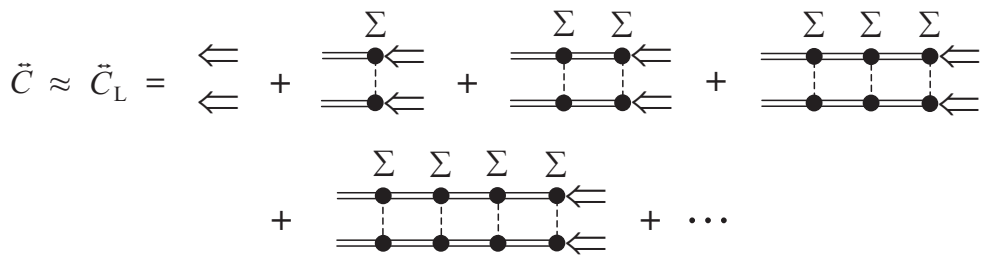

Рис. 6.4. Лестничное приближение для тензора когерентности.

6.4 можно назвать лестничным приближением для тензора когерентности. Очевидно, что диаграмма рассеяния, показанная на рис. 5.10 и проанализированная в разделе 5.3, относится к классу лестничных.

Развернутое аналитическое выражение для лестничного тензора когерентности имеет форму интеграла от так называемого лестничного удельного тензора когерентности $\overleftrightarrow{\Sigma}_{\mathrm{L}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}})$:

$$\overleftrightarrow{C}_{\mathrm{L}}(\mathbf{r}) = \int_{4\pi} \mathrm{d}\hat{\mathbf{q}}\, \overleftrightarrow{\Sigma}_{\mathrm{L}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}), \tag{6.3}$$

где интегрирование проводится по всем направлениям распространения, задаваемым единичным вектором $\hat{\mathbf{q}}$. Более того, можно показать, что $\overleftrightarrow{\Sigma}_{\mathrm{L}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}})$ удовлетворяет некоторому интегральному уравнению переноса [152]. Лестничный специфический тензор когерентности можно, в свою очередь, использовать для определения так называемого удельного вектора Стокса:

$$\widetilde{\mathbf{I}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} \widetilde{I}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) \\ \widetilde{Q}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) \\ \widetilde{U}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) \\ \widetilde{V}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_0}} \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\theta}}(\hat{\mathbf{q}}) \cdot \overleftrightarrow{\Sigma}_{\mathrm{L}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) \cdot \hat{\boldsymbol{\theta}}(\hat{\mathbf{q}}) + \hat{\boldsymbol{\varphi}}(\hat{\mathbf{q}}) \cdot \overleftrightarrow{\Sigma}_{\mathrm{L}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) \cdot \hat{\boldsymbol{\varphi}}(\hat{\mathbf{q}}) \\ \hat{\boldsymbol{\theta}}(\hat{\mathbf{q}}) \cdot \overleftrightarrow{\Sigma}_{\mathrm{L}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) \cdot \hat{\boldsymbol{\theta}}(\hat{\mathbf{q}}) - \hat{\boldsymbol{\varphi}}(\hat{\mathbf{q}}) \cdot \overleftrightarrow{\Sigma}_{\mathrm{L}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) \cdot \hat{\boldsymbol{\varphi}}(\hat{\mathbf{q}}) \\ -\hat{\boldsymbol{\theta}}(\hat{\mathbf{q}}) \cdot \overleftrightarrow{\Sigma}_{\mathrm{L}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) \cdot \hat{\boldsymbol{\varphi}}(\hat{\mathbf{q}}) - \hat{\boldsymbol{\varphi}}(\hat{\mathbf{q}}) \cdot \overleftrightarrow{\Sigma}_{\mathrm{L}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) \cdot \hat{\boldsymbol{\theta}}(\hat{\mathbf{q}}) \\ \mathrm{i}[\hat{\boldsymbol{\varphi}}(\hat{\mathbf{q}}) \cdot \overleftrightarrow{\Sigma}_{\mathrm{L}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) \cdot \hat{\boldsymbol{\theta}}(\hat{\mathbf{q}}) - \hat{\boldsymbol{\theta}}(\hat{\mathbf{q}}) \cdot \overleftrightarrow{\Sigma}_{\mathrm{L}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) \cdot \hat{\boldsymbol{\varphi}}(\hat{\mathbf{q}})] \end{bmatrix}, \tag{6.4}$$

который также удовлетворяет интегральному уравнению переноса, легко преобразуемому в следующую классическую интегро-дифференциальную форму, предсказанную в [15]:

$$\hat{\mathbf{q}} \cdot \nabla \widetilde{\mathbf{I}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) \;=\; -n_0 \langle \mathbf{K}(\hat{\mathbf{q}}) \rangle_\xi \widetilde{\mathbf{I}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) \;+\; n_0 \int_{4\pi} \mathrm{d}\hat{\mathbf{q}}' \langle \mathbf{Z}(\hat{\mathbf{q}}, \hat{\mathbf{q}}') \rangle_\xi \widetilde{\mathbf{I}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}'), \tag{6.5}$$

где $\langle \mathbf{K}(\hat{\mathbf{q}}) \rangle_\xi$ и $\langle \mathbf{Z}(\hat{\mathbf{q}}, \hat{\mathbf{q}}') \rangle_\xi$ – одночастичные матрица экстинкции и фазовая матрица, усредненные по всем состояниям частиц, а $n_0 = N/V$ – количество частиц в единице объема. Удельный вектор Стокса можно разложить на когерентную и диффузную части:

$$\widetilde{\mathbf{I}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) \;=\; \delta(\hat{\mathbf{q}} - \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}) \mathbf{I}_{\mathrm{c}}(\mathbf{r}) \;+\; \widetilde{\mathbf{I}}_{\mathrm{d}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}), \tag{6.6}$$

причем каждая удовлетворяет своему собственному уравнению переноса:

$$\mathbf{n}^{\mathrm{inc}} \cdot \nabla \mathbf{I}_{\mathrm{c}}(\mathbf{r}) \;=\; -n_0 \langle \mathbf{K}(\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}) \rangle_\xi \mathbf{I}_{\mathrm{c}}(\mathbf{r}), \tag{6.7}$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{q}} \cdot \nabla \widetilde{\mathbf{I}}_{\mathrm{d}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) \;=\; & -n_0 \langle \mathbf{K}(\hat{\mathbf{q}}) \rangle_\xi \widetilde{\mathbf{I}}_{\mathrm{d}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}) \;+\; n_0 \int_{4\pi} \mathrm{d}\hat{\mathbf{q}}' \langle \mathbf{Z}(\hat{\mathbf{q}}, \hat{\mathbf{q}}') \rangle_\xi \widetilde{\mathbf{I}}_{\mathrm{d}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}}') \\ & + \; n_0 \langle \mathbf{Z}(\hat{\mathbf{q}}, \hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}) \rangle_\xi \mathbf{I}_{\mathrm{c}}(\mathbf{r}). \end{aligned} \tag{6.8}$$

Значение $\mathbf{I}_{\mathrm{c}}$ на освещенной границе объема V дается вектором Стокса падающей волны, но затем $\mathbf{I}_{\mathrm{c}}$ испытывает экспоненциальное ослабление и, возможно, эффект дихроизма внутри объема.

Наиболее важными следствиями микрофизического вывода уравнения переноса излучения являются следующие [202]:

- Вывод уравнения переноса для случайных дисперсных сред не требует фундаментальных физических законов, не содержащихся в монохроматическом представлении макроскопической электродинамики. В частности, такие неясно определенные концепции как коллективные эффекты, элементарные рассеивающие объемы и некогерентные лучи света не имеют никакого отношения к переносу электромагнитной энергии в случайной дисперсной среде, состоящей из упруго и линейно рассеивающих частиц. Представляется замечательным то обстоятельство, что хотя уравнение переноса излучения имеет формальную математическую структуру кинетического уравне-

ния, описывающего столкновительную диффузию частиц [37], оно непосредственно выводится из *волновой* теории электромагнетизма.

- Уравнение переноса излучения выводится посредством учета только одного класса пар волновых траекторий, показанных на рис. 5.10 и 6.3f. Эффект всех несоединенных частиц сводится к экспоненциальному ослаблению и дихроизму.
- В контексте теории переноса излучения светорассеивающие свойства частиц задаются в терминах матрицы экстинкции и фазовой матрицы, а не в терминах тензора рассеяния или амплитудной матрицы рассеяния. При этом каждая частица с ее индивидуальными матрицей экстинкции и фазовой матрицей заменяется некоторой средней частицей, матрица экстинкции и фазовая матрица которой получены посредством усреднения по всем состояниям всех частиц.
- В рамках строгих уравнений Фолди–Лакса первичным источником многократного рассеяния является падающая плоская волна с неизменной амплитудой, формула (2.10). В рамках приближенной теории переноса роль источника многократного рассеяния переходит к экспоненциально затухающей когерентной (или «нерассеянной») части удельного вектора Стокса, описываемой уравнением (6.7).
- Усреднение по всем положениям частиц делает $\mathbf{I}_{\mathrm{c}}$ и $\tilde{\mathbf{I}}_{\mathrm{d}}$ непрерывными функциями радиус-вектора точки наблюдения $\mathbf{r}$, а также делает $\tilde{\mathbf{I}}_{\mathrm{d}}$ непрерывной функцией направления распространения $\hat{\mathbf{q}}$.
- По той же причине $\tilde{\mathbf{I}}$ отличается от вектора Стокса поперечной электромагнитной волны $\mathbf{I}$ тем, что имеет размерность монохроматической удельной интенсивности, т. е. Вт м$^{-2}$ср$^{-1}$, а не размерность монохроматического потока энергии, т. е. Вт м$^{-2}$. Легко видеть, что такая размерность $\tilde{\mathbf{I}}$ является прямым следствием определения (6.1), углового разложения $\overleftrightarrow{C}_{\mathrm{L}}(\mathbf{r})$ в соответствии с формулой (6.3) и определения (6.4).

- По самой своей природе уравнение переноса излучения является матричным (векторным) уравнением. Широко используемое скалярное уравнение переноса получается путем искусственной замены удельного вектора Стокса его первым элементом (т. е. удельной интенсивностью), а матрицы экстинкции и фазовой матрицы – их соответствующими левыми верхними элементами. Таким образом, скалярное приближение не имеет строгого физического обоснования.
- Уравнение переноса излучения остается справедливым в случае освещения объема случайной дисперсной среды квазимонохроматическим параллельным пучком света.

Интегральная форма уравнения переноса может быть использована для выяснения физического смысла когерентного вектора Стокса $\mathbf{I}_{\mathrm{c}}$ и диффузного удельного вектора Стокса $\widetilde{\mathbf{I}}_{\mathrm{d}}$. Фундаментальная разница между этими величинами заключается в том, что первый описывает однонаправленный поток энергии, тогда как второй описывает неколлимированный поток энергии, формула (6.6). В частности, первый элемент когерентного вектора Стокса, т. е. когерентная (нерассеянная) интенсивность $I_{\mathrm{c}}(\mathbf{r})$, является мощностью электромагнитного излучения в расчете на единицу площади малого элемента поверхности ΔS, перпендикулярного направлению падения (рис. 6.5a). В то же время, первый элемент диффузного удельного вектора Стокса, т. е. диффузная удельная интенсивность $\widetilde{I}_{\mathrm{d}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}})$, является мощностью электромагнитного излучения

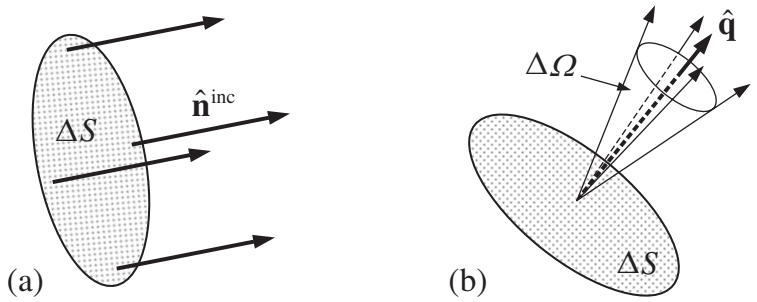

Рис. 6.5. Физический смысл когерентной (нерассеянной) интенсивности (a) и диффузной удельной интенсивности (b).

в расчете на единицу площади малого элемента поверхности ΔS, перпендикулярного единичному вектору $\hat{\mathbf{q}}$, и на единицу малого телесного угла $\Delta\Omega$, центрированного вокруг $\hat{\mathbf{q}}$ (рис. 6.5b).

Эта интерпретация $\mathbf{I}_{\mathrm{c}}(\mathbf{r})$ и $\tilde{\mathbf{I}}_{\mathrm{d}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}})$ означает, что обе величины можно измерить при помощи соответствующим образом расположенных и ориентированных детекторов потока электромагнитной энергии. Действительно, мгновенное направление потока электромагнитной энергии определяется вектором Пойнтинга и быстро меняется внутри случайной дискретной среды за счет движения частиц. Поэтому в любой момент времени коллимированный детектор, помещенный внутри среды, регистрирует или не регистрирует сигнал в зависимости от мгновенного направления потока энергии. Усреднение по времени (или по положениям частиц) приводит к тому, что суммарный отсчет детектора всегда отличен от нуля и является непрерывной функцией его ориентации. То обстоятельство, что диффузный удельный вектор Стокса может быть как предсказан теоретически путем решения уравнения переноса, так и измерен при помощи подходящего оптического инструмента, объясняет практическую полезность теории переноса в бесчисленных приложениях во многих областях науки и техники.

Поскольку микрофизический вывод уравнения переноса излучения основан на статистическом усреднении по положениям и состояниям частиц, ни когерентный вектор Стокса, ни диффузный удельный вектор Стокса не описывают мгновенное распределение электромагнитного излучения внутри случайной дисперсной среды. Вместо этого они характеризуют угловое и пространственное распределение потока электромагнитной энергии, усредненное по достаточно длительному промежутку времени. Этот вывод находится в полном согласии с результатами предыдущей главы. Минимальное время усреднения, необходимое для установления эргодичности, может быть разным для разных рассеивающих сред, но следующее утверждение всегда остается справедливым: чем дольше время усреднения, тем более точным будет теоретическое

предсказание, основанное на теории переноса излучения. Накопление сигнала на протяжении длительного промежутка времени часто используется для улучшения точности измерения за счет уменьшения эффекта случайного шума. Однако ситуация с теорией переноса излучения оказывается качественно другой, поскольку в этом случае усреднение сигнала за достаточно длительный промежуток времени необходимо для обеспечения теоретической применимости уравнения переноса.

Хотя микрофизический вывод уравнения переноса основан на нескольких фундаментальных предположениях, перечисленных выше, большинство из них выглядят достаточно реалистичными в широком диапазоне практических ситуаций. Однако требования эргодичности и статистической однородности заслуживают дополнительного анализа, поскольку может показаться, что они чрезмерно ограничивают область применимости уравнения переноса.

Смысл предположения эргодичности проиллюстрирован на рис. 6.6. Как обычно, объем V случайной дисперсной среды освещается плоской электромагнитной волной. Угловая апертура детектора электромагнитной энергии, находящегося внутри объема, предполагается достаточно малой, чтобы разрешить угловую зависимость диффузного поля излучения (например, ~1°). Угловая апертура и площадь диафрагмы детектора ΔS в совокупности определяют часть объема рассеивающей среды, схематически ограниченной точечными прямыми. Эта часть будет называться «приемным объемом», поскольку, согласно интегральной форме уравнения переноса, вся энергия, регистрируемая детектором, приходит непосредственно от частиц, находящихся в этом объеме. При этом электромагнитная энергия, возбуждающая каждую из этих частиц, может быть либо (экспоненциально ослабленным) падающим излучением, либо (ослабленным) светом, рассеянным другими частицами из объема V. Свет, рассеянный частицей из приемного объема в направлении детектора, может ослабляться другими частицами из приемного объема, находящимися ближе к детектору.

Предположим, что детектор накапливает сигнал на протяжении проме-

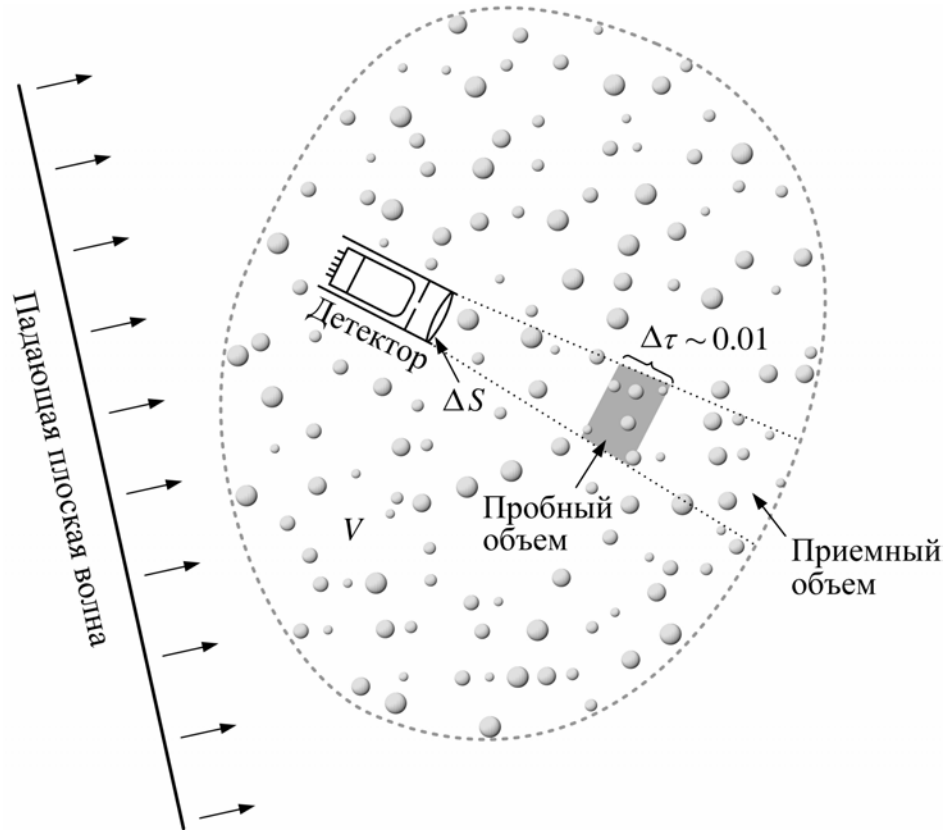

Рис. 6.6. Практический смысл требований эргодичности и статистической однородности.

жутка времени Δt. Разобьем приемный объем на «пробные» объемы так, чтобы оптическая толщина $\Delta\tau$ каждого из них вдоль линии наблюдения детектора была очень мала (~0.01). Один из таких пробных объемов показан на рис. 6.6. Понятно, что вклад любой частицы в сигнал, регистрируемый детектором, практически не зависит от конкретного положения частицы в пределах пробного объема. Поэтому *строгий* смысл эргодичности и статистической однородности объема V случайной дисперсной среды заключается в требовании, чтобы за промежуток времени Δt каждая частица из V посетила каждый пробный объем.

На практике рассеивающий объем V обычно включает много частиц каждого типа. Поэтому *практический* смысл эргодичности и статистической однородности состоит в требовании, чтобы за промежуток времени Δt количество посещений любого пробного объема частицами каждого типа было статистически пропорциональным полному количеству частиц такого типа во

всем рассеивающем объеме [159]. Понятно, что такое требование оказывается намного менее жестким в большинстве реальных ситуаций.

6.2. Микрофизическая теория слабой локализации

Рассмотрим рассеивающий объект в виде большой группы дискретных, случайно и редко расположенных частиц (см. рис. 6.7). Объект освещается

Рис. 6.7. Рассеяние плоской электромагнитной волны объемом разреженной случайной дисперсной среды.

плоской электромагнитной волной, распространяющейся в направлении $\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}$. Вспомним, что уравнение переноса излучения было выведено путем отбрасывания всех диаграмм с пересекающимися соединителями в диаграммном представлении тензора когерентности. Используя те же рассуждения, что и в предыдущем разделе, можно действительно заключить, что после усреднения по положениям частиц вклад всех диаграмм, показанных на рис. 6.8, окажется нулевым в «близких» точках наблюдения, расположенных либо внутри рассеивающей среды (точка наблюдения 1 на рис 6.7), либо на сравнительно небольшом расстоянии от среды (точка наблюдения 2).

Однако, как мы уже обсуждали в предыдущей главе, существует исклю-

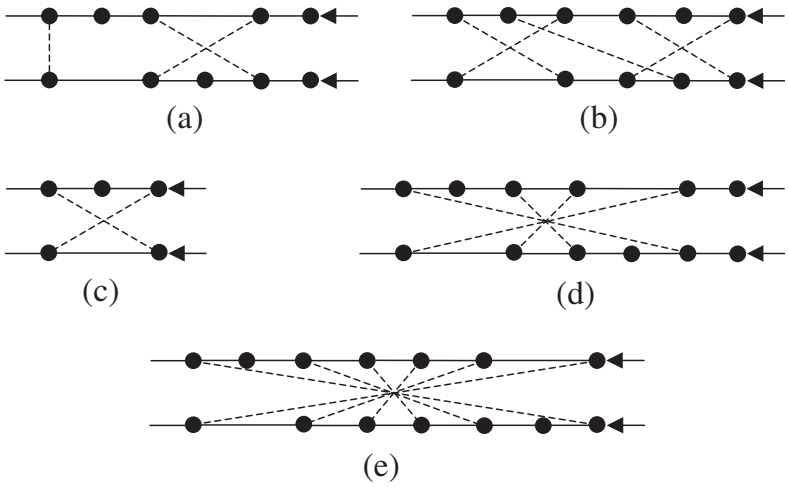

Рис. 6.8. Диаграммы с пересекающимися соединителями.

чение, соответствующее ситуации, в которой точка наблюдения находится в дальней зоне рассеивающего объема в пределах его «обратной тени» (точка наблюдения 3 на рис. 6.7). Тогда класс диаграмм, представленный рис. 5.9 и 6.8c–6.8e, дает ненулевой вклад, приводящий к явлению слабой локализации. Такие диаграммы называются циклическими или наиболее пересеченными, поскольку их можно изобразить так, что все соединители пересекутся в одной точке.

Выражение для суммарного вклада циклических диаграмм в тензор когерентности можно вывести при помощи диаграммной техники, описанной в предыдущем разделе. Конечный результат можно представить в виде диаграммной формулы на рис. 6.9 [202]. Как и раньше, символ ⇐ обозначает падающее поле, ослабленное несоединенными частицами по пути к точке наблюдения или к самой правой соединенной частице, двойные линии обозначают аналогичное

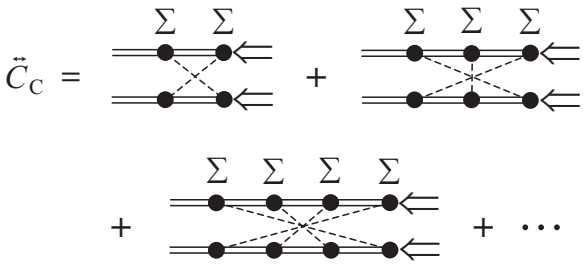

Рис. 6.9. Циклическая часть тензора когерентности.

ослабление несоединенными частицами волны, распространяющейся от одной соединенной частицы к другой, а символы Σ обозначают как суммирование по всем подходящим частицам, так и усреднение по координатам и состояниям этих частиц. Очень поучительно сравнить рис. 6.9 с рис. 6.4, поскольку тогда сразу становится видна качественная разница в морфологии соответствующих диаграмм. Улучшенное приближение для полного тензора когерентности имеет следующий вид:

$$\overleftrightarrow{C} \approx \overleftrightarrow{C}_{\mathrm{L}} + \overleftrightarrow{C}_{\mathrm{C}}. \tag{6.9}$$

Включение циклических диаграмм неизмеримо усложняет расчет тензора когерентности и сильно суживает диапазон проблем, которые можно решить строго. В частности, не существует замкнутого уравнения, подобного уравнению переноса, для нахождения вклада циклических диаграмм в удельный тензор когерентности $\overleftrightarrow{\Sigma}_{\mathrm{C}}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{q}})$. Тем не менее, соотношения взаимности (1.15) и (1.16) для тензора рассеяния и амплитудной матрицы рассеяния приводят к одному очень важному строгому результату: все характеристики слабой локализации в направлении рассеяния точно назад можно строго выразить через соответствующее решение уравнения переноса излучения [135, 141]. Этот результат будет подробно рассмотрен в главе 9. Другие теоретические и численные подходы к проблеме слабой локализации рассматриваются в [32, 112, 114, 202, 215, 275].

Согласно формуле (5.1), угловая ширина эффекта слабой локализации должна быть обратно пропорциональна $k_1\langle l\rangle$, где $\langle l\rangle$ – среднее расстояние между конечными частицами различных последовательностей частиц, дающих существенный вклад в когерентные пики обратного рассеяния (см. рис. 5.9). Очевидно, что существенными факторами, ограничивающими $\langle l\rangle$ и, таким образом, увеличивающими ширину пиков, являются поглощение и конечный размер рассеивающей среды. Влияние этих факторов хорошо видно на рис. 5.7d и 5.13.

Для оптически толстых непоглощающих или слабо поглощающих сред хорошей оценкой для $\langle l \rangle$ является так называемая транспортная длина свободного пробега l_{tr} [91].

Теоретическое объяснение эффекта слабой локализации в терминах интерференции подразумевает, что наблюдатель находится в дальней зоне всего рассеивающего объема. Однако на практике многие проявления эффекта слабой локализации можно наблюдать с существенно меньших расстояний, для которых условие (1.20) заведомо нарушается. Менее жесткое практическое условие на минимальное расстояние d от точки наблюдения до рассеивающей среды имеет следующий вид [202]:

$$d \gg \tfrac{1}{2} k_1 \langle l \rangle^2. \tag{6.10}$$

Однако даже это условие может оказаться весьма обременительным, если минимальный размер рассеивающей среды превышает l_{tr}, а составляющие ее частицы имеют размеры, сравнимые с длиной волны света или превосходящие ее.

Угловая ширина различных проявлений эффекта слабой локализации для таких макроскопических разреженных объектов как облака оказывается исключительно малой, поскольку в этом случае l_{tr} превышает длину волны света на много порядков величины. Это делает практически невозможным обнаружение слабой локализации при помощи пассивных методов дистанционного зондирования, основанных на наблюдениях отраженного солнечного излучения. Однако слабая локализация может существенно влиять на результаты активных измерений с использованием радаров и лидаров (см., например, [105]), так как в этом случае наблюдается электромагнитное излучение, рассеянное в направлении точно назад.

Ситуация оказывается совершенно отличной при рассеянии света плотноупакованными дисперсными средами, поскольку теперь l_{tr} может быть того же порядка величины, что и длина волны света. Вследствие этого слабая локализация может наблюдаться не только при помощи активных методик дистанци-

онного зондирования или специально спроектированного лабораторного оборудования (см., например, [75, 113, 231]), но и при астрономических измерениях характеристик солнечного излучения, отраженного высокоальбедными телами Солнечной системы (см., например, [68, 201, 234]). В этой связи важно помнить, что сама концепция фазы волны применима только к поперечным электромагнитным волнам, таким как плоские и сферические волны. Поэтому интерференционное объяснение слабой локализации неявно основывается на предположении, что каждая частица в любой последовательности частиц (рис. 5.9), находится в дальней зоне как предыдущей, так и последующей частицы. Очевидно, что это предположение часто нарушается при рассеянии света плотно упакованными дисперсными средами, что потенциально ставит под сомнение применимость интерференционного механизма слабой локализации. Мы видели, однако, что сильные когерентные пики в обратном рассеянии появляются в строгих *T*-матричных расчетах даже при такой высокой плотности упаковки частиц как 24% (рис. 5.7b и 5.11). Это, по-видимому, означает, что частичные волны, распространяющиеся вдоль последовательностей из широко разнесенных частиц, продолжают вносить существенный вклад в суммарное рассеянное излучение.

6.3. Интерференция в направлении прямо вперед

Подобно эффекту слабой локализации, интерференция электромагнитных волн в направлении прямо вперед, рассмотренная в разделе 5.3 и объясненная на рис. 5.8, имеет место в дальней зоне рассеивающей среды и не описывается явно уравнением переноса излучения. Действительно, можно легко показать, что вклад диаграммы 6.3b, вычисленный для точки наблюдения в ближней зоне рассеивающего объема, не сводится к нулю только в том случае, когда обе частицы находятся на прямой, параллельной направлению падения $\hat{\mathbf{n}}^{\mathrm{inc}}$ и проходящей через точку наблюдения. Этот неисчезающий вклад в конечном

итоге включается в когерентный вектор Стокса $\mathbf{I}_c$ прямо прошедшего излучения.

Для того, чтобы непосредственно обнаружить эффект интерференции в направлении прямо вперед, наблюдатель должен находиться на расстоянии r от рассеивающего объема, удовлетворяющем неравенствам (1.18)–(1.20). Это обстоятельство делает уравнение переноса весьма хорошим приближением. Действительно, если применить неравенство (1.20) к небольшому облаку с размером в 100 м и предположить, что длина волны падающего света равна 500 nm, то простая арифметика показывает, что наблюдатель должен удалиться от облака на расстояние, намного превышающее 10^{10} м.

6.4. Что такое независимое рассеяние?

Как мы помним, в любой момент времени падающая электромагнитная волна воспринимает всю многочастичную конфигурацию как единый, хотя и морфологически сложный рассеиватель. Мы также проследили, как теория переноса излучения выводится из уравнений Максвелла вследствие ряда предположений и приближений (таких, например, как требование очень слабой объемной упаковки) и в конечном итоге содержит одночастичные (но усредненные по ансамблю) матрицу экстинкции и фазовую матрицу. Однако «классический» (и, как выяснилось, неверный) способ описания многократного рассеяния и переноса излучения заключается в совершенно обратной последовательности основных этапов:

1) анализ светорассеивающих свойств каждой частицы в изоляции от всех остальных частиц путем решения уравнений Максвелла (в простейшем случае используя теорию Ми);
2) объявление широко разнесенных, случайно расположенных частиц некими «независимыми» рассеивателями и приписывание каждой из них индивидуальных матрицы экстинкции и фазовой матрицы, найденных на первом этапе;

3) рассмотрение «некогерентного» рассеяния света «независимо рассеивающими частицами», входящими в некий «элементарный рассеивающий объем»;
4) «вывод» (а на самом деле постулирование) уравнения переноса излучения для среды, построенной из «элементарных рассеивающих объемов»;
5) спекулятивное обсуждение того, каким образом индивидуальные светорассеивающие свойства частиц и «элементарных объемов» могут изменяться за счет различных «эффектов плотной упаковки».

Таким образом очевидно, что понятие «независимого рассеяния» было и остается исключительно важным аспектом феноменологической теории рассеяния света группами частиц. Было дано несколько различных определений «независимо рассеивающих частиц» (см., например, [44, 93, 109, 120, 129, 194, 202, 259, 273] и ссылки там). Некоторые из этих определений оказались весьма туманными или на самом деле относятся к приближению однократного рассеяния для малой группы частиц, рассмотренному в разделе 2.5.[1] Общей целью всех этих определений было попытаться описать наблюдаемые проявления электромагнитного рассеяния группой частиц в терминах матриц экстинкции и фазовых матриц индивидуальных частиц, т. е. в терминах характеристик однократного рассеяния, описывающих преобразование параметров Стокса, а не компонентов электрического поля.

Изложенный выше микрофизический подход однозначно показывает, что любая частица является независимым рассеивателем только в случае, если она находится в полном одиночестве. Частицы, входящие в группу, не могут быть независимыми рассеивателями ни при каких условиях, даже если они широко разнесены и распределены случайным образом, поскольку эффекты интерференции в направлении прямо вперед и слабой локализации являются универсаль-

[1]Следует помнить, что конкретные условия применимости приближения однократного рассеяния и теории переноса излучения в смысле максимально допустимой упаковки частиц могут несколько различаться [202].

ными и не могут быть описаны в терминах матриц экстинкции и фазовых матриц индивидуальных частиц. В случае больших разреженных объектов (таких как облака) пики в интенсивности, обусловленные интерференцией в направлении прямо вперед и слабой локализацией, оказываются исключительно узкими, содержат ничтожную долю рассеянной энергии и являются практически ненаблюдаемыми, что делает уравнение переноса излучения очень хорошим средством описания многих реально наблюдаемых величин. Мы, однако, видели, что даже в ограниченном контексте теории переноса частицы не характеризуются своими индивидуальными матрицами экстинкции и фазовыми матрицами. Вместо этого каждая частица заменяется некоторой «средней» частицей, которая характеризуется матрицей экстинкции и фазовой матрицей, полученными путем усреднения по всем состояниям всех частиц в среде.

Приходится, таким образом, заключить, что термин «независимое рассеяние» имеет весьма ограниченное эвристическое значение и на деле может вводить в заблуждение. Пожалуй, наименее двусмысленным, хотя настолько же нежелательным, является использование этого термина для обозначения случайно расположенных частиц, каждая из которых находится в дальних зонах всех остальных частиц, поскольку условия случайности и дальней зоны являются необходимыми в микрофизических теориях переноса излучения и слабой локализации.

6.5. Перенос излучения в газовых средах

Хорошо известно, что рассеяние может быть вызвано не только дискретными частицами, но и флуктуациями плотности или анизотропии в разреженных молекулярных средах, таких как газы [251]. Этот вид рассеяния традиционно называется рэлеевским и детально рассмотрен в монографиях [65, 111]. Каждую флуктуацию плотности или анизотропии можно считать частицей в том смысле, что она приводит к изменению диэлектрической проницаемости (или, в общем

случае, тензора диэлектрической проницаемости) среды в очень малом элементе объема. В той мере, в которой все такие малые элементы объема находятся в дальних зонах друг друга, микрофизический подход, изложенный выше, остается справедливым. Мы, таким образом, опять приходим к классическому уравнению переноса, на этот раз описывающему многократное рэлеевское рассеяние света [45]. Конкретный вид матрицы экстинкции и фазовой матрицы зависит от типа газа (или смеси газов) и таких факторов как газовое давление и температура.

Иногда утверждается [36], что настоящей причиной рэлеевского рассеяния являются случайно расположенные и случайно перемещающиеся молекулы, а не флуктуации диэлектрической проницаемости. Однако расстояние между двумя молекулами часто оказывается намного меньшим длины волны света, таким образом, приводя к существенному нарушению условия дальней зоны, необходимому для вывода уравнения переноса. Нельзя, конечно, полностью исключить потенциальную возможность вывода уравнения переноса без использования условия дальней зоны. Тем не менее, до тех пор пока такой вывод не был получен, представляется разумным приписывать многократное рэлеевское рассеяние молекулярным флуктуациям, а не отдельным молекулам.

Весьма часто газовая среда содержит случайно расположенные дискретные частицы. Типичными примерами являются аэрозоли и облачные частицы, взвешенные в атмосфере. Уравнение переноса излучения остается верным и в этом случае, при условии, что все частицы и флуктуации плотности/анизотропии находятся в дальних зонах друг друга. Матрица экстинкции и фазовая матрица, входящие в уравнение переноса, получаются путем простого усреднения по соответствующим характеристикам смеси газов и частиц.

6.6. Сохранение энергии

Интересное и весьма важное на практике свойство уравнения переноса излучения заключается в том, что оно в точности удовлетворяет закону сохране-

ния энергии. Действительно, используя векторное тождество $\mathbf{a}\cdot\nabla f = \nabla\cdot(\mathbf{a}f) - f\,\nabla\cdot\mathbf{a}$, где f – произвольная скалярная функция пространственных координат, и учитывая, что $\hat{\mathbf{q}}$ является постоянным вектором, мы можем переписать уравнение переноса (6.5) в следующем виде:

$$\nabla\cdot[\hat{\mathbf{q}}\,\widetilde{\mathbf{I}}(\mathbf{r},\hat{\mathbf{q}})] = -n_0\,\langle\mathbf{K}(\mathbf{r},\hat{\mathbf{q}})\rangle_\xi\,\widetilde{\mathbf{I}}(\mathbf{r},\hat{\mathbf{q}}) + n_0\int_{4\pi}\mathrm{d}\hat{\mathbf{q}}'\langle\mathbf{Z}(\hat{\mathbf{q}},\hat{\mathbf{q}}')\rangle_\xi\,\widetilde{\mathbf{I}}(\mathbf{r},\hat{\mathbf{q}}'). \qquad (6.11)$$

Введем вектор плотности потока электромагнитной энергии как

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \int_{4\pi}\mathrm{d}\hat{\mathbf{q}}\,\hat{\mathbf{q}}\,\widetilde{I}(\mathbf{r},\hat{\mathbf{q}}).$$

Очевидно, что произведение $\hat{\mathbf{p}}\cdot\mathbf{F}(\mathbf{r})\,\mathrm{d}S$ описывает величину и направление полного протекания мощности через элементарную площадку $\mathrm{d}S$, перпендикулярную к $\hat{\mathbf{p}}$ (см. рис. 6.10). Интегрируя обе части (6.11) по всем направлениям $\hat{\mathbf{q}}$, получаем [202]:

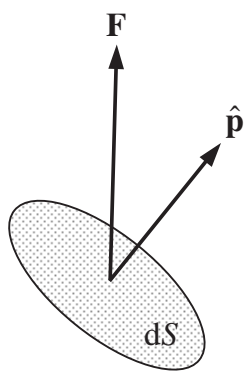

Рис. 6.10. Мощность электромагнитного потока, протекающего через элементарную площадку.

$$-\nabla\cdot\mathbf{F}(\mathbf{r}) = n_0\int_{4\pi}\mathrm{d}\hat{\mathbf{q}}\,\langle C_{\mathrm{abs}}(\hat{\mathbf{q}})\rangle_\xi\,\widetilde{I}(\mathbf{r},\mathbf{q}),$$

где $\langle C_{\mathrm{abs}}(\hat{\mathbf{q}})\rangle_\xi$ – усредненное по ансамблю сечение поглощения в расчете на одну частицу.

Физический смысл последней формулы оказывается весьма прозрачным:

полная мощность втекающего потока энергии в расчете на единицу объема равна полному поглощению мощности в единице объема. Если рассеивающая среда является непоглощающей, так что $\langle C_{\text{abs}}(\hat{\mathbf{q}})\rangle_{\xi} = 0$, то вектор плотности потока электромагнитной энергии имеет нулевую расходимость:

$$\nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{r}) = 0.$$

Эта замечательная формула выражает сохранение мощности потока и означает, что количество электромагнитной энергии, входящей в элемент объема за единицу времени, в точности равно количеству энергии, выходящей из этого элемента объема за единицу времени.

Вспомним еще раз, что уравнение переноса излучения вытекает из уравнений Максвелла только после целого ряда приближений и предположений. Поэтому тот факт, что уравнение переноса полностью согласуется с законом сохранения энергии, является как положительным, так и вызывающим беспокойство. Парадокс заключается в том, что попытка улучшить точность расчетов по теории переноса путем включения максимально пересеченных диаграмм приводит к нарушению баланса энергии за счет добавления «избыточной энергии», содержащейся в когерентном пике обратного рассеяния. Пока остается неясным, «берется» ли эта избыточная энергия из далеких крыльев обратного когерентного пика, что означало бы, что вклад циклических диаграмм в удельную интенсивность при определенных углах выхода может быть отрицательным [276]. Вполне возможно, что отрицательный вклад, необходимый для восстановления энергетического баланса, поставляется другими типами диаграмм, не включенными в теории переноса излучения и слабой локализации.

6.7. Обсуждение результатов

Предыдущее изложение показывает, что теории переноса излучения и слабой локализации могут быть выведены непосредственно из макроскопи-

ческих монохроматических уравнений Максвелла как следствие нескольких четко сформулированных приближений. Это, конечно, не означает, что все эти приближения являются обязательными и что теории переноса и слабой локализации не могут быть выведены при менее жестких предположениях. Тем не менее, до тех пор пока такой более простой вывод не получен, представляется целесообразным считать все условия, введенные в разделах 6.1 и 6.2, обязательными.

Весьма поучительно посмотреть на микрофизический подход к переносу излучения и слабой локализации с позиций знаменитой классификации методов, используемых для решения задач распространения волн в случайных средах, введенной в [100]. Согласно этой классификации, все методы делятся на две категории: «честные» и «нечестные». Предположим, что волна описывается некоторой векторной функцией координат точки наблюдения и времени $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$. Как и в разделе 2.4, обозначим через ψ набор параметров, полностью определяющих состояние всей рассеивающей среды в определенный момент времени. Согласно [100], в рамках «честного» подхода решение для функции $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t, \psi)$ сначала находится для каждого значения ψ. Это решение иногда можно найти явно и точно, но чаще всего оно записывается в виде разложения в ряд по некоторому параметру или как последовательность итераций. В процессе нахождения этого решения стохастичность среды не играет никакой роли и, следовательно, никак не облегчает задачу. Второй этап заключается в нахождении среднего значения и других статистических характеристик $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t, \psi)$ из явного детерминистского решения. На этом этапе стохастичность часто помогает получить более простые выражения для статистических характеристик, чем для самой функции $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t, \psi)$. В рамках «нечестного» подхода стохастичность используется еще до того, как найдено решение для функции $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t, \psi)$, путем введения недоказанных, но «интуитивно очевидных» предположений о статистических свойствах «случайного блуждания волны». Эти предположения упрощают проблему до такой степени, что она становится легко решаемой. Нетрудно

видеть, что микрофизический подход к теории переноса и слабой локализации, изложенный в этой главе, относится к категории «честных».

Рисунок 6.11 схематически резюмирует микроскопические теории перено-

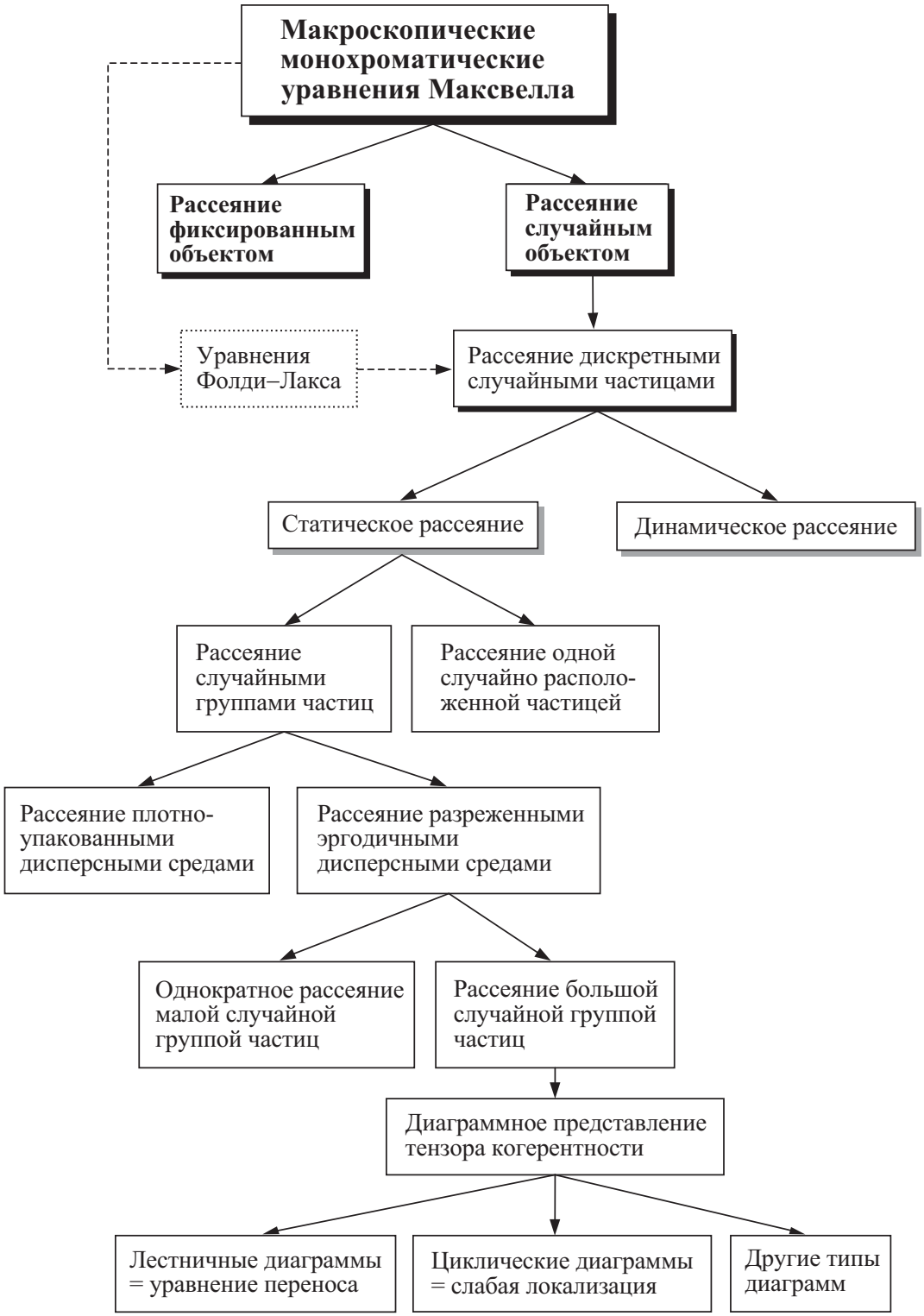

Рис. 6.11. Классификация проблем электромагнитного рассеяния.

са излучения и слабой локализации и помогает классифицировать их место в широком контексте классической макроскопической электродинамики. Он также помогает выявить те проблемы, которые все еще ждут своего решения.

Прежде всего, за счет использования макроскопических монохроматических уравнений Максвелла в качестве отправного пункта, мы полностью исключили из рассмотрения такие виды освещения как импульсный лазерный луч, а также такие квантовые явления как эмиссия и перераспределение по частотам. Эти области теории переноса электромагнитной энергии (см., например, [6, 13, 77, 92, 130, 221, 281] и ссылки там) остаются чисто феноменологическими и основаны на привлечении как стационарных, так и явно зависящих от времени уравнений переноса, не выведенных из фундаментальных физических теорий.

Другой трудной, но интересной и важной областью исследования является перенос излучения в стохастически неоднородных средах, состоящих из очень слабо упакованных, но коррелированных частиц. Например, в нескольких недавних публикациях [103, 128, 245] было высказано предположение, что облачные частицы, принадлежащие к определенной категории размеров, могут иметь тенденцию создавать группы (кластеры) пространственно скоррелированных частиц, погруженных в облако, которое в других отношениях является однородным. Эта ситуация была проанализирована на основе микрофизического подхода в работе диссертанта [159]. Было, в частности, показано, что если такие включения остаются относительно малыми, причем выполняются определенные условия эргодичности и пространственной однородности, то все еще можно использовать классическое уравнение переноса, в котором матрица экстинкции и фазовая матрица получены простым усреднением по всем частицам, входящим в облако. Однако этот результат может оказаться неприменимым к облакам с бóльшими неоднородностями.

Помимо работы [159], проблема многократного рассеяния света в стохастических средах, состоящих из слабо упакованных, но коррелированных частиц, анализировалась в рамках феноменологической теории переноса с использова-

нием всего ее разношерстного арсенала плохо определенных концепций (см., например, [33, 39, 42, 51, 108, 226, 229]). Мы видели выше, что матрица экстинкции и фазовая матрица появляются в стандартном уравнении переноса (6.5) вследствие четко сформулированных приближений, причем как величины, усредненные по всему ансамблю частиц. В рамках феноменологической стохастической теории переноса применимость матрицы экстинкции и фазовой матрицы как исходных характеристик светорассеяния индивидуальных частиц принимается в виде постулата. В этом отношении феноменологическая теория принадлежит к категории «нечестных» подходов. Совершенно очевидно, что созрела необходимость систематического использования «честного» микрофизического подхода для того, чтобы выяснить степень и условия применимости концепций матрицы экстинкции и фазовой матрицы в теории многократного рассеяния коррелированными частицами.

Многие геофизические рассеивающие среды состоят из плотно упакованных и сильно коррелированных частиц. Типичными примерами являются снежные покровы [62, 98, 282], почва [90], планетные реголиты [81, 249] и растительность [216]. Количество публикаций, в которых численные решения уравнения переноса используются для моделирования оптических характеристик плотноупакованных дисперсных сред, быстро растет (см., например, [104, 106, 117, 118, 189, 219, 225, 256, 283]). Вспомним, однако, что формальная применимость уравнения переноса основана на условиях, что все частицы среды находятся в дальних зонах друг друга, а их положения являются совершенно некоррелированными. Очевидное нарушение этих условий в случае высоких плотностей упаковки частиц может приводить к существенным отклонениям от теоретических результатов, полученных на основе классической теории переноса [5]. Поэтому важно проанализировать как теоретически, так и экспериментально, в какой степени классическое уравнение переноса может применяться к плотноупакованным дисперсным средам. Определенный прогресс в этом направлении был достигнут в работах [84, 223, 227, 243, 291].

Строгая количественная теория переноса электромагнитной энергии в плотноупакованных дисперсных средах, идущая дальше уравнений Фолди–Лакса, все еще находится на ранней стадии развития [5, 260, 262, 264, 265]. Существуют несколько «нечестных» феноменологических подходов к решению этой проблемы, которые основаны на понятии «независимого рассеяния» и спекулятивных попыток предсказать изменение матрицы экстинкции и фазовой матрицы за счет эфемерных «эффектов плотной упаковки» [81]. Однако эвристическое значение таких теорий оказывается весьма ограниченным, а их область применимости остается неизвестной. Почти то же самое можно сказать о феноменологических подходах, основанных на использовании методов геометрической оптики и Монте Карло, даже если при этом отслеживается эволюция электрических полей, а не параметров Стокса (см., например, [252]). К счастью, как мы убедились в предыдущей главе, растущее быстродействие ЭВМ и наличие эффективных численных методов привели к возникновению строгого подхода к этой проблеме, основанного на прямых компьютерных решениях уравнений Максвелла [124, 203, 210, 266].

Другой интересной проблемой является электромагнитное рассеяние случайной дисперсной средой, примыкающей к случайно шероховатой поверхности, такой, например, как поверхность океана. Хотя проблемы, подобные этой, важны на практике и неоднократно рассматривались в рамках различных феноменологических подходов (например, [180]), анализ, основанный на микрофизическом подходе, едва ли кем-то проводился.

6.8. Основные результаты

Результаты, изложенные в этой главе, привели к разработке унифицированного микрофизического подхода к теориям переноса излучения и слабой локализации в разреженных случайных дисперсных средах. Весь материал этой главы является оригинальным. К наиболее существенным результатам относятся следующие:

1. Прямой вывод общего уравнения переноса излучения из монохроматических макроскопических уравнений Максвелла. Этот вывод применим к частицам с произвольными размерами, формами и ориентациями и полностью учитывает электромагнитную природу света [152, 154, 202].
2. Разработка общей микрофизической теории слабой локализации, применимой к частицам с произвольными размерами, формами и ориентациями и полностью учитывающей электромагнитную природу света [202].
3. Детальный анализ:
   - конкретных приближений, необходимых для вывода уравнения переноса и теории слабой локализации;
   - физического смысла величин, входящих в уравнение переноса;
   - условий применимости уравнения переноса и теории слабой локализации;
   - практического смысла условий эргодичности и статистической однородности рассеивающей среды;
   - места теорий переноса излучения и слабой локализации в иерархии проблем электромагнитного рассеяния [202].
4. Разработка микрофизической теории переноса в разреженной дисперсной среде с малыми неоднородностями [159].
5. Анализ концепции независимо рассеивающих частиц [162, 202].
6. Общая формула для дивергенции вектора плотности потока электромагнитной энергии и анализ сохранения энергии в рамках теорий переноса излучения и слабой локализации [202].

ГЛАВА 7

ПЕРЕНОС ИЗЛУЧЕНИЯ В ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫХ РАЗРЕЖЕННЫХ ДИСПЕРСНЫХ СРЕДАХ

Для использования теории переноса излучения при анализе лабораторных измерений или результатов дистанционных наблюдений необходимы эффективные теоретические методы решения уравнения переноса в его исходной интегральной или производной интегро-дифференциальной форме. К сожалению, как и многие другие интегральные и интегро-дифференциальные уравнения, уравнение переноса с трудом поддается аналитическому и численному решению. Для упрощения задачи мы сделаем несколько дополнительных предположений, которых будем придерживаться во всем последующем изложении. К наиболее существенным из них относятся предположения, что дисперсная рассеивающая среда:

- является плоскопараллельной;
- имеет бесконечное горизонтальное протяжение;
- освещается сверху плоской электромагнитной волной или параллельным и однородным квазимонохроматическим пучком света бесконечного поперечного сечения.

Эти предположения означают, что все свойства как рассеивающей среды, так и поля излучения, могут меняться только в вертикальном направлении и не зависят от горизонтальных координат. В своей совокупности эти предположения определяют так называемую *стандартную задачу* в атмосферной оптике и позволяют ввести теоретическую модель светорассеяния, находящую многочисленные применения в разнообразных областях науки и техники.

В большей части этой главы мы не будем делать никаких дальнейших предположений и выведем несколько важных уравнений, описывающих как

внутреннее поле излучения, так и диффузное излучение, покидающее среду [10, 132, 153]. Почти все эти уравнения являются обобщениями уравнений, которые были получены ранее для частного случая макроскопически изотропных и зеркально симметричных сред, определенного в разделе 2.6 (см., например, [18, 79, 88, 115]). Однако в отличие от всех предыдущих работ мы не будем накладывать никаких ограничений на форму и ориентацию рассеивающих частиц. Более того, мы не будем использовать такие феноменологические приемы как принципы инвариантности, а выведем все производные уравнения непосредственно из уравнения переноса. Тем самым мы еще раз подчеркнем прямую выводимость всех результатов классической теории переноса излучения в случайных дисперсных средах из уравнений Максвелла.

7.1. Стандартная задача

Рассмотрим плоскопараллельный слой разреженной дисперсной среды, расположенный между вертикальными координатами $z = z_{\mathrm{b}}$ и $z = z_{\mathrm{t}}$, где ось z лабораторной системы координат направлена перпендикулярно плоским границам среды, а индексы «b» и «t» означают «низ» (bottom) и «верх» (top) соответственно (см. рис. 7.1). Направление распространения излучения $\hat{\mathbf{n}}$ в точке наблюдения будет задаваться упорядоченной парой $\{u, \varphi\}$, где $u = -\cos\theta \in [-1, +1]$ – направляющий косинус, а θ и φ – соответствующие зенитный и азимутальный углы в локальной системе координат, имеющей ту же пространственную ориентацию, что и лабораторная система координат. Удобно также ввести неотрицательную величину $\mu = |u| \in [0, 1]$. Для того, чтобы сделать многие формулы этой главы более компактными, мы обозначим через $\hat{\mu}$ упорядоченную пару аргументов $\{\mu, \varphi\}$, а через $-\hat{\mu}$ – упорядоченную пару аргументов $\{-\mu, \varphi\}$ (подчеркнем, что $\hat{\mu}$ и $-\hat{\mu}$ не являются единичными векторами). Любое $\hat{\mu}$ всегда соответствует нисходящему направлению распространения, тогда как $-\hat{\mu}$ всегда соответствует восходящему направлению. Мы будем

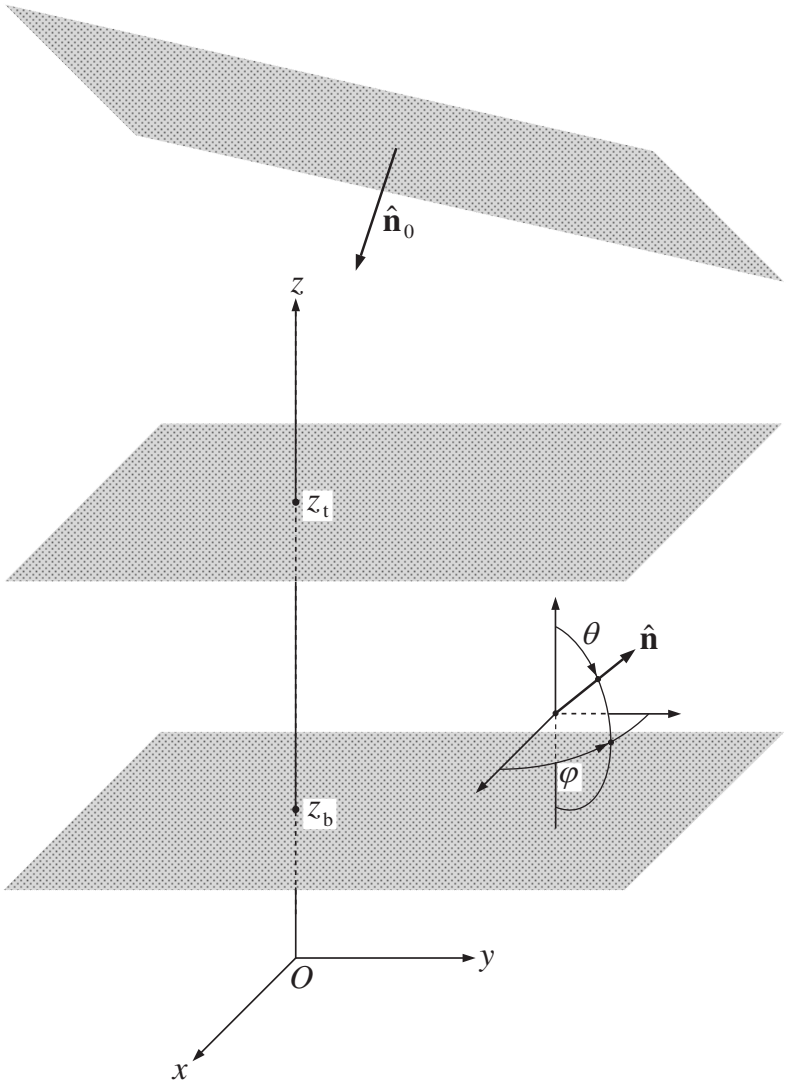

Рис. 7.1. Плоскопараллельная рассеивающая среда, освещенная сверху плоской электромагнитной волной или параллельным квазимонохроматическим пучком света.

также использовать обозначение

$$\int \mathrm{d}\hat{\mu} = \int_0^1 \mathrm{d}\mu \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi. \tag{7.1}$$

Предположим, что рассеивающий слой освещается сверху плоской электромагнитной волной или параллельным квазимонохроматическим пучком света, причем направление падения дается единичным вектором $\hat{\mathbf{n}}_0 = \{\mu_0, \varphi_0\}$.

Однородность и бесконечное поперечное сечение падающей волны или падающего пучка света означают, что все характеристики как внутреннего поля излучения, так и излучения, покидающего среду, не зависят от координат x и y. Поэтому уравнение (6.5) может быть переписано в виде

$$-u\,\frac{\mathrm{d}\widetilde{\mathbf{I}}(z,\hat{\mathbf{n}})}{\mathrm{d}z} = -n_0(z)\mathbf{K}(z,\hat{\mathbf{n}})\,\widetilde{\mathbf{I}}(z,\hat{\mathbf{n}}) + n_0(z)\int_{4\pi}\mathrm{d}\hat{\mathbf{n}}'\,\mathbf{Z}(z,\hat{\mathbf{n}},\hat{\mathbf{n}}')\,\widetilde{\mathbf{I}}(z,\hat{\mathbf{n}}') \qquad (7.2)$$

и дополняется следующими граничными условиями:

$$\widetilde{\mathbf{I}}(z_{\mathrm{t}},\hat{\mu}) = \delta(\mu-\mu_0)\,\delta(\varphi-\varphi_0)\,\mathbf{I}_0, \qquad (7.3)$$

$$\widetilde{\mathbf{I}}(z_{\mathrm{b}},-\hat{\mu}) = \mathbf{0}, \qquad (7.4)$$

где $\widetilde{\mathbf{I}}(z,\hat{\mathbf{n}}) = \delta(\hat{\mathbf{n}}-\hat{\mathbf{n}}_0)\mathbf{I}_{\mathrm{c}}(z) + \widetilde{\mathbf{I}}_{\mathrm{d}}(z,\hat{\mathbf{n}})$ – полный удельный вектор Стокса, включающий как когерентный, так и диффузный компоненты, $\mathbf{K}$ и $\mathbf{Z}$ – матрица экстинкции и фазовая матрица, усредненные по всем состояниям частиц (отметим, что угловые скобки, означающие усреднение, здесь и далее опускаются), $\mathbf{I}_0$ – вектор Стокса падающего излучения, $\mathbf{0}$ – четырехэлементный столбец с нулевыми элементами. Граничные условия непосредственно вытекают из интегральной формы уравнения переноса и означают, что нисходящее излучение на верхней границе среды состоит только из падающего излучения, тогда как восходящее излучение на нижней границе среды отсутствует. Совокупность уравнений (7.2)–(7.4) определяет так называемую *стандартную задачу*.

Поскольку $n_0(z)$ является общим множителем в обеих частях уравнения (7.2), удобно исключить его путем введения новой вертикальной «координаты» $\psi(z)$ в соответствии с $\mathrm{d}\psi = -n_0(z)\mathrm{d}z$:

$$\psi(z) = \int_z^{\infty}\mathrm{d}z'\,n_0(z'). \qquad (7.5)$$

Видно, что $\psi(z)$ имеет размерность обратной площади, $\mathrm{м}^{-2}$, и является количес-

твом частиц в вертикальной колонке единичного поперечного сечения, расположенной между координатой $z' = z$ и бесконечностью. Естественно поэтому назвать эту координату «частичной глубиной». В отличие от геометрической координаты z, которая возрастает в направлении вверх, частичная глубина возрастает в направлении вниз. Таким образом, формулы (7.2)–(7.4) приобретают следующий вид:

$$u\,\frac{\mathrm{d}\widetilde{\mathbf{I}}(\psi,\hat{\mathbf{n}})}{\mathrm{d}\psi} = -\mathbf{K}(\psi,\hat{\mathbf{n}})\,\widetilde{\mathbf{I}}(\psi,\hat{\mathbf{n}}) + \int_{4\pi}\mathrm{d}\hat{\mathbf{n}}'\,\mathbf{Z}(\psi,\hat{\mathbf{n}},\hat{\mathbf{n}}')\,\widetilde{\mathbf{I}}(\psi,\hat{\mathbf{n}}'), \tag{7.6}$$

$$\widetilde{\mathbf{I}}(0,\hat{\mu}) = \delta(\mu-\mu_0)\,\delta(\varphi-\varphi_0)\,\mathbf{I}_0, \tag{7.7}$$

$$\widetilde{\mathbf{I}}(\Psi,-\hat{\mu}) = \mathbf{0}, \tag{7.8}$$

где $\Psi = \psi(z_{\mathrm{b}})$ – «частичная толщина» всего слоя (см. рис. 7.2).

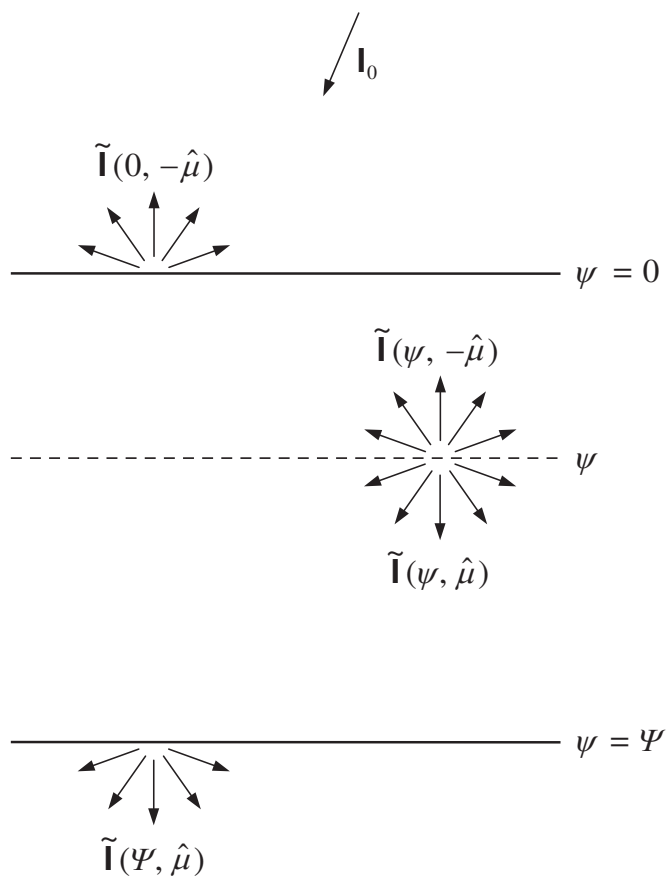

Рис. 7.2. Стандартная задача.

7.2. Пропагатор

Перед тем, как решать полное уравнение переноса, рассмотрим сначала решение однородного дифференциального уравнения переноса

$$\mu \frac{\mathrm{d}\widetilde{\mathbf{I}}(\psi, \hat{\mu})}{\mathrm{d}\psi} = -\mathbf{K}(\psi, \hat{\mu})\,\widetilde{\mathbf{I}}(\psi, \hat{\mu}), \qquad \psi \geq \psi_0, \tag{7.9}$$

дополненного начальным условием

$$\widetilde{\mathbf{I}}(\psi_0, \hat{\mu}) = \widetilde{\mathbf{I}}_0. \tag{7.10}$$

Удобно выразить $\mathbf{I}(\psi, \hat{\mu})$ через решение следующей вспомогательной задачи с начальным условием:

$$\mu \frac{\mathrm{d}\mathbf{X}(\psi, \psi_0, \hat{\mu})}{\mathrm{d}\psi} = -\mathbf{K}(\psi, \hat{\mu})\,\mathbf{X}(\psi, \psi_0, \hat{\mu}), \qquad \psi \geq \psi_0, \tag{7.11}$$

$$\mathbf{X}(\psi_0, \psi_0, \hat{\mu}) = \mathbf{\Delta}, \tag{7.12}$$

где $\mathbf{\Delta}$ – единичная матрица размерности 4×4, а $\mathbf{X}(\psi, \psi_0, \hat{\mu})$ – вещественная матрица размерности 4×4, называемая матрицантом или пропагатором. Действительно, если пропагатор известен, то решение уравнений (7.9)–(7.10) принимает вид

$$\widetilde{\mathbf{I}}(\psi, \hat{\mu}) = \mathbf{X}(\psi, \psi_0, \hat{\mu})\,\widetilde{\mathbf{I}}_0. \tag{7.13}$$

Пропагатор обладает очевидным полугрупповым свойством

$$\mathbf{X}(\psi, \psi_0, \hat{\mu}) = \mathbf{X}(\psi, \psi_1, \hat{\mu})\,\mathbf{X}(\psi_1, \psi_0, \hat{\mu}), \tag{7.14}$$

где $\psi_0 \leq \psi_1 \leq \psi$. Действительно, поскольку матрица $\mathbf{Y}(\psi, \psi_0, \hat{\mu}) = \mathbf{X}(\psi, \psi_1, \hat{\mu}) \times \mathbf{X}(\psi_1, \psi_0, \hat{\mu})$ является решением того же самого матричного дифференциального уравнения (7.11) с тем же начальным условием $\mathbf{Y}(\psi_0, \psi_0, \hat{\mu}) = \mathbf{\Delta}$, то свойство (7.14) следует из единственности решения уравнения (7.11) при начальном

условии (7.12).

Если рассеивающий слой является однородным, то $\mathbf{K}(\psi, \hat{\mu}) \equiv \mathbf{K}(\hat{\mu})$, так что пропагатор может быть записан в виде матричной экспоненты:

$$\mathbf{X}(\psi, \psi_0, \hat{\mu}) = \exp[-(\psi - \psi_0)\mathbf{K}(\hat{\mu})/\mu], \tag{7.15}$$

где $\exp\mathbf{B} = \mathbf{\Delta} + \mathbf{B} + \frac{1}{2!}\mathbf{BB} + \frac{1}{3!}\mathbf{BBB} + \cdots$. Если слой неоднороден, то можно воспользоваться полугрупповым свойством (7.14), разбить интервал $[\psi_0, \psi]$ на N равных подынтервалов $[\psi_0, \psi_1]$, …, $[\psi_{n-1}, \psi_n]$, …, $[\psi_{N-1}, \psi]$ и вычислить пропагатор в пределе $N \to \infty$:

$$\begin{aligned}\mathbf{X}(\psi, \psi_0, \hat{\mu}) &= \lim_{N\to\infty} \{\exp[-(\Delta\psi/\mu)\mathbf{K}(\psi_{N-1} + \Delta\psi/2, \hat{\mu})]\cdots \\ &\qquad \times \exp[-(\Delta\psi/\mu)\mathbf{K}(\psi_{n-1} + \Delta\psi/2, \hat{\mu})]\cdots \\ &\qquad \times \exp[-(\Delta\psi/\mu)\mathbf{K}(\psi_0 + \Delta\psi/2, \hat{\mu})]\} \\ &= \lim_{N\to\infty} \{[\mathbf{\Delta} - (\Delta\psi/\mu)\mathbf{K}(\psi_{N-1} + \Delta\psi/2, \hat{\mu})]\cdots \\ &\qquad \times [\mathbf{\Delta} - (\Delta\psi/\mu)\mathbf{K}(\psi_{n-1} + \Delta\psi/2, \hat{\mu})]\cdots \\ &\qquad \times [\mathbf{\Delta} - (\Delta\psi/\mu)\mathbf{K}(\psi_0 + \Delta\psi/2, \hat{\mu})]\},\end{aligned} \tag{7.16}$$

где $\Delta\psi = (\psi - \psi_0)/N$ и $\psi_n = \psi_0 + n\Delta\psi$.

Аналогично, решение уравнения

$$-\mu \frac{\mathrm{d}\widetilde{\mathbf{I}}(\psi, -\hat{\mu})}{\mathrm{d}\psi} = -\mathbf{K}(\psi, -\hat{\mu})\,\widetilde{\mathbf{I}}(\psi, -\hat{\mu}), \qquad \psi \le \psi_0, \tag{7.17}$$

дополненного начальным условием

$$\widetilde{\mathbf{I}}(\psi_0, -\hat{\mu}) = \widetilde{\mathbf{I}}_0, \tag{7.18}$$

также можно выразить через решение вспомогательной задачи с начальным условием

$$-\mu \frac{\mathrm{d}\mathbf{X}(\psi, \psi_0, -\hat{\mu})}{\mathrm{d}\psi} = -\mathbf{K}(\psi, -\hat{\mu})\,\mathbf{X}(\psi, \psi_0, -\hat{\mu}), \qquad \psi \le \psi_0, \tag{7.19}$$

$$\mathbf{X}(\psi_0, \psi_0, -\hat{\mu}) \;=\; \mathbf{\Delta} \tag{7.20}$$

как

$$\widetilde{\mathbf{I}}(\psi, -\hat{\mu}) \;=\; \mathbf{X}(\psi, \psi_0, -\hat{\mu})\, \widetilde{\mathbf{I}}_0. \tag{7.21}$$

Пропагатор $\mathbf{X}(\psi, \psi_0, -\hat{\mu})$ обладает полугрупповым свойством

$$\mathbf{X}(\psi, \psi_0, -\hat{\mu}) \;=\; \mathbf{X}(\psi, \psi_1, -\hat{\mu})\, \mathbf{X}(\psi_1, \psi_0, -\hat{\mu}), \qquad \psi \;\le\; \psi_1 \;\le\; \psi_0 \tag{7.22}$$

и дается формулой

$$\mathbf{X}(\psi, \psi_0, -\hat{\mu}) \;=\; \exp[-(\psi_0 - \psi)\mathbf{K}(-\hat{\mu})/\mu] \tag{7.23}$$

если слой однороден и формулой

$$\begin{aligned}
\mathbf{X}(\psi, \psi_0, -\hat{\mu}) \;=\; \lim_{N\to\infty} \{&\exp[-(\Delta\psi/\mu)\mathbf{K}(\psi_{N-1} - \Delta\psi/2, -\hat{\mu})]\cdots \\
&\times \exp[-(\Delta\psi/\mu)\mathbf{K}(\psi_{n-1} - \Delta\psi/2, -\hat{\mu})]\cdots \\
&\times \exp[-(\Delta\psi/\mu)\mathbf{K}(\psi_0 - \Delta\psi/2, -\hat{\mu})]\} \\
= \lim_{N\to\infty} \{&[\mathbf{\Delta} - (\Delta\psi/\mu)\mathbf{K}(\psi_{N-1} - \Delta\psi/2, -\hat{\mu})]\cdots \\
&\times [\mathbf{\Delta} - (\Delta\psi/\mu)\mathbf{K}(\psi_{n-1} - \Delta\psi/2, -\hat{\mu})]\cdots \\
&\times [\mathbf{\Delta} - (\Delta\psi/\mu)\mathbf{K}(\psi_0 - \Delta\psi/2, -\hat{\mu})]\}
\end{aligned} \tag{7.24}$$

если слой неоднороден, где $\Delta\psi \;=\; (\psi_0 - \psi)/N$ и $\psi_n \;=\; \psi_0 - n\,\Delta\psi$.

7.3. Общая задача

Стандартная задача (7.6)–(7.8) основана на предположении, что рассеивающий слой освещается только сверху и только однонаправленным источником света. Полезно, однако, рассмотреть следующую более общую задачу с граничными условиями, включающими граничные условия (7.7) и (7.8) как частный случай:

$$\widetilde{\mathbf{I}}(0, \hat{\mu}) \;=\; \widetilde{\mathbf{I}}_{\downarrow}(\hat{\mu}), \tag{7.25}$$

$$\widetilde{\mathbf{I}}(\Psi, -\hat{\mu}) = \widetilde{\mathbf{I}}_{\uparrow}(-\hat{\mu}), \tag{7.26}$$

где $\widetilde{\mathbf{I}}_{\downarrow}(\hat{\mu})$ и $\widetilde{\mathbf{I}}_{\uparrow}(-\hat{\mu})$ произвольны (см. рис. 7.3). Мы будем говорить, что формулы (7.6), (7.25) и (7.26) задают так называемую *общую задачу*.

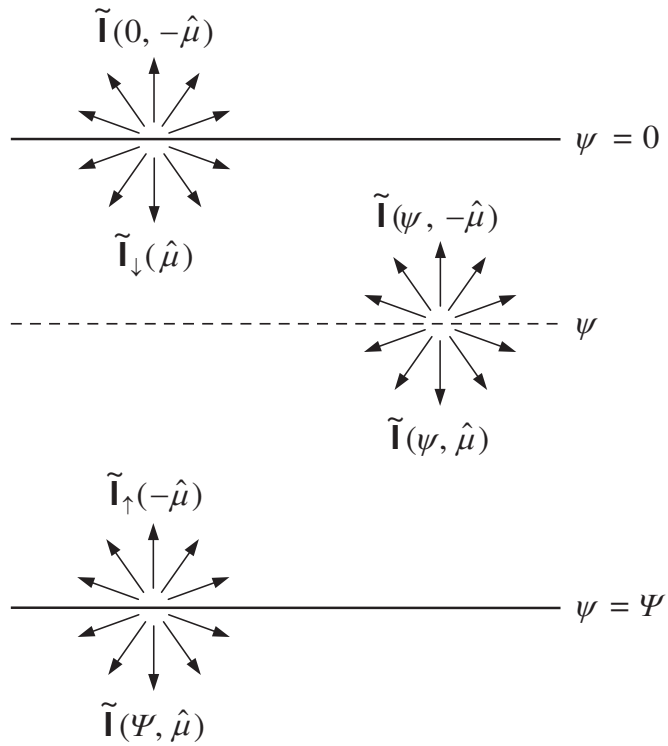

Рис. 7.3. Общая задача.

Предположим теперь, что падающий свет является квазимонохроматическим. Это означает, что удельные векторы Стокса $\widetilde{\mathbf{I}}_{\downarrow}(\hat{\mu})$ и $\widetilde{\mathbf{I}}_{\uparrow}(-\hat{\mu})$ описывают «снопы» полностью некоррелированных, почти параллельных квазимонохроматических пучков света с интенсивностью и поляризацией, меняющимися в зависимости от направления падения. Результаты раздела 6.1 позволяют выразить поле излучения $\widetilde{\mathbf{I}}(\psi, \hat{\mathbf{n}})$ для $\psi \in [0, \Psi]$ через $\widetilde{\mathbf{I}}_{\downarrow}(\hat{\mu})$ и $\widetilde{\mathbf{I}}_{\uparrow}(-\hat{\mu})$ следующим образом:

$$\widetilde{\mathbf{I}}(\psi, \hat{\mu}) = \mathbf{X}(\psi, 0, \hat{\mu})\,\widetilde{\mathbf{I}}_{\downarrow}(\hat{\mu}) + \frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}'\mu'\mathbf{D}(\psi, \hat{\mu}, \hat{\mu}')\,\widetilde{\mathbf{I}}_{\downarrow}(\hat{\mu}')$$

$$+\frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}'\mu'\mathbf{U}^{\dagger}(\psi,\hat{\mu},\hat{\mu}')\,\widetilde{\mathbf{I}}_{\uparrow}(-\hat{\mu}'), \tag{7.27}$$

$$\widetilde{\mathbf{I}}(\psi,-\hat{\mu}) = \mathbf{X}(\psi,\Psi,-\hat{\mu})\,\widetilde{\mathbf{I}}_{\uparrow}(-\hat{\mu}) + \frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}'\mu'\mathbf{U}(\psi,\hat{\mu},\hat{\mu}')\,\widetilde{\mathbf{I}}_{\downarrow}(\hat{\mu}')$$
$$+\frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}'\mu'\mathbf{D}^{\dagger}(\psi,\hat{\mu},\hat{\mu}')\,\widetilde{\mathbf{I}}_{\uparrow}(-\hat{\mu}'), \tag{7.28}$$

где матрицы $\mathbf{U}$ и $\mathbf{D}$ размерности 4×4 описывают отклик рассеивающего слоя на излучение, падающее на верхнюю границу в направлении сверху вниз, в то время как матрицы $\mathbf{U}^{\dagger}$ и $\mathbf{D}^{\dagger}$ той же размерности 4×4 описывают отклик слоя на излучение, падающее на нижнюю границу в направлении снизу вверх. Первые слагаемые в правых частях формул (7.27) и (7.28) описывают прямое (когерентное) пропускание падающего излучения в соответствии с (7.13)–(7.16) и (7.21)–(7.24), тогда как последующие слагаемые описывают результат диффузного многократного рассеяния. Соответствующие матрицы диффузного отражения и пропускания определяют параметры Стокса многократно рассеянного излучения, выходящего из слоя, и даются следующими формулами:

$$\mathbf{R}(\hat{\mu},\hat{\mu}') = \mathbf{U}(0,\hat{\mu},\hat{\mu}'), \tag{7.29}$$

$$\mathbf{T}(\hat{\mu},\hat{\mu}') = \mathbf{D}(\Psi,\hat{\mu},\hat{\mu}'), \tag{7.30}$$

$$\mathbf{R}^{\dagger}(\hat{\mu},\hat{\mu}') = \mathbf{U}^{\dagger}(\Psi,\hat{\mu},\hat{\mu}'), \tag{7.31}$$

$$\mathbf{T}^{\dagger}(\hat{\mu},\hat{\mu}') = \mathbf{D}^{\dagger}(0,\hat{\mu},\hat{\mu}'). \tag{7.32}$$

Матрицы $\mathbf{R}$ и $\mathbf{T}$ описывают отклик рассеивающего слоя на внешнее излучение, падающее на верхнюю границу в направлении сверху вниз, а матрицы $\mathbf{R}^{\dagger}$ и $\mathbf{T}^{\dagger}$ описывают отклик слоя на внешнее излучение, падающее на нижнюю границу в направлении снизу вверх.

Легко проверить, что решение стандартной задачи теперь можно записать в следующем виде:

$$\widetilde{\mathbf{I}}(\psi,\hat{\mu}) = \delta(\mu-\mu_0)\,\delta(\varphi-\varphi_0)\,\mathbf{X}(\psi,0,\hat{\mu}_0)\mathbf{I}_0 + \frac{1}{\pi}\mu_0\mathbf{D}(\psi,\hat{\mu},\hat{\mu}_0)\mathbf{I}_0, \tag{7.33}$$

$$\widetilde{\mathbf{I}}(\psi, -\hat{\mu}) = \frac{1}{\pi}\mu_0 \mathbf{U}(\psi, \hat{\mu}, \hat{\mu}_0)\mathbf{I}_0, \tag{7.34}$$

$$\widetilde{\mathbf{I}}(\Psi, \hat{\mu}) = \delta(\mu - \mu_0)\delta(\varphi - \varphi_0)\mathbf{X}(\Psi, 0, \hat{\mu}_0)\mathbf{I}_0 + \frac{1}{\pi}\mu_0 \mathbf{T}(\hat{\mu}, \hat{\mu}_0)\mathbf{I}_0, \tag{7.35}$$

$$\widetilde{\mathbf{I}}(0, -\hat{\mu}) = \frac{1}{\pi}\mu_0 \mathbf{R}(\hat{\mu}, \hat{\mu}_0)\mathbf{I}_0. \tag{7.36}$$

7.4. Метод сложения

В этом разделе мы опишем элегантную математическую схему для расчета матриц $\mathbf{U}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{U}^\dagger$, $\mathbf{D}^\dagger$, $\mathbf{R}$, $\mathbf{T}$, $\mathbf{R}^\dagger$ и $\mathbf{T}^\dagger$ для произвольного рассеивающего слоя, основанную на так называемых формулах сложения. Разделим весь слой $[0, \Psi]$ на слои $[0, \psi]$ и $[\psi, \Psi]$ (см. рис. 7.4). Применяя формулы (7.27)–(7.32) к двум компонентным слоям и к составному слою, получим:

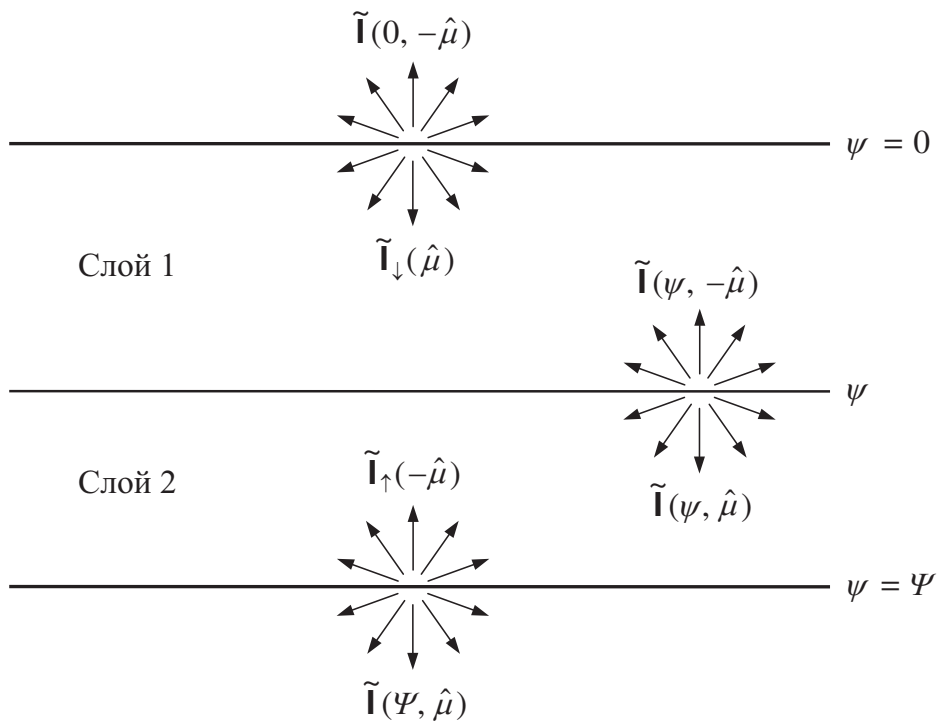

Рис. 7.4. Метод сложения.

$$\mathbf{U}(\psi, \hat{\mu}, \hat{\mu}') = \mathbf{R}_2(\hat{\mu}, \hat{\mu}')\mathbf{X}(\psi, 0, \hat{\mu}') + \frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\mu''\mathbf{R}_2(\hat{\mu}, \hat{\mu}'')\mathbf{D}(\psi, \hat{\mu}'', \hat{\mu}'), \tag{7.37}$$

$$\mathbf{D}(\psi,\hat{\mu},\hat{\mu}') = \mathbf{T}_1(\hat{\mu},\hat{\mu}') + \frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\mu''\mathbf{R}_1^\dagger(\hat{\mu},\hat{\mu}'')\mathbf{U}(\psi,\hat{\mu}'',\hat{\mu}'), \tag{7.38}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{U}^\dagger(\psi,\hat{\mu},\hat{\mu}') &= \mathbf{R}_1^\dagger(\hat{\mu},\hat{\mu}')\mathbf{X}(\psi,\Psi,-\hat{\mu}') \\ &\quad + \frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\mu''\mathbf{R}_1^\dagger(\hat{\mu},\hat{\mu}'')\mathbf{D}^\dagger(\psi,\hat{\mu}'',\hat{\mu}'),\end{aligned} \tag{7.39}$$

$$\mathbf{D}^\dagger(\psi,\hat{\mu},\hat{\mu}') = \mathbf{T}_2^\dagger(\hat{\mu},\hat{\mu}') + \frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\mu''\mathbf{R}_2(\hat{\mu},\hat{\mu}'')\mathbf{U}^\dagger(\psi,\hat{\mu}'',\hat{\mu}'), \tag{7.40}$$

где индексы 1 и 2 обозначают матрицы отражения и пропускания верхнего и нижнего слоев соответственно. Действительно, можно применить формулы (7.27), (7.30) и (7.31) к слою 1 и записать:

$$\begin{aligned}\widetilde{\mathbf{I}}(\psi,\hat{\mu}) &= \mathbf{X}(\psi,0,\hat{\mu})\,\widetilde{\mathbf{I}}_\downarrow(\hat{\mu}) + \frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}'\mu'\mathbf{T}_1(\hat{\mu},\hat{\mu}')\,\widetilde{\mathbf{I}}_\downarrow(\hat{\mu}') \\ &\quad + \frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}'\mu'\mathbf{R}_1^\dagger(\hat{\mu},\hat{\mu}')\,\widetilde{\mathbf{I}}(\psi,\,-\hat{\mu}') \\ &= \mathbf{X}(\psi,0,\hat{\mu})\,\widetilde{\mathbf{I}}_\downarrow(\hat{\mu}) + \frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}'\mu'\mathbf{T}_1(\hat{\mu},\hat{\mu}')\,\widetilde{\mathbf{I}}_\downarrow(\hat{\mu}') \\ &\quad + \frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}'\mu'\mathbf{R}_1^\dagger(\hat{\mu},\hat{\mu}')\Bigg[\mathbf{X}(\psi,\Psi,-\hat{\mu}')\,\widetilde{\mathbf{I}}_\uparrow(-\hat{\mu}') \\ &\qquad + \frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\mu''\mathbf{U}(\psi,\hat{\mu}',\hat{\mu}'')\,\widetilde{\mathbf{I}}_\downarrow(\hat{\mu}'') \\ &\qquad + \frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\mu''\mathbf{D}^\dagger(\psi,\hat{\mu}',\hat{\mu}'')\,\widetilde{\mathbf{I}}_\uparrow(-\hat{\mu}'')\Bigg],\end{aligned} \tag{7.41}$$

что, после сравнения с (7.27), приводит к формулам (7.38) и (7.39). Аналогично, формулы (7.37) и (7.40) следуют из

$$\begin{aligned}\widetilde{\mathbf{I}}(\psi,-\hat{\mu}) &= \mathbf{X}(\psi,\Psi,-\hat{\mu})\,\widetilde{\mathbf{I}}_\uparrow(-\hat{\mu}) + \frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}'\mu'\mathbf{T}_2^\dagger(\hat{\mu},\hat{\mu}')\,\widetilde{\mathbf{I}}_\uparrow(-\hat{\mu}') \\ &\quad + \frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}'\mu'\mathbf{R}_2(\hat{\mu},\hat{\mu}')\,\widetilde{\mathbf{I}}(\psi,\hat{\mu}') \\ &= \mathbf{X}(\psi,\Psi,-\hat{\mu})\,\widetilde{\mathbf{I}}_\uparrow(-\hat{\mu}) + \frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}'\mu'\mathbf{T}_2^\dagger(\hat{\mu},\hat{\mu}')\,\widetilde{\mathbf{I}}_\uparrow(-\hat{\mu}')\end{aligned}$$

$$+\frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}'\mu'\mathbf{R}_2(\hat{\mu},\hat{\mu}')\Big[\mathbf{X}(\psi,0,\hat{\mu}')\,\widetilde{\mathbf{I}}_{\downarrow}(\hat{\mu}')$$

$$+\frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\mu''\mathbf{D}(\psi,\hat{\mu}',\hat{\mu}'')\,\widetilde{\mathbf{I}}_{\downarrow}(\hat{\mu}'')$$

$$+\frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\mu''\mathbf{U}^{\dagger}(\psi,\hat{\mu}',\hat{\mu}'')\,\widetilde{\mathbf{I}}_{\uparrow}(-\hat{\mu}'')\Big] \qquad (7.42)$$

и формулы (7.28). По аналогии, можно получить следующие формулы для матриц отражения и пропускания составного слоя:

$$\mathbf{R}(\hat{\mu},\hat{\mu}') = \mathbf{R}_1(\hat{\mu},\hat{\mu}') + \mathbf{X}(0,\psi,-\hat{\mu})\mathbf{U}(\psi,\hat{\mu},\hat{\mu}')$$

$$+\frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\mu''\mathbf{T}_1^{\dagger}(\hat{\mu},\hat{\mu}'')\mathbf{U}(\psi,\hat{\mu}'',\hat{\mu}'), \qquad (7.43)$$

$$\mathbf{T}(\hat{\mu},\hat{\mu}') = \mathbf{T}_2(\hat{\mu},\hat{\mu}')\mathbf{X}(\psi,0,\hat{\mu}') + \mathbf{X}(\Psi,\psi,\hat{\mu})\mathbf{D}(\psi,\hat{\mu},\hat{\mu}')$$

$$+\frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\mu''\mathbf{T}_2(\hat{\mu},\hat{\mu}'')\mathbf{D}(\psi,\hat{\mu}'',\hat{\mu}'), \qquad (7.44)$$

$$\mathbf{R}^{\dagger}(\hat{\mu},\hat{\mu}') = \mathbf{R}_2^{\dagger}(\hat{\mu},\hat{\mu}') + \mathbf{X}(\Psi,\psi,\hat{\mu})\mathbf{U}^{\dagger}(\psi,\hat{\mu},\hat{\mu}')$$

$$+\frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\mu''\mathbf{T}_2(\hat{\mu},\hat{\mu}'')\mathbf{U}^{\dagger}(\psi,\hat{\mu}'',\hat{\mu}'), \qquad (7.45)$$

$$\mathbf{T}^{\dagger}(\hat{\mu},\hat{\mu}') = \mathbf{T}_1^{\dagger}(\hat{\mu},\hat{\mu}')\mathbf{X}(\psi,\Psi,-\hat{\mu}') + \mathbf{X}(0,\psi,-\hat{\mu})\mathbf{D}^{\dagger}(\psi,\hat{\mu},\hat{\mu}')$$

$$+\frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\mu''\mathbf{T}_1^{\dagger}(\hat{\mu},\hat{\mu}'')\mathbf{D}^{\dagger}(\psi,\hat{\mu}'',\hat{\mu}'). \qquad (7.46)$$

Формулы (7.37)–(7.40) и (7.43)–(7.46) называются формулами сложения, поскольку они позволяют найти светорассеивающие свойства составного слоя, если известны соответствующие свойства каждого компонента. Действительно, если матрицы $\mathbf{R}_1$, $\mathbf{T}_1$, $\mathbf{R}_1^{\dagger}$ и $\mathbf{T}_1^{\dagger}$ для слоя 1 в изоляции от слоя 2 и матрицы $\mathbf{R}_2$, $\mathbf{T}_2$, $\mathbf{R}_2^{\dagger}$ и $\mathbf{T}_2^{\dagger}$ для слоя 2 в изоляции от слоя 1 известны, то можно решить уравнения (7.37)–(7.40) и найти матрицы $\mathbf{U}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{U}^{\dagger}$ и $\mathbf{D}^{\dagger}$, описывающие поле излучения на плоской границе между компонентами составного слоя. Численная реализация этой процедуры включает замену интегралов по угловым переменным подходящими квадратурными формулами. Например, вспомнив определение (7.1), вмес-

то формулы (7.37) имеем:

$$\mathbf{U}(\psi;\mu_i,\varphi_j;\mu_k,\varphi_l) = \mathbf{R}_2(\mu_i,\varphi_j;\mu_k,\varphi_l)\mathbf{X}(\psi,0;\mu_k,\varphi_l) + \frac{1}{\pi}\sum_{m=1}^{N_\mu}\sum_{n=1}^{N} w_m u_n \mu_m \mathbf{R}_2(\mu_i,\varphi_j;\mu_m,\varphi_n)\,\mathbf{D}(\psi;\mu_m,\varphi_n;\mu_k,\varphi_l),$$

где μ_i и w_i $(i=1,...,N_\mu)$ – квадратурные узлы и веса на интервале $[0,1]$, а φ_i и u_i $(i=1,...,N)$ – квадратурные узлы и веса на интервале $[0,2\pi]$. Получающуюся систему линейных алгебраических уравнений для значений матриц $\mathbf{U}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{U}^\dagger$ и $\mathbf{D}^\dagger$ в квадратурных узлах можно решить одним из многих существующих численных методов. После этого матрицы отражения и пропускания составного слоя можно найти путем квадратурной дискретизации формул (7.43)–(7.46). Процедура сложения двух одинаковых слоев обычно называется методом удвоения.

Более того, предположим, что матрицы $\mathbf{U}_1$, $\mathbf{D}_1$, $\mathbf{U}_1^\dagger$ и $\mathbf{D}_1^\dagger$ для некоторого уровня в слое 1 известны, где индекс 1 обозначает, что соответствующие матрицы найдены для слоя 1 в изоляции от слоя 2. Тогда матрицы $\mathbf{U}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{U}^\dagger$ и $\mathbf{D}^\dagger$ для того же уровня, но в составном слое также можно легко найти. Действительно, применяя формулы (7.27) и (7.28) к каждому компоненту и к суммарному слою, получаем:

$$\mathbf{U}(\psi',\hat\mu,\hat\mu') = \mathbf{U}_1(\psi',\hat\mu,\hat\mu') + \mathbf{X}(\psi',\psi,-\hat\mu)\mathbf{U}(\psi,\hat\mu,\hat\mu') + \frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat\mu''\mu''\mathbf{D}_1^\dagger(\psi',\hat\mu,\hat\mu'')\mathbf{U}(\psi,\hat\mu'',\hat\mu'), \tag{7.47}$$

$$\mathbf{D}(\psi',\hat\mu,\hat\mu') = \mathbf{D}_1(\psi',\hat\mu,\hat\mu') + \frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat\mu''\mu''\mathbf{U}_1^\dagger(\psi',\hat\mu,\hat\mu'')\mathbf{U}(\psi,\hat\mu'',\hat\mu'), \tag{7.48}$$

$$\mathbf{U}^\dagger(\psi',\hat\mu,\hat\mu') = \mathbf{U}_1^\dagger(\psi',\hat\mu,\hat\mu')\mathbf{X}(\psi,\Psi,-\hat\mu') + \frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat\mu''\mu''\mathbf{U}_1^\dagger(\psi',\hat\mu,\hat\mu'')\mathbf{D}^\dagger(\psi,\hat\mu'',\hat\mu'), \tag{7.49}$$

$$\mathbf{D}^\dagger(\psi',\hat\mu,\hat\mu') = \mathbf{D}_1^\dagger(\psi',\hat\mu,\hat\mu')\mathbf{X}(\psi,\Psi,-\hat\mu') + \mathbf{X}(\psi',\psi,-\hat\mu)\mathbf{D}^\dagger(\psi,\hat\mu,\hat\mu') + \frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat\mu''\mu''\mathbf{D}_1^\dagger(\psi',\hat\mu,\hat\mu'')\mathbf{D}^\dagger(\psi,\hat\mu'',\hat\mu') \tag{7.50}$$

для $\psi' \in [0, \psi]$ (см. рис. 7.5a). Аналогично, если матрицы $\mathbf{U}_2$, $\mathbf{D}_2$, $\mathbf{U}_2^\dagger$ и $\mathbf{D}_2^\dagger$ известны на некотором уровне внутри слоя 2, взятого отдельно от слоя 1, то

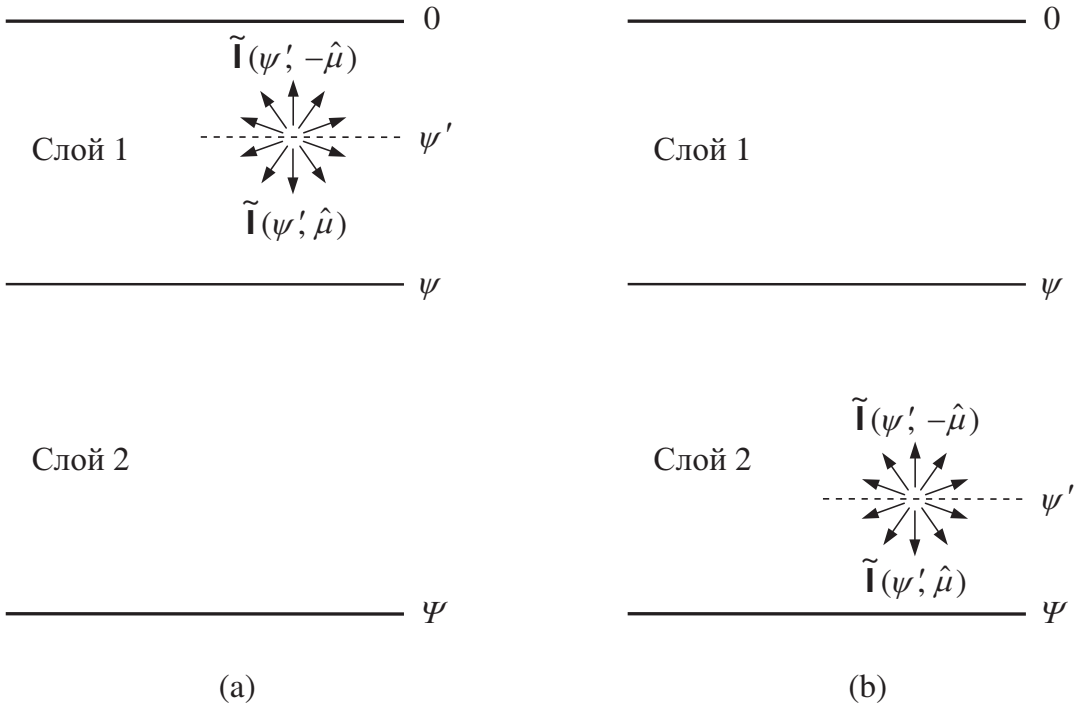

Рис. 7.5. Внутреннее поле излучения.

$$\mathbf{U}(\psi', \hat{\mu}, \hat{\mu}') = \mathbf{U}_2(\psi' - \psi, \hat{\mu}, \hat{\mu}')\mathbf{X}(\psi, 0, \hat{\mu}') + \frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\mu''\mathbf{U}_2(\psi' - \psi, \hat{\mu}, \hat{\mu}'')\mathbf{D}(\psi, \hat{\mu}'', \hat{\mu}'), \tag{7.51}$$

$$\mathbf{D}(\psi', \hat{\mu}, \hat{\mu}') = \mathbf{D}_2(\psi' - \psi, \hat{\mu}, \hat{\mu}')\mathbf{X}(\psi, 0, \hat{\mu}') + \mathbf{X}(\psi', \psi, \hat{\mu})\mathbf{D}(\psi, \hat{\mu}, \hat{\mu}') + \frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\mu''\mathbf{D}_2(\psi' - \psi, \hat{\mu}, \hat{\mu}'')\mathbf{D}(\psi, \hat{\mu}'', \hat{\mu}'), \tag{7.52}$$

$$\mathbf{U}^\dagger(\psi', \hat{\mu}, \hat{\mu}') = \mathbf{U}_2^\dagger(\psi' - \psi, \hat{\mu}, \hat{\mu}') + \mathbf{X}(\psi', \psi, \hat{\mu})\mathbf{U}^\dagger(\psi, \hat{\mu}, \hat{\mu}') + \frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\mu''\mathbf{D}_2(\psi' - \psi, \hat{\mu}, \hat{\mu}'')\mathbf{U}^\dagger(\psi, \hat{\mu}'', \hat{\mu}'), \tag{7.53}$$

$$\mathbf{D}^\dagger(\psi', \hat{\mu}, \hat{\mu}') = \mathbf{D}_2^\dagger(\psi' - \psi, \hat{\mu}, \hat{\mu}') + \frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\mu''\mathbf{U}_2(\psi' - \psi, \hat{\mu}, \hat{\mu}'')\mathbf{U}^\dagger(\psi, \hat{\mu}'', \hat{\mu}'), \tag{7.54}$$

для $\psi' \in [\psi, \Psi]$ (см. рис. 7.5b).

Практическая реализация метода сложения включает следующие три основных этапа:

- Вертикально неоднородный слой частичной толщины Ψ представляется стопой N однородных слоев, имеющих частичные толщины $\Psi_1, ..., \Psi_N$, причем $\Psi = \sum_{n=1}^{N} \Psi_n$ (см. рис. 7.6). Выбор числа слоев и их частичных толщин может зависеть как от степени вертикальной неоднородности исходного слоя, так и от требуемой точности численных расчетов.

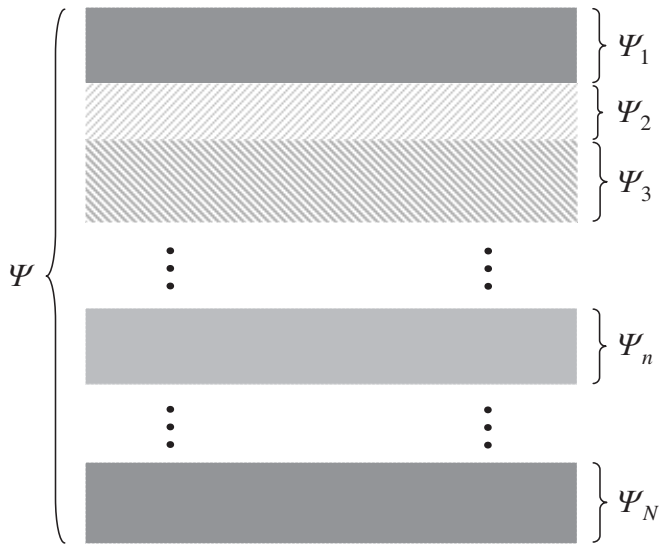

Рис. 7.6. Моделирование вертикально неоднородного слоя случайной дискретной среды набором N однородных слоев.

- Матрицы отражения и пропускания $\mathbf{R}_n$, $\mathbf{T}_n$, $\mathbf{R}_n^\dagger$ и $\mathbf{T}_n^\dagger$ n-го слоя в изоляции от всех остальных слоев рассчитываются при помощи метода удвоения (см. рис. 7.7). Процедуру удвоения можно начать со слоя, имеющего настолько малую частичную толщину $\Delta\Psi_n = \Psi_n / 2^{k_n}$, что соответствующие матрицы отражения и пропускания можно найти путем учета только первого порядка рассеяния, а именно, выбирая количество удвоений k_n настолько большим, что все элементы матриц $\Delta\Psi_n \mathbf{Z}_n$ и $\Delta\Psi_n \mathbf{K}_n$ оказываются значительно меньшими единицы. Используя формулы (7.6), (7.15), (7.23) и (7.25)–(7.32) и пренебрегая всеми слагаемыми, пропорциональными $(\Delta\Psi_n)^m$ с $m > 1$, мы

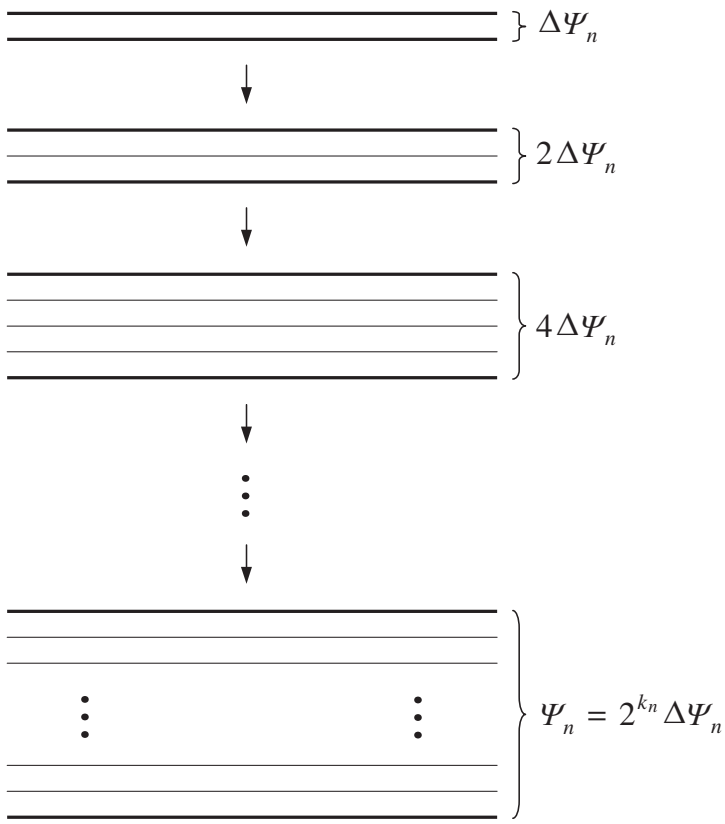

Рис. 7.7. Процедура удвоения.

получаем:

$$\mathbf{X}_n(\Delta\Psi_n, 0, \hat{\mu}) = \mathbf{\Delta} - \frac{\Delta\Psi_n}{\mu}\mathbf{K}_n(\hat{\mu}), \tag{7.55}$$

$$\mathbf{X}_n(0, \Delta\Psi_n, -\hat{\mu}) = \mathbf{\Delta} - \frac{\Delta\Psi_n}{\mu}\mathbf{K}_n(-\hat{\mu}), \tag{7.56}$$

$$\mathbf{R}_{\Delta\Psi_n}(\hat{\mu}, \hat{\mu}') = \frac{\pi\Delta\Psi_n}{\mu\mu'}\mathbf{Z}_n(-\hat{\mu}, \hat{\mu}'), \tag{7.57}$$

$$\mathbf{T}_{\Delta\Psi_n}(\hat{\mu}, \hat{\mu}') = \frac{\pi\Delta\Psi_n}{\mu\mu'}\mathbf{Z}_n(\hat{\mu}, \hat{\mu}'), \tag{7.58}$$

$$\mathbf{R}^{\dagger}_{\Delta\Psi_n}(\hat{\mu}, \hat{\mu}') = \frac{\pi\Delta\Psi_n}{\mu\mu'}\mathbf{Z}_n(\hat{\mu}, -\hat{\mu}'), \tag{7.59}$$

$$\mathbf{T}^{\dagger}_{\Delta\Psi_n}(\hat{\mu}, \hat{\mu}') = \frac{\pi\Delta\Psi_n}{\mu\mu'}\mathbf{Z}_n(-\hat{\mu}, -\hat{\mu}'). \tag{7.60}$$

Понятно, что процедура сложения также дает значения матриц $\mathbf{U}_n$, $\mathbf{D}_n$, $\mathbf{U}^{\dagger}_n$ и

$\mathbf{D}_n^\dagger$ на $2^{k_n}-1$ равноудаленных уровнях внутри n-го слоя (см. рис. 7.7).

- N слоев последовательно складываются, начиная со слоя 1 и продвигаясь вниз или начиная со слоя N и продвигаясь вверх. Этот процесс дает матрицы сложения и отражения составного слоя и матрицы $\mathbf{U}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{U}^\dagger$ и $\mathbf{D}^\dagger$ как на $N-1$ границах между слоями, так и на $\sum_{n=1}^{N}(2^{k_n}-1)$ уровнях внутри компонентных слоев, появляющихся в соответствующих процедурах удвоения.

7.5. Уравнения инвариантного погружения

Расчеты по методу сложения могут стать неэффективными, если сильная вертикальная неоднородность рассеивающей среды и высокая требуемая точность расчетов заставляют разбить среду на слишком много однородных слоев. В таких случаях предпочтение может быть отдано численному решению дифференциальных уравнений для матриц отражения и пропускания как функций частичной толщины слоя Ψ, называемых уравнениями инвариантного погружения.

Чтобы вывести эти уравнения, предположим, что частичная глубина ψ на рис. 7.4 настолько мала, что всеми слагаемыми, пропорциональными ψ^m с $m > 1$, можно пренебречь. Тогда мы имеем:

$$\mathbf{X}(\psi, 0, \hat{\mu}) = \mathbf{\Delta} - \frac{\psi}{\mu}\mathbf{K}(0, \hat{\mu}), \tag{7.61}$$

$$\mathbf{X}(0, \psi, -\hat{\mu}) = \mathbf{\Delta} - \frac{\psi}{\mu}\mathbf{K}(0, -\hat{\mu}), \tag{7.62}$$

$$\mathbf{R}_1(\hat{\mu}, \hat{\mu}') = \frac{\pi\psi}{\mu\mu'}\mathbf{Z}(0, -\hat{\mu}, \hat{\mu}'), \tag{7.63}$$

$$\mathbf{T}_1(\hat{\mu}, \hat{\mu}') = \frac{\pi\psi}{\mu\mu'}\mathbf{Z}(0, \hat{\mu}, \hat{\mu}'), \tag{7.64}$$

$$\mathbf{R}_1^\dagger(\hat{\mu}, \hat{\mu}') = \frac{\pi\psi}{\mu\mu'}\mathbf{Z}(0, \hat{\mu}, -\hat{\mu}'), \tag{7.65}$$

$$\mathbf{T}_1^\dagger(\hat{\mu}, \hat{\mu}') = \frac{\pi\psi}{\mu\mu'}\mathbf{Z}(0, -\hat{\mu}, -\hat{\mu}') \tag{7.66}$$

(см. формулы (7.55)–(7.60)). Подставляя эти формулы в (7.37)–(7.40) и переходя к пределу $\psi \to 0$, получаем:

$$\mathbf{U}(\psi, \hat{\mu}, \hat{\mu}') = \mathbf{R}_2(\hat{\mu}, \hat{\mu}') - \frac{\psi}{\mu'}\mathbf{R}(\hat{\mu}, \hat{\mu}')\mathbf{K}(0, \hat{\mu}') + \frac{\psi}{\mu'}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\mathbf{R}(\hat{\mu}, \hat{\mu}'')\mathbf{Z}(0, \hat{\mu}'', \hat{\mu}')$$
$$+ \frac{\psi}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\int \mathrm{d}\hat{\mu}'''\mathbf{R}(\hat{\mu}, \hat{\mu}'')\mathbf{Z}(0, \hat{\mu}'', -\hat{\mu}''')\mathbf{R}(\hat{\mu}''', \hat{\mu}'), \tag{7.67}$$

$$\mathbf{D}(\psi, \hat{\mu}, \hat{\mu}') = \frac{\pi\psi}{\mu\mu'}\mathbf{Z}(0, \hat{\mu}, \hat{\mu}') + \frac{\psi}{\mu}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\mathbf{Z}(0, \hat{\mu}, -\hat{\mu}'')\mathbf{R}(\hat{\mu}'', \hat{\mu}'), \tag{7.68}$$

$$\mathbf{U}^{\dagger}(\psi, \hat{\mu}, \hat{\mu}') = \frac{\pi\psi}{\mu\mu'}\mathbf{Z}(0, \hat{\mu}, -\hat{\mu}')\mathbf{X}(0, \Psi, -\hat{\mu}')$$
$$+ \frac{\psi}{\mu}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\mathbf{Z}(0, \hat{\mu}, -\hat{\mu}'')\mathbf{T}^{\dagger}(\hat{\mu}'', \hat{\mu}'), \tag{7.69}$$

$$\mathbf{D}^{\dagger}(\psi, \hat{\mu}, \hat{\mu}') = \mathbf{T}_2^{\dagger}(\hat{\mu}, \hat{\mu}') + \frac{\psi}{\mu'}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\mathbf{R}(\hat{\mu}, \hat{\mu}'')\mathbf{Z}(0, \hat{\mu}'', -\hat{\mu}')\mathbf{X}(0, \Psi, -\hat{\mu}')$$
$$+ \frac{\psi}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\int \mathrm{d}\hat{\mu}'''\mathbf{R}(\hat{\mu}, \hat{\mu}'')\mathbf{Z}(0, \hat{\mu}'', -\hat{\mu}''')\mathbf{T}^{\dagger}(\hat{\mu}''', \hat{\mu}'). \tag{7.70}$$

Наконец, подстановка формул (7.61)–(7.70) в (7.43)–(7.46) дает:

$$\frac{\partial\mathbf{R}(\hat{\mu}, \hat{\mu}')}{\partial\Psi_{\uparrow}} = -\frac{1}{\mu'}\mathbf{R}(\hat{\mu}, \hat{\mu}')\mathbf{K}(0, \hat{\mu}') - \frac{1}{\mu}\mathbf{K}(0, -\hat{\mu})\mathbf{R}(\hat{\mu}, \hat{\mu}')$$
$$+ \frac{\pi}{\mu\mu'}\mathbf{Z}(0, -\hat{\mu}, \hat{\mu}') + \frac{1}{\mu'}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\mathbf{R}(\hat{\mu}, \hat{\mu}'')\mathbf{Z}(0, \hat{\mu}'', \hat{\mu}')$$
$$+ \frac{1}{\mu}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\mathbf{Z}(0, -\hat{\mu}, -\hat{\mu}'')\mathbf{R}(\hat{\mu}'', \hat{\mu}')$$
$$+ \frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\int \mathrm{d}\hat{\mu}'''\mathbf{R}(\hat{\mu}, \hat{\mu}'')\mathbf{Z}(0, \hat{\mu}'', -\hat{\mu}''')\mathbf{R}(\hat{\mu}''', \hat{\mu}'), \tag{7.71}$$

$$\frac{\partial\mathbf{T}(\hat{\mu}, \hat{\mu}')}{\partial\Psi_{\uparrow}} = -\frac{1}{\mu'}\mathbf{T}(\hat{\mu}, \hat{\mu}')\mathbf{K}(0, \hat{\mu}') + \frac{\pi}{\mu\mu'}\mathbf{X}(\Psi, 0, \hat{\mu})\mathbf{Z}(0, \hat{\mu}, \hat{\mu}')$$
$$+ \frac{1}{\mu'}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\mathbf{T}(\hat{\mu}, \hat{\mu}'')\mathbf{Z}(0, \hat{\mu}'', \hat{\mu}')$$
$$+ \frac{1}{\mu}\mathbf{X}(\Psi, 0, \hat{\mu})\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\mathbf{Z}(0, \hat{\mu}, -\hat{\mu}'')\mathbf{R}(\hat{\mu}'', \hat{\mu}')$$

$$+\frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\int \mathrm{d}\hat{\mu}'''\,\mathbf{T}(\hat{\mu},\hat{\mu}'')\mathbf{Z}(0,\hat{\mu}'',-\hat{\mu}''')\mathbf{R}(\hat{\mu}''',\hat{\mu}'), \tag{7.72}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial\mathbf{R}^{\dagger}(\hat{\mu},\hat{\mu}')}{\partial\Psi_{\uparrow}} &= \frac{\pi}{\mu\mu'}\mathbf{X}(\Psi,0,\hat{\mu})\mathbf{Z}(0,\hat{\mu},-\hat{\mu}')\mathbf{X}(0,\Psi,-\hat{\mu}')\\ &+\frac{1}{\mu}\mathbf{X}(\Psi,0,\hat{\mu})\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\,\mathbf{Z}(0,\hat{\mu},-\hat{\mu}'')\mathbf{T}^{\dagger}(\hat{\mu}'',\hat{\mu}')\\ &+\frac{1}{\mu'}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\,\mathbf{T}(\hat{\mu},\hat{\mu}'')\mathbf{Z}(0,\hat{\mu}'',-\hat{\mu}')\mathbf{X}(0,\Psi,-\hat{\mu}')\\ &+\frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\int \mathrm{d}\hat{\mu}'''\,\mathbf{T}(\hat{\mu},\hat{\mu}'')\mathbf{Z}(0,\hat{\mu}'',-\hat{\mu}''')\mathbf{T}^{\dagger}(\hat{\mu}''',\hat{\mu}'),\end{aligned} \tag{7.73}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial\mathbf{T}^{\dagger}(\hat{\mu},\hat{\mu}')}{\partial\Psi_{\uparrow}} &= -\frac{1}{\mu}\mathbf{K}(0,-\hat{\mu})\mathbf{T}^{\dagger}(\hat{\mu},\hat{\mu}') + \frac{\pi}{\mu\mu'}\mathbf{Z}(0,-\hat{\mu},-\hat{\mu}')\mathbf{X}(0,\Psi,-\hat{\mu}')\\ &+\frac{1}{\mu}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\,\mathbf{Z}(0,-\hat{\mu},-\hat{\mu}'')\mathbf{T}^{\dagger}(\hat{\mu}'',\hat{\mu}')\\ &+\frac{1}{\mu'}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\,\mathbf{R}(\hat{\mu},\hat{\mu}'')\mathbf{Z}(0,\hat{\mu}'',-\hat{\mu}')\mathbf{X}(0,\Psi,-\hat{\mu}')\\ &+\frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\int \mathrm{d}\hat{\mu}'''\,\mathbf{R}(\hat{\mu},\hat{\mu}'')\mathbf{Z}(0,\hat{\mu}'',-\hat{\mu}''')\mathbf{T}^{\dagger}(\hat{\mu}''',\hat{\mu}'),\end{aligned} \tag{7.74}$$

где индекс $\uparrow$ означает, что каждый бесконечно тонкий слой добавляется к основному слою сверху. Уравнения (7.71)–(7.74) называются уравнениями инвариантного погружения и должны быть дополнены начальными условиями

$$\mathbf{R}(\hat{\mu},\hat{\mu}')\big|_{\Psi=0} = \mathbf{0}, \tag{7.75}$$

$$\mathbf{T}(\hat{\mu},\hat{\mu}')\big|_{\Psi=0} = \mathbf{0}, \tag{7.76}$$

$$\mathbf{R}^{\dagger}(\hat{\mu},\hat{\mu}')\big|_{\Psi=0} = \mathbf{0}, \tag{7.77}$$

$$\mathbf{T}^{\dagger}(\hat{\mu},\hat{\mu}')\big|_{\Psi=0} = \mathbf{0}, \tag{7.78}$$

где $\mathbf{0}$ – нулевая матрица размерности 4×4.

На практике интегралы по угловым переменным в уравнениях (7.71)–(7.74) заменяются соответствующими квадратурными формулами, что приводит к сис-

теме обыкновенных дифференциальных уравнений. Эта система в совокупности с (7.75)–(7.78) составляет задачу с начальными условиями, которая может быть решена на ЭВМ при помощи одного из имеющихся численных методов. Хотя уравнения (7.71)–(7.74) не дают внутреннее поле излучения непосредственно, последнее может быть найдено путем комбинирования метода инвариантного погружения и метода сложения.

Отметим, что уравнения (7.71) и (7.72) не зацепляются с уравнениями (7.73) и (7.74) и могут решаться независимо от последних, если требуются только матрицы $\mathbf{R}$ и $\mathbf{T}$. Более того, для расчета только матрицы $\mathbf{R}$ достаточно решить уравнение (7.71).

7.6. Уравнение Амбарцумяна

Если рассеивающая среда является однородной и полубесконечной, то ее матрица отражения для случая освещения сверху вниз должна быть независимой от Ψ. Поэтому приравнивание производной $\partial\mathbf{R}(\hat{\mu},\hat{\mu}')/\partial\Psi_{\uparrow}$ в уравнении (7.71) к нулю приводит к наиболее общей форме нелинейного интегрального уравнения Амбарцумяна [1]:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{\mu'}\mathbf{R}(\hat{\mu},\hat{\mu}')\mathbf{K}(\hat{\mu}') + \frac{1}{\mu}\mathbf{K}(-\hat{\mu})\mathbf{R}(\hat{\mu},\hat{\mu}') \\
&\qquad = \frac{\pi}{\mu\mu'}\mathbf{Z}(-\hat{\mu},\hat{\mu}') + \frac{1}{\mu'}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\mathbf{R}(\hat{\mu},\hat{\mu}'')\mathbf{Z}(\hat{\mu}'',\hat{\mu}') + \frac{1}{\mu}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\mathbf{Z}(-\hat{\mu},-\hat{\mu}'')\mathbf{R}(\hat{\mu}'',\hat{\mu}') \\
&\qquad + \frac{1}{\pi}\int \mathrm{d}\hat{\mu}''\int \mathrm{d}\hat{\mu}'''\mathbf{R}(\hat{\mu},\hat{\mu}'')\mathbf{Z}(\hat{\mu}'',-\hat{\mu}''')\mathbf{R}(\hat{\mu}''',\hat{\mu}') \qquad (7.79)
\end{aligned}$$

7.7. Соотношения взаимности для матриц отражения и пропускания

Принимая во внимание единственность решения задачи с начальными условиями (7.71)–(7.78), нетрудно вывести следующие соотношения взаимности для матриц отражения и пропускания:

$$\mathbf{R}(\mu', \varphi' + \pi; \mu, \varphi + \pi) \;=\; \mathbf{\Delta}_3[\mathbf{R}(\mu, \varphi; \mu', \varphi')]^{\mathrm{T}}\,\mathbf{\Delta}_3, \tag{7.80}$$

$$\mathbf{R}^{\dagger}(\mu', \varphi' + \pi; \mu, \varphi + \pi) \;=\; \mathbf{\Delta}_3[\mathbf{R}^{\dagger}(\mu, \varphi; \mu', \varphi')]^{\mathrm{T}}\,\mathbf{\Delta}_3, \tag{7.81}$$

$$\mathbf{T}^{\dagger}(\mu', \varphi' + \pi; \mu, \varphi + \pi) \;=\; \mathbf{\Delta}_3[\mathbf{T}(\mu, \varphi; \mu', \varphi')]^{\mathrm{T}}\,\mathbf{\Delta}_3, \tag{7.82}$$

где $\mathbf{\Delta}_3$ дается формулой (1.52). Формулы (7.80)–(7.82) в конечном итоге следуют из общих соотношений взаимности для фазовой матрицы и матрицы экстинкции (1.50) и (1.51), которые можно переписать следующим образом:

$$\mathbf{Z}(-\mu', \varphi' + \pi; -\mu, \varphi + \pi) \;=\; \mathbf{\Delta}_3[\mathbf{Z}(\mu, \varphi; \mu', \varphi')]^{\mathrm{T}}\,\mathbf{\Delta}_3, \tag{7.83}$$

$$\mathbf{K}(-\mu, \varphi + \pi) \;=\; \mathbf{\Delta}_3[\mathbf{K}(\mu, \varphi)]^{\mathrm{T}}\,\mathbf{\Delta}_3. \tag{7.84}$$

Действительно, формулы (7.16) и (7.24) в совокупности с матричным тождеством $(\mathbf{AB})^{\mathrm{T}} \;=\; \mathbf{B}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}$ дают

$$\mathbf{X}(0, \Psi; -\mu, \varphi + \pi) \;=\; \mathbf{\Delta}_3[\mathbf{X}(\Psi, 0; \mu, \varphi)]^{\mathrm{T}}\,\mathbf{\Delta}_3. \tag{7.85}$$

Очевидно, что начальные условия (7.75)–(7.78) удовлетворяют соотношениям взаимности (7.80)–(7.82). Мы можем добавить бесконечно тонкий слой к «начальному слою» нулевой толщины и убедиться из уравнений (7.71)–(7.74), что матрицы отражения и пропускания результирующего слоя также удовлетворяют соотношениям взаимности (7.80)–(7.82). Можно продолжить этот рекурсивный процесс добавления бесконечно тонких слоев и убедиться, что на каждом этапе результирующие матрицы отражения и пропускания удовлетворяют соотношениям взаимности (7.80)–(7.82). Поэтому матрицы отражения и пропускания окончательного слоя также удовлетворяют этим соотношениям.

Соотношения взаимности являются фундаментальными свойствами матриц отражения и пропускания и могут быть использованы на практике для проверки правильности и точности компьютерных программ. Более того, их можно использовать для того, чтобы значительно сократить время расчета путем уменьшения независимых геометрий рассеяния (т. е. количества пар $\{\hat{\mu}, \hat{\mu}'\}$, для которых матрицы отражения и пропускания рассчитываются явно) почти в два раза.

7.8. Перенос излучения в макроскопически изотропных и зеркально симметричных средах

Хотя предположение плоскопараллельной геометрии привело к существенному упрощению теоретического анализа уравнения переноса излучения, последнее все еще остается слишком сложным для рутинного практического использования. Поэтому в этом разделе мы сделаем еще одно стандартное упрощение, а именно, предположим, что дисперсная рассеивающая среда является макроскопически изотропной и зеркально симметричной. Вспомнив формулу (2.57), мы можем переписать уравнение переноса (7.2) в следующем виде:

$$u\,\frac{\mathrm{d}\widetilde{\mathbf{I}}(\tau,\hat{\mathbf{n}})}{\mathrm{d}\tau} = -\widetilde{\mathbf{I}}(\tau,\hat{\mathbf{n}}) + \frac{1}{C_{\mathrm{ext}}(\tau)}\int_{4\pi}\mathrm{d}\hat{\mathbf{n}}'\,\mathbf{Z}(\tau,\hat{\mathbf{n}},\hat{\mathbf{n}}')\,\widetilde{\mathbf{I}}(\tau,\hat{\mathbf{n}}'), \tag{7.86}$$

где

$$\tau(z) = \int_z^{\infty}\mathrm{d}z'\,n_0(z')\,C_{\mathrm{ext}}(z') \tag{7.87}$$

– так называемая *оптическая глубина*, а C_{ext} – среднее сечение экстинкции в расчете на одну частицу. В отличие от геометрической глубины z и частичной глубины ψ, оптическая глубина является безразмерной величиной.

Удобно переписать уравнение (7.86) в следующем виде:

$$u\,\frac{\mathrm{d}\widetilde{\mathbf{I}}(\tau,u,\varphi)}{\mathrm{d}\tau} = -\widetilde{\mathbf{I}}(\tau,u,\varphi) + \frac{1}{C_{\mathrm{ext}}(\tau)}\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi'\int_{-1}^{+1}\mathrm{d}u'\,\mathbf{Z}(\tau;u,\varphi;u',\varphi')\,\widetilde{\mathbf{I}}(\tau,u',\varphi'), \tag{7.88}$$

где, как и прежде, мы используем обозначения

$$\widetilde{\mathbf{I}}(\tau,u,\varphi) = \widetilde{\mathbf{I}}(\tau,\theta,\varphi),$$

$$\mathbf{Z}(\tau;u,\varphi;u',\varphi') = \mathbf{Z}(\tau;\theta,\varphi;\theta',\varphi').$$

Наконец, можно заменить фазовую матрицу нормализованной фазовой матрицей в соответствии с

$$\widetilde{\mathbf{Z}}(\tau; u, \varphi; u', \varphi') \;=\; \frac{4\pi}{C_{\text{sca}}(\tau)}\,\mathbf{Z}(\tau; u, \varphi; u', \varphi') \tag{7.89}$$

(сравните с формулой (2.58)), что приводит к хорошо известному уравнению

$$u\,\frac{\mathrm{d}\widetilde{\mathbf{I}}(\tau, u, \varphi)}{\mathrm{d}\tau} \;=\; -\,\widetilde{\mathbf{I}}(\tau, u, \varphi) \;+\; \frac{\varpi(\tau)}{4\pi}\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi'\int_{-1}^{+1}\mathrm{d}u'\,\widetilde{\mathbf{Z}}(\tau; u, \varphi; u', \varphi')\,\widetilde{\mathbf{I}}(\tau, u', \varphi'), \tag{7.90}$$

где

$$\varpi(\tau) \;=\; \frac{C_{\text{sca}}(\tau)}{C_{\text{ext}}(\tau)} \tag{7.91}$$

– альбедо однократного рассеяния (см. формулу (1.66)). *Стандартная задача* теперь сводится к совокупности уравнения (7.90) и граничных условий

$$\widetilde{\mathbf{I}}(0, \mu, \varphi) \;=\; \delta(\mu - \mu_0)\,\delta(\varphi - \varphi_0)\,\mathbf{I}_0, \tag{7.92}$$

$$\widetilde{\mathbf{I}}(\mathcal{T}, -\mu, \varphi) \;=\; \mathbf{0}, \tag{7.93}$$

где $\mathcal{T} \;=\; \tau(z_{\text{b}})$ – *оптическая толщина* рассеивающей среды (см. рис. 7.8).

По аналогии с разделом 7.3, граничные условия (7.25) и (7.26), определяющие *общую задачу*, можно записать в следующем виде:

$$\widetilde{\mathbf{I}}(0, \mu, \varphi) \;=\; \widetilde{\mathbf{I}}_{\downarrow}(\mu, \varphi), \tag{7.94}$$

$$\widetilde{\mathbf{I}}(\mathcal{T}, -\mu, \varphi) \;=\; \widetilde{\mathbf{I}}_{\uparrow}(-\mu, \varphi) \tag{7.95}$$

(см. рис. 7.9). То обстоятельство, что матрица экстинкции свелась к независящему от направления сечению экстинкции, позволяет заменить пропагаторы (7.16) и (7.24) простыми скалярными экспоненциальными множителями

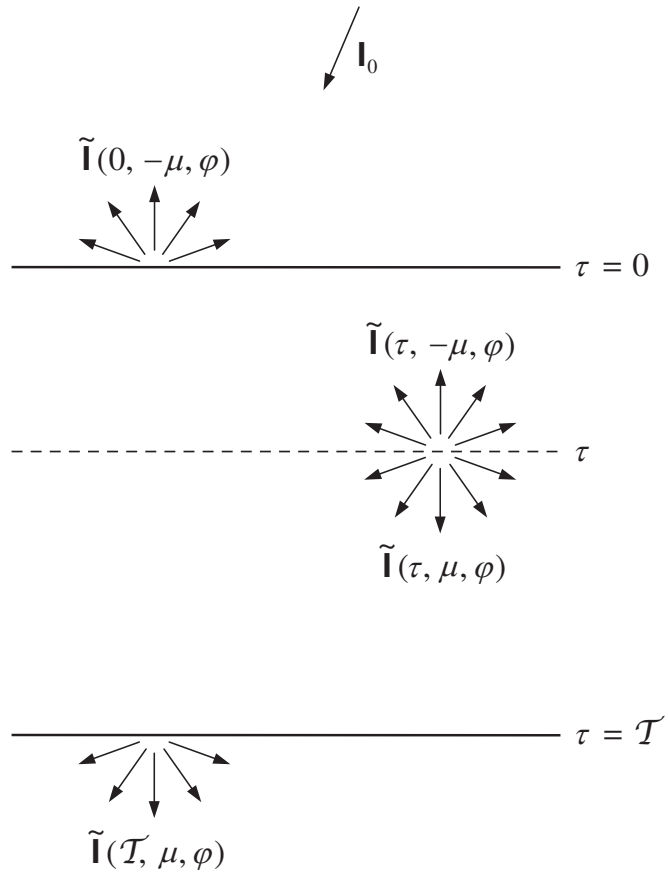

Рис. 7.8. Стандартная задача.

$\exp[-(\tau - \tau_0)/\mu]$ для $\tau \geq \tau_0$ и $\exp[-(\tau_0 - \tau)/\mu]$ для $\tau < \tau_0$. В результате, внутреннее поле излучения на произвольной оптической глубине $\tau \in [0, \mathcal{T}]$ можно выразить через удельные векторы Стокса падающего излучения следующим образом:

$$\widetilde{\mathbf{I}}(\tau, \mu, \varphi) = \exp(-\tau/\mu)\,\widetilde{\mathbf{I}}_{\downarrow}(\mu, \varphi) + \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi' \int_0^{+1} \mathrm{d}\mu'\mu'\,\mathbf{D}(\tau; \mu, \varphi; \mu', \varphi')\,\widetilde{\mathbf{I}}_{\downarrow}(\mu', \varphi')$$
$$+ \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi' \int_0^{+1} \mathrm{d}\mu'\mu'\,\mathbf{U}^{\dagger}(\tau; \mu, \varphi; \mu', \varphi')\,\widetilde{\mathbf{I}}_{\uparrow}(-\mu', \varphi'), \tag{7.96}$$

$$\widetilde{\mathbf{I}}(\tau, -\mu, \varphi) = \exp[-(\mathcal{T} - \tau)/\mu]\,\widetilde{\mathbf{I}}_{\uparrow}(-\mu, \varphi)$$
$$+ \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi' \int_0^{+1} \mathrm{d}\mu'\mu'\,\mathbf{U}(\tau; \mu, \varphi; \mu', \varphi')\,\widetilde{\mathbf{I}}_{\downarrow}(\mu', \varphi')$$
$$+ \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi' \int_0^{+1} \mathrm{d}\mu'\mu'\,\mathbf{D}^{\dagger}(\tau; \mu, \varphi; \mu', \varphi')\,\widetilde{\mathbf{I}}_{\uparrow}(-\mu', \varphi'). \tag{7.97}$$

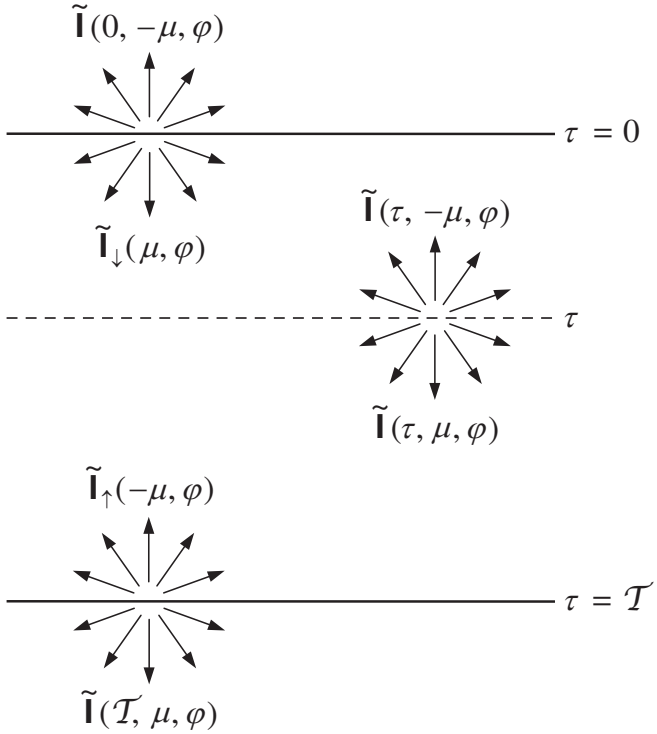

Рис. 7.9. Общая задача.

Соответствующие матрицы отражения и пропускания определяются как

$$\mathbf{R}(\mu, \varphi; \mu', \varphi') = \mathbf{U}(0; \mu, \varphi; \mu', \varphi'), \tag{7.98}$$

$$\mathbf{T}(\mu, \varphi; \mu', \varphi') = \mathbf{D}(\mathcal{T}; \mu, \varphi; \mu', \varphi'), \tag{7.99}$$

$$\mathbf{R}^{\dagger}(\mu, \varphi; \mu', \varphi') = \mathbf{U}^{\dagger}(\mathcal{T}; \mu, \varphi; \mu', \varphi'), \tag{7.100}$$

$$\mathbf{T}^{\dagger}(\mu, \varphi; \mu', \varphi') = \mathbf{D}^{\dagger}(0; \mu, \varphi; \mu', \varphi'), \tag{7.101}$$

тогда как решение стандартной задачи принимает вид

$$\tilde{\mathbf{I}}(\tau, \mu, \varphi) = \delta(\mu - \mu_0)\delta(\varphi - \varphi_0)\exp(-\tau/\mu_0)\mathbf{I}_0 + \frac{1}{\pi}\mu_0\mathbf{D}(\tau; \mu, \varphi; \mu_0, \varphi_0)\mathbf{I}_0, \tag{7.102}$$

$$\tilde{\mathbf{I}}(\tau, -\mu, \varphi) = \frac{1}{\pi}\mu_0\mathbf{U}(\tau; \mu, \varphi; \mu_0, \varphi_0)\mathbf{I}_0, \tag{7.103}$$

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{I}}(\mathcal{T}, \mu, \varphi) &= \delta(\mu - \mu_0)\delta(\varphi - \varphi_0)\exp(-\mathcal{T}/\mu_0)\mathbf{I}_0 \\ &\quad + \frac{1}{\pi}\mu_0\mathbf{T}(\mu, \varphi; \mu_0, \varphi_0)\mathbf{I}_0,\end{aligned} \tag{7.104}$$

$$\widetilde{\mathbf{I}}(0,-\mu,\varphi) \;=\; \frac{1}{\pi}\mu_0\mathbf{R}(\mu,\varphi;\mu_0,\varphi_0)\mathbf{I}_0. \tag{7.105}$$

Не представляет труда упростить все уравнения разделов 7.4 и 7.5, используя введенные выше величины и обозначения. Например, с учетом формул (7.87), (7.89), (7.91) и (7.98) уравнение инвариантного погружения (7.71) и уравнение Амбарцумяна (7.79) принимают хорошо известный вид:

$$\begin{aligned}\frac{\partial\mathbf{R}(\mu,\varphi;\mu',\varphi')}{\partial\mathcal{T}_{\uparrow}} \;=\; & -\frac{\mu+\mu'}{\mu\mu'}\mathbf{R}(\mu,\varphi;\mu',\varphi') + \frac{\varpi}{4\mu\mu'}\widetilde{\mathbf{Z}}(0;-\mu,\varphi;\mu',\varphi') \\ & + \frac{\varpi}{4\pi\mu'}\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi''\int_0^1\mathrm{d}\mu''\,\mathbf{R}(\mu,\varphi;\mu'',\varphi'')\times\widetilde{\mathbf{Z}}(0;\mu'',\varphi''';\mu',\varphi') \\ & + \frac{\varpi}{4\pi\mu}\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi''\int_0^1\mathrm{d}\mu''\,\widetilde{\mathbf{Z}}(0;-\mu,\varphi;-\mu'',\varphi'')\,\mathbf{R}(\mu'',\varphi'';\mu',\varphi') \\ & + \frac{\varpi}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi''\int_0^1\mathrm{d}\mu''\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi'''\int_0^1\mathrm{d}\mu'''\,\mathbf{R}(\mu,\varphi;\mu'',\varphi'') \\ & \times\widetilde{\mathbf{Z}}(0;\mu'',\varphi'';-\mu''',\varphi''')\,\mathbf{R}(\mu''',\varphi''';\mu',\varphi'),\end{aligned} \tag{7.106}$$

$$\begin{aligned}(\mu+\mu')\mathbf{R}(\mu,\varphi;\mu',\varphi') \;=\; & \frac{\varpi}{4}\widetilde{\mathbf{Z}}(-\mu,\varphi;\mu',\varphi') \\ & + \frac{\varpi\mu}{4\pi}\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi''\int_0^1\mathrm{d}\mu''\,\mathbf{R}(\mu,\varphi;\mu'',\varphi'')\,\widetilde{\mathbf{Z}}(\mu'',\varphi'';\mu',\varphi') \\ & + \frac{\varpi\mu'}{4\pi}\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi''\int_0^1\mathrm{d}\mu''\,\widetilde{\mathbf{Z}}(-\mu,\varphi;-\mu'',\varphi'')\,\mathbf{R}(\mu'',\varphi'';\mu',\varphi') \\ & + \frac{\varpi\mu\mu'}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi''\int_0^1\mathrm{d}\mu''\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi'''\int_0^1\mathrm{d}\mu'''\,\mathbf{R}(\mu,\varphi;\mu'',\varphi'') \\ & \times\widetilde{\mathbf{Z}}(\mu'',\varphi'';-\mu''',\varphi''')\,\mathbf{R}(\mu''',\varphi''';\mu',\varphi').\end{aligned} \tag{7.107}$$

Азимутальная симметрия рассеивающей среды приводит к тому, что как нормализованная фазовая матрица $\widetilde{\mathbf{Z}}$, так и матрицы $\mathbf{U}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{U}^{\dagger}$, $\mathbf{D}^{\dagger}$, $\mathbf{R}$, $\mathbf{T}$, $\mathbf{R}^{\dagger}$ и $\mathbf{T}^{\dagger}$, описывающие многократное рассеяние, зависят от разности азимутальных углов $\varphi-\varphi'$ а не от самих углов φ и φ' по отдельности. Другими словами, если φ, φ', φ_1 и φ_1' таковы, что $\varphi-\varphi'=\varphi_1-\varphi_1'$, то $\mathbf{D}(\tau;\mu,\varphi_1;\mu',\varphi_1') = \mathbf{D}(\tau;\mu,\varphi;\mu',\varphi')$ и

аналогично для всех других матриц. Это эквивалентно утверждению, что каждая из этих матриц обладает следующим свойством:

$$\mathbf{Y}(\mu, \varphi + \Delta\varphi; \mu', \varphi' + \Delta\varphi) \;=\; \mathbf{Y}(\mu, \varphi; \mu', \varphi') \tag{7.108}$$

для любых φ, φ' и $\Delta\varphi$. Это свойство позволяет разложить как уравнение переноса, так и все формулы сложения и уравнения инвариантного погружения в ряды Фурье по азимуту [61, 88, 110]. При этом уравнения для разных азимутальных гармоник оказываются совершенно независимыми друг от друга и могут быть решены по отдельности, что приводит к существенному сокращению времени расчета.

Уравнение (7.90) можно еще больше упростить, если проигнорировать поляризацию электромагнитных волн и заменить удельный вектор Стокса его первым элементом (т. е. удельной интенсивностью), а нормализованную фазовую матрицу – ее левым верхним элементом (т. е. индикатрисой рассеяния):

$$\begin{aligned} u\,\frac{\mathrm{d}\widetilde{I}(\tau, u, \varphi)}{\mathrm{d}\tau} \;&=\; -\widetilde{I}(\tau, u, \varphi) \;+\; \frac{\varpi(\tau)}{4\pi}\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi'\int_{-1}^{+1}\mathrm{d}u'\,\widetilde{Z}_{11}(\tau; u, \varphi; u', \varphi')\,\widetilde{I}(\tau, u', \varphi') \\ &=\; -\widetilde{I}(\tau, u, \varphi) \;+\; \frac{\varpi(\tau)}{4\pi}\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi'\int_{-1}^{+1}\mathrm{d}u'\,a_1(\tau; \Theta)\,\widetilde{I}(\tau, u', \varphi'), \end{aligned} \tag{7.109}$$

где

$$\Theta \;=\; \arccos[uu' \,+\, (1-u^2)^{1/2}\,(1-u'^2)^{1/2}\cos(\varphi - \varphi')]$$

– угол рассеяния. Мы уже отмечали, что использование скалярного приближения не имеет рационального физического обоснования. Тем не менее, решать скалярное уравнение переноса (7.109) намного проще, чем векторное, что и объясняет частое использование скалярного приближения в тех случаях, когда падающее излучение неполяризовано и требуется найти только удельную интенсивность многократно рассеянного света. Понятно поэтому, что было бы крайне важно выполнить детальный анализ точности скалярного приближения и области его

применимости. Это будет сделано в следующей главе.

Диссертантом был разработан пакет программ для численного решения уравнений (7.106) и (7.107) как в скалярном, так и в векторном вариантах [131, 148, 189]. Многочисленные примеры использования этих программ будут даны в следующих главах.

Программа, основанная на численном решении скалярного уравнения Амбарцумяна [189], была помещена в 2000 г. на общедоступном электронном сервере http://www.giss.nasa.gov/~crmim и к настоящему времени была использована более чем в 20 журнальных публикациях. Для иллюстрации возможностей этой программы, на рис. 7.10 показаны результаты расчета интенсивности отраженного света для трех моделей оптически полубесконечного слоя, состоящего из полидисперсных снежных частиц с эффективным радиусом 50 мкм [189]. Длина волны падающего излучения равна 0.65 мкм, а его интенсивность предполагается равной $I_0 = \pi$ Вт м$^{-2}$. Модели снежных частиц и соответствующие индикатрисы рассеяния показаны на рис. 7.11. Расчет индикатрисы рассеяния для сферических частиц проводился по стандартной теории Ми, тогда как индикатрисы рассеяния для фрактальных и гексагональных кристаллов рассчитывались с помощью метода геометрической оптики [123] и так называемого приближения физической оптики [184]. Рисунок 7.10 демонстрирует определяющую роль морфологии снежных частиц в формировании угловой структуры диффузно отраженного излучения даже в том случае, когда рассеивающий слой является полубесконечным и непоглощающим. При этих условиях можно было ожидать максимального сглаживающего эффекта многократного рассеяния, но даже такой эффект оказался недостаточным для замывания индивидуальных угловых деталей соответствующих индикатрис рассеяния (см. рис. 7.11). Мы можем, таким образом, заключить, что адекватный выбор формы частиц является необходимым ингредиентом интерпретации измерений диффузного отражения света различными типами порошкообразных слоев.

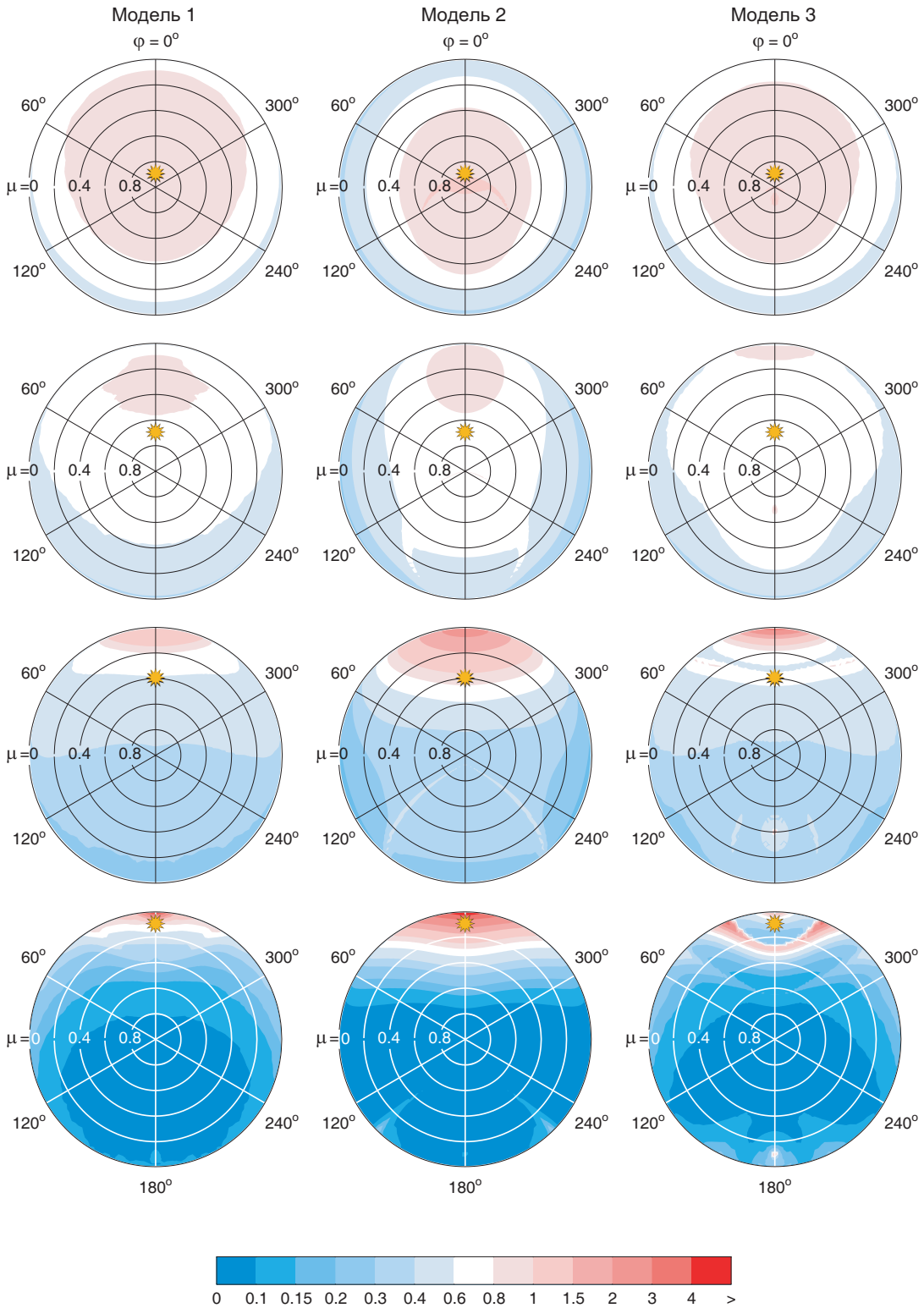

Рис. 7.10. Удельная интенсивность отраженного света (в Вт м$^{-2}$ср$^{-1}$) как функция μ и φ для полубесконечных слоев, состоящих из снежных кристаллов в соответствии с моделями 1, 2 и 3 на рис. 7.11. Четыре значения зенитного угла падения неполяризованного параллельного пучка света соответствуют значениям $\mu_0 = 0.9, 0.7, 0.4$ и 0.1, как отмечено желтыми звездочками. Азимутальный угол падения равен нулю. Интенсивность падающего света равна $I_0 = \pi$ Вт м$^{-2}$.

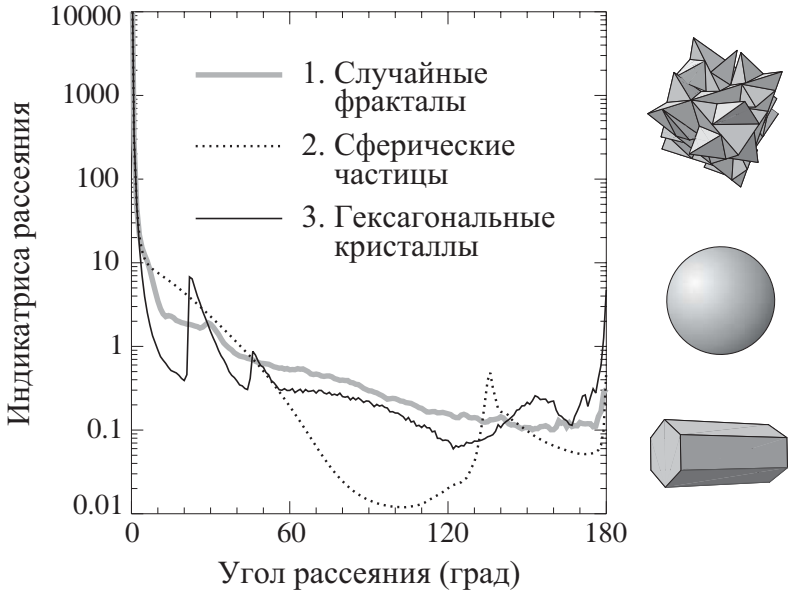

Рис. 7.11. Индикатрисы рассеяния для трех моделей снежных кристаллов.

7.9. Основные результаты

Основным результатом этой главы является общая векторная теория переноса излучения в произвольной плоскопараллельной разреженной дисперсной среде [10, 132, 153]. Частицы, составляющие среду, могут иметь любые размеры, формы, ориентации и показатели преломления. Показано, что стандартная векторная теория переноса в макроскопически изотропных и зеркально симметричных средах и скалярное приближение являются частными случаями общей теории.

Еще одним оригинальным результатом является разработка диссертантом пакета эффективных программ для расчета матрицы (коэффициента) диффузного отражения для однородной полубесконечной среды и вертикально неоднородной конечной среды на основе численного решения уравнений Амбарцумяна и инвариантного погружения как в векторном, так и в скалярном варианте [131, 148, 189].

ГЛАВА 8

АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ СКАЛЯРНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА

Мы уже упоминали, что хотя скалярное приближение не имеет конкретного физического обоснования, в силу своей простоты оно используется значительно чаще, чем строгое векторное уравнение переноса. Нетрудно показать, что скалярное приближение становится асимптотически точным в пределе $\mathcal{T} \to 0$, т. е. когда применимо приближение однократного рассеяния. Однако многократное рассеяние вовлекает все элементы фазовой матрицы, что может приводить к существенным различиям между результатами решения векторного и скалярного уравнений переноса.

Со времени опубликования знаменитой монографии Чандрасекара [45] было известно, что в частном случае полубесконечной рэлеевской атмосферы ошибки скалярного приближения в удельной интенсивности диффузно отраженного света могут достигать 10%. Однако частое и повсеместное использование скалярного приближения делает крайне необходимым более полный анализ ошибок, основанный на детальных и систематических расчетах для слоев с различными оптическими толщинами и с разными типами рассеивающих частиц. Такому анализу и будет посвящена настоящая глава. Мы начнем с подробного рассмотрения классического случая атмосферы, которая рассеивает по закону Рэлея (в том числе с ненулевой деполяризацией) и расположена над ламбертовской поверхностью с альбедо, меняющимся от нуля до единицы [170]. Затем мы рассмотрим многократное рассеяние сферическими и хаотически ориентированными несферическими частицами с размерами, меняющимися от нуля (рэлеевские рассеиватели) до нескольких длин волны падающего света [202].

8.1. Рэлеевское рассеяние

Рэлеевский закон однократного рассеяния применим как в случае дискретных частиц с размерами намного меньшими длины волны света, так и в случае флуктуаций показателя преломления в газовых средах (см. раздел 6.5). Для корректного учета возможной анизотропии молекул газа, нормализованная матрица рассеяния для чисто газовой среды обычно записывается в следующем виде:

$$\widetilde{\mathbf{F}}(\Theta) = \Delta \begin{bmatrix} \frac{3}{4}(1+\cos^2\Theta) & -\frac{3}{4}\sin^2\Theta & 0 & 0 \\ -\frac{3}{4}\sin^2\Theta & \frac{3}{4}(1+\cos^2\Theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2}\cos\Theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta'\frac{3}{2}\cos\Theta \end{bmatrix}$$

$$+ (1-\Delta) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{8.1}$$

где

$$\Delta = \frac{1-\delta}{1+\delta/2}, \qquad \Delta' = \frac{1-2\delta}{1-\delta}, \tag{8.2}$$

а δ – так называемый фактор деполяризации [79]. Для чистого рэлеевского рассеяния фактор деполяризации равен нулю, тогда как для большинства реальных газов он может заметно отклоняться от нулевого значения. Например, δ близок к 0.03 для воздуха и к 0.09 для CO_2. Элементы нормализованной матрицы рассеяния для чистого рэлеевского рассеяния показаны на рис. 8.1.

Рассмотрим плоскопараллельную рэлеевскую атмосферу, освещенную сверху неполяризованным параллельным пучком света. Свойства азимутальной зеркальной симметрии многократного рассеяния в макроскопически изотропных и зеркально симметричных дисперсных средах (см. раздел 7.8 и формулу (7.108)) позволяют, без потери общности, зафиксировать азимутальный угол падения и

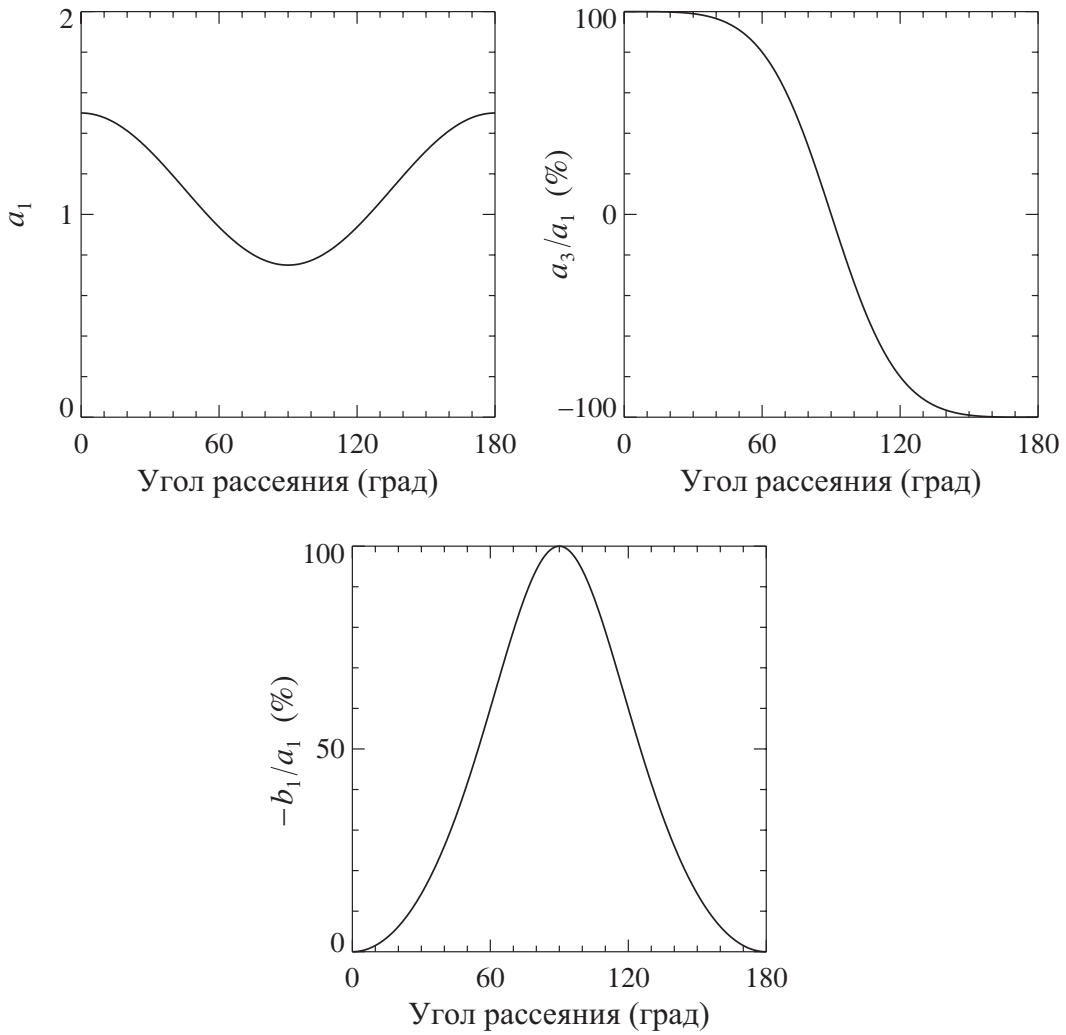

Рис. 8.1. Элементы нормализованной матрицы рассеяния для сферически симметричных частиц в рэлеевском пределе.

сократить вдвое диапазон азимутальных углов диффузно отраженного излучения. Таким образом, направление падения будет задаваться парой $\{\mu_0, \varphi_0 = 0\}$, а направление отражения – парой $\{-\mu, \varphi\}$, причем $\mu_0 \in [0,1]$, $\mu \in [0,1]$ и $\varphi \in [0°, 180°]$.

В этом разделе мы будем обозначать строго рассчитанные «векторные» величины при помощи индекса v (vector), тогда как приближенные «скалярные» величины будут снабжаться индексом s (scalar). Для количественного описания ошибок в определенной величине, возникающих за счет использования скалярного приближения, мы будем использовать несколько численных характеристик.

Самой общей из них является так называемая процентная ошибка, определенная как

$$\varepsilon(\mathcal{T}, \mu, \mu_0, \varphi) = \frac{\widetilde{I}^{\,\mathrm{v}}(0, -\mu, \varphi) - \widetilde{I}^{\,\mathrm{s}}(0, -\mu, \varphi)}{\widetilde{I}^{\,\mathrm{v}}(0, -\mu, \varphi)} \times 100\%,$$

$$\mu_0 \in [0, 1], \quad \mu \in [0, 1], \quad \varphi \in [0°, 180°]. \tag{8.3}$$

Здесь $\mathcal{T}$ – оптическая толщина атмосферы,

$$\widetilde{I}^{\,\mathrm{v}}(0, -\mu, \varphi) = \frac{1}{\pi} \mu_0 R_{11}(\mathcal{T}; \mu, \varphi; \mu_0, 0) I_0 \tag{8.4}$$

и

$$\widetilde{I}^{\,\mathrm{s}}(0, -\mu, \varphi) = \frac{1}{\pi} \mu_0 R(\mathcal{T}; \mu, \varphi; \mu_0, 0) I_0 \tag{8.5}$$

– векторная и скалярная удельные интенсивности диффузно отраженного света (см. формулу (7.34)), $R(\mathcal{T}; \mu, \varphi; \mu_0, \varphi_0)$ – коэффициент отражения, который заменяет матрицу отражения $\mathbf{R}(\mathcal{T}; \mu, \varphi; \mu_0, \varphi_0)$ в контексте скалярного приближения, I_0 – интенсивность падающего света.

Степень, в которой скалярное приближение недооценивает отраженную удельную интенсивность для заданных $\mathcal{T}$, μ и μ_0, характеризуется локальной недооценкой, определяемой как

$$\varepsilon_{\mathrm{u}}(\mathcal{T}, \mu, \mu_0) = \max_{\varphi \in [0°, 180°]} \varepsilon(\mathcal{T}, \mu, \mu_0, \varphi). \tag{8.6}$$

Отметим, что для определенных значений μ и μ_0 локальная недооценка может быть отрицательной. Это означает, что скалярное приближение переоценивает отраженную интенсивность при всех $\varphi \in [0°, 180°]$. Аналогично, локальная переоценка определяется как

$$\varepsilon_{\mathrm{o}}(\mathcal{T}, \mu, \mu_0) = \min_{\varphi \in [0°, 180°]} \varepsilon(\mathcal{T}, \mu, \mu_0, \varphi), \tag{8.7}$$

причем положительная локальная переоценка при определенных μ и μ_0 означает, что скалярное приближение недооценивает отраженную интенсивность при всех $\varphi \in [0°, 180°]$. Максимальная недооценка и максимальная переоценка определяются следующими формулами:

$$\varepsilon_{\mathrm{u}}^{\max}(\mathcal{T}) = \max_{\mu \in [0,1],\ \mu_0 \in [0,1]} \varepsilon_{\mathrm{u}}(\mathcal{T}, \mu, \mu_0), \tag{8.8}$$

$$\varepsilon_{\mathrm{o}}^{\max}(\mathcal{T}) = -\min_{\mu \in [0,1],\ \mu_0 \in [0,1]} \varepsilon_{\mathrm{o}}(\mathcal{T}, \mu, \mu_0). \tag{8.9}$$

Азимутальные углы, на которых имеет место локальная недооценка и локальная переоценка, обозначаются, соответственно, как $\varphi_{\mathrm{u}}(\mathcal{T}, \mu, \mu_0)$ и $\varphi_{\mathrm{o}}(\mathcal{T}, \mu, \mu_0)$, тогда как соответствующие фазовые углы обозначаются как $\alpha_{\mathrm{u}}(\mathcal{T}, \mu, \mu_0)$ и $\alpha_{\mathrm{o}}(\mathcal{T}, \mu, \mu_0)$. Напомним, что фазовый угол определяется как угол между направлением отражения $\{-\mu, \varphi\}$ и направлением, противоположным направлению падения $\{-\mu_0, \pi\}$.

Для описания более сложных ситуаций, в которых рэлеевский слой ограничен снизу дисперсной (например, снежной или песчаной) поверхностью, нулевое начальное значение, обычно используемое при численном решении уравнения инвариантного погружения (7.106), заменяется начальным значением

$$\mathbf{R}(\mathcal{T}; \mu, \varphi; \mu_0, \varphi_0)\Big|_{\mathcal{T}=0} \equiv \begin{bmatrix} A_{\mathrm{L}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad A_{\mathrm{L}} \in [0, 1]. \tag{8.10}$$

Последнее соответствует воображаемой оптически полубесконечной дисперсной среде, отражающей свет согласно изотропному ламбертовскому закону.

Для экономии места мы приведем только наиболее поучительные численные результаты, хорошо иллюстрирующие основные выводы. Рисунки 8.2–8.7 показывают максимальную недооценку $\varepsilon_{\mathrm{u}}^{\max}(\mathcal{T})$ и максимальную переоценку $\varepsilon_{\mathrm{o}}^{\max}(\mathcal{T})$ для различных значений альбедо однократного рассеяния ϖ, фактора

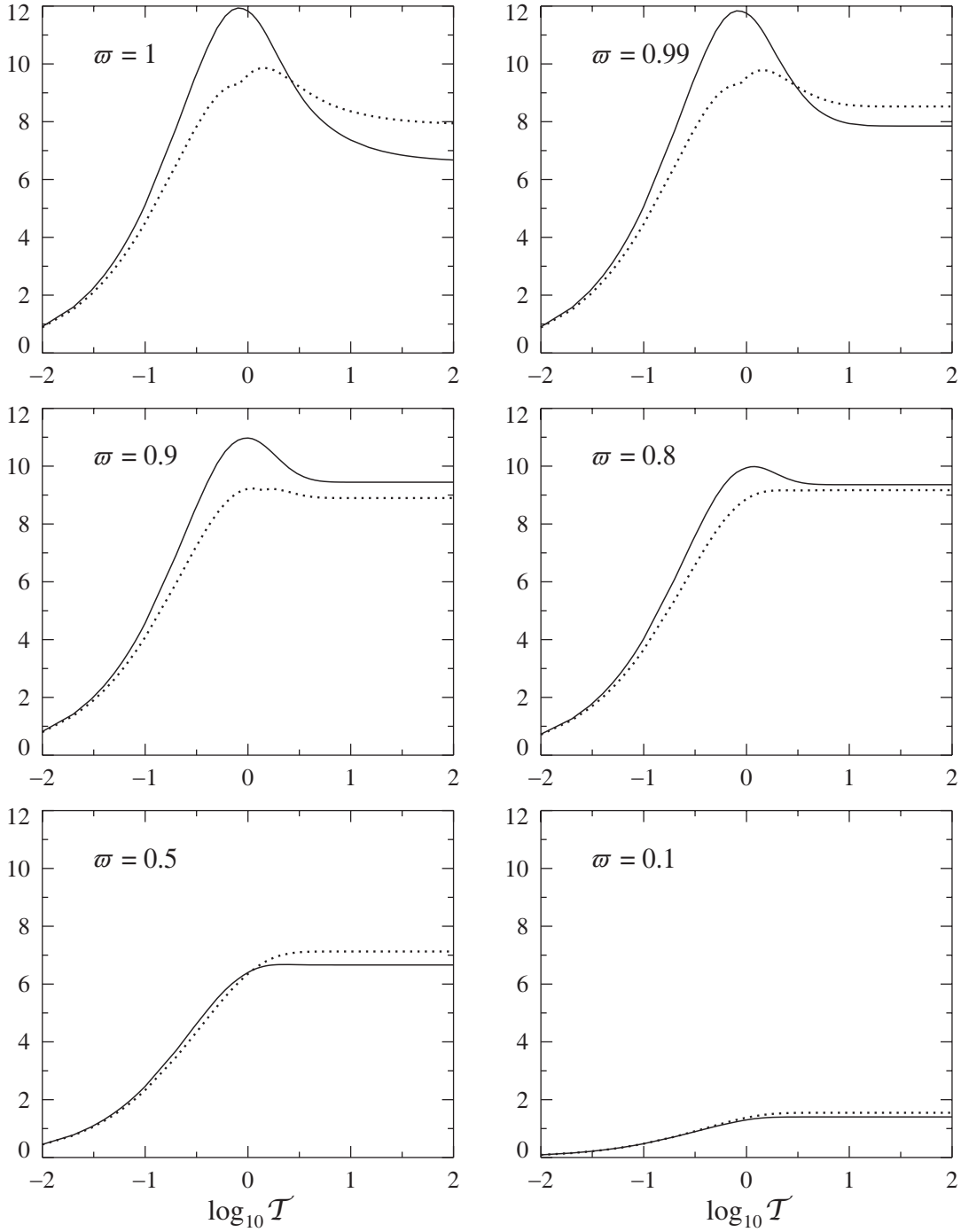

Рис. 8.2. Максимальная переоценка $\varepsilon_{\mathrm{o}}^{\max}(\mathcal{T})$ (в %, сплошные кривые) и максимальная недооценка $\varepsilon_{\mathrm{u}}^{\max}(\mathcal{T})$ (в %, точечные кривые) как функции оптической толщины $\mathcal{T}$ для $\delta = 0$, $A_{\mathrm{L}} = 0$ и $\varpi = 1$, 0.99, 0.9, 0.8, 0.5 и 0.1.

деполяризации δ и ламбертовского альбедо A_{L}. Эти графики можно использовать для принятия решения о практической применимости скалярного приближения в зависимости от конкретного приложения.

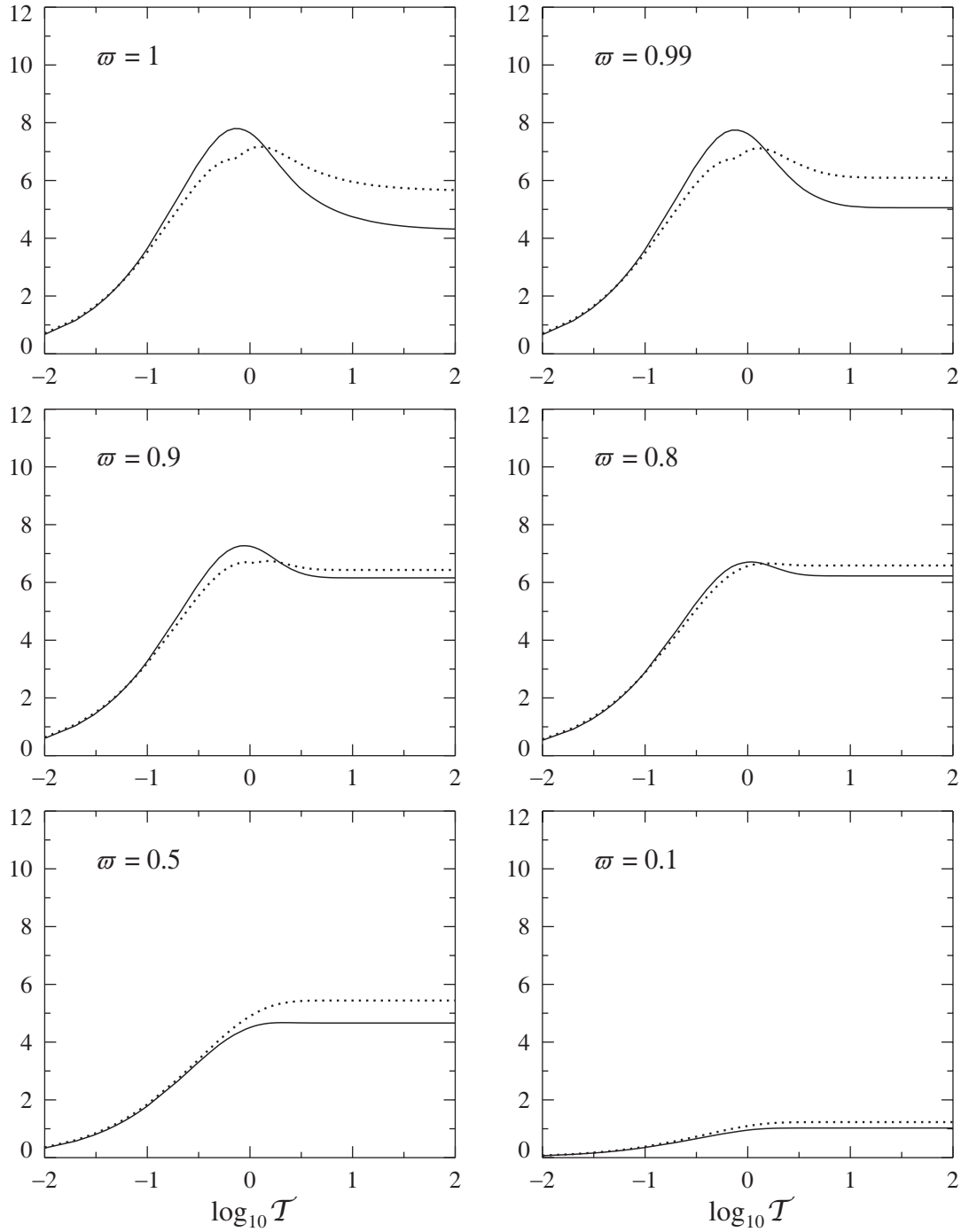

Рис. 8.3. То же, что на рис. 8.2, но для $\delta = 0.086$.

Видно, что различия между точными и приближенными результатами уменьшаются с увеличением δ и/или A_{L}. Для оптически тонких слоев ($\mathcal{T} \lesssim 1$) различия всегда уменьшаются с уменьшением ϖ. Чтобы объяснить последнюю зависимость, разложим «векторную» и «скалярную» интенсивности по кратнос-

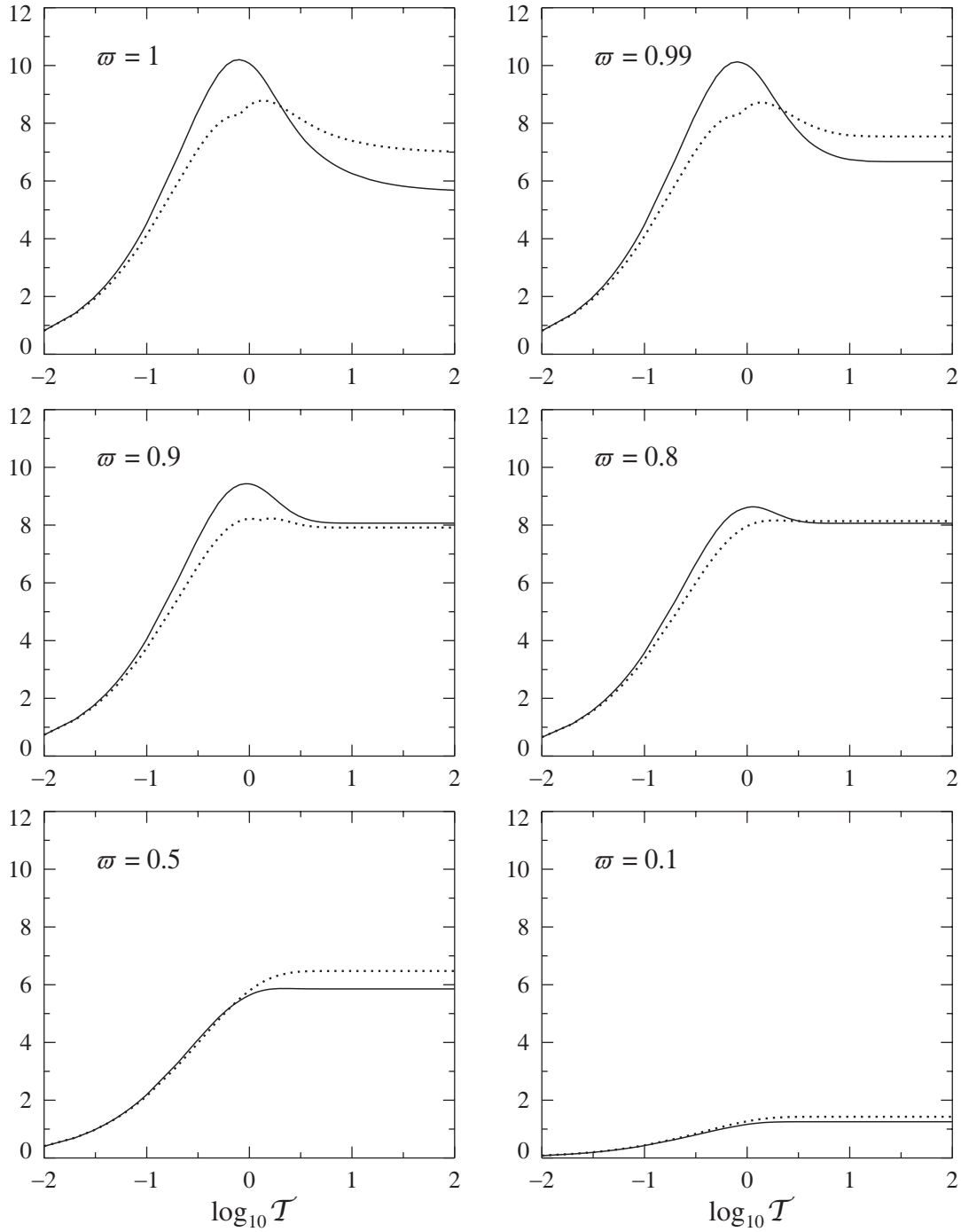

Рис. 8.4. То же, что на рис. 8.2, но для $\delta = 0.031$.

тям рассеяния:

$$\widetilde{I}^{\,\mathrm{v}}(0, -\mu, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} \varpi^n \widetilde{I}_n^{\,\mathrm{v}}(0, -\mu, \varphi), \tag{8.11}$$

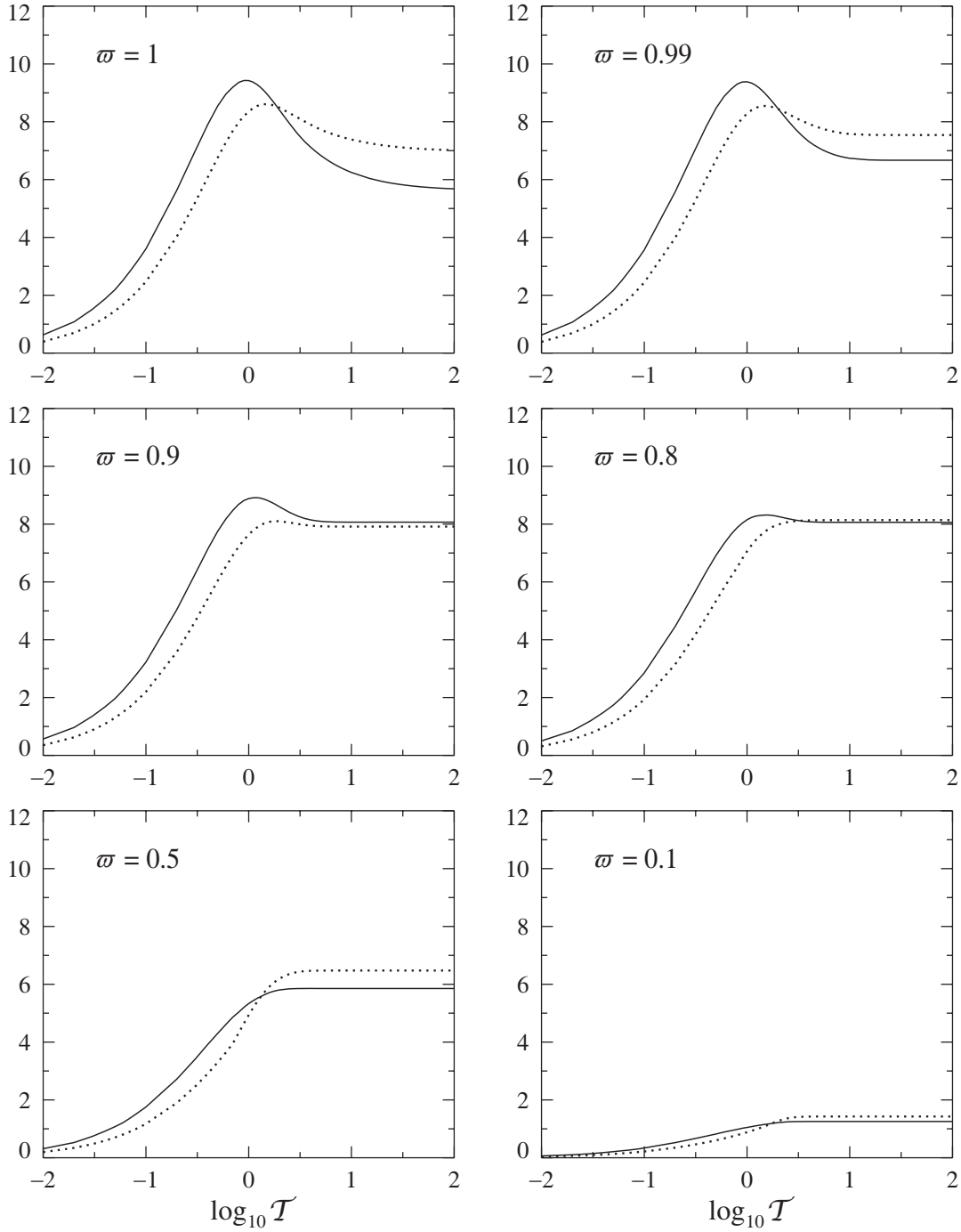

Рис. 8.5. То же, что на рис. 8.4, но для $A_{\mathrm{L}} = 0.1$.

$$\widetilde{I}^{\,\mathrm{s}}(0, -\mu, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} \varpi^n \widetilde{I}_n^{\,\mathrm{s}}(0, -\mu, \varphi), \tag{8.12}$$

где $\widetilde{I}_n^{\,\mathrm{v}}(0, -\mu, \varphi)$ и $\widetilde{I}_n^{\,\mathrm{s}}(0, -\mu, \varphi)$ не зависят от ϖ. В пределе $\mathcal{T} \to 0$ можно учесть только вклады первого и второго порядков рассеяния и переписать формулу (8.3)

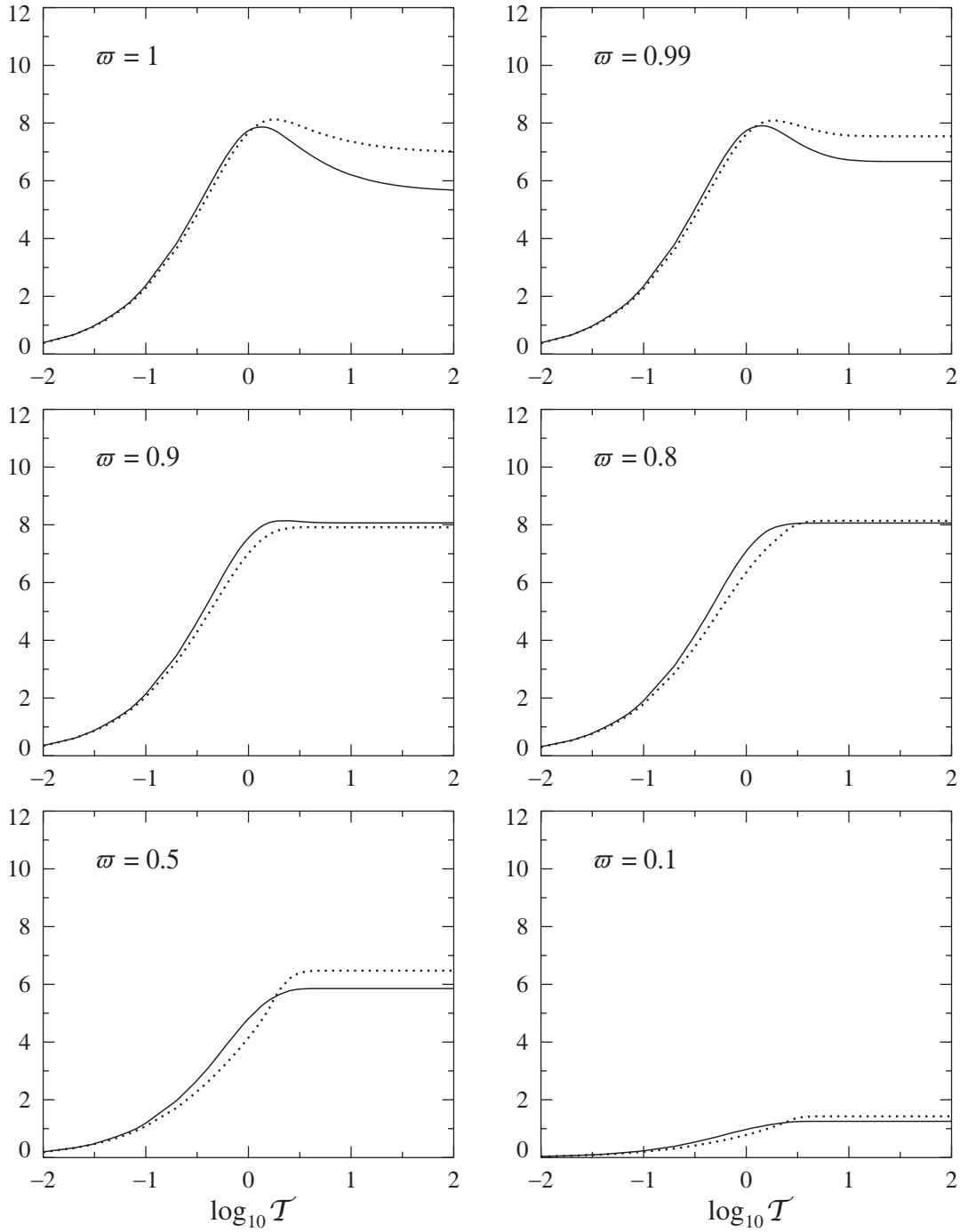

Рис. 8.6. То же, что на рис. 8.4, но для $A_{\mathrm{L}} = 0.4$.

в следующем виде:

$$\varepsilon = \frac{\varpi(\widetilde{I}_2^{\,\mathrm{v}} - \widetilde{I}_2^{\,\mathrm{s}})}{\widetilde{I}_1^{\,\mathrm{v}} + \varpi\widetilde{I}_2^{\,\mathrm{v}}} \times 100\%, \tag{8.13}$$

где мы учли, что $\widetilde{I}_1^{\,\mathrm{s}} \equiv \widetilde{I}_1^{\,\mathrm{v}}$. Легко видеть, что последняя формула действительно

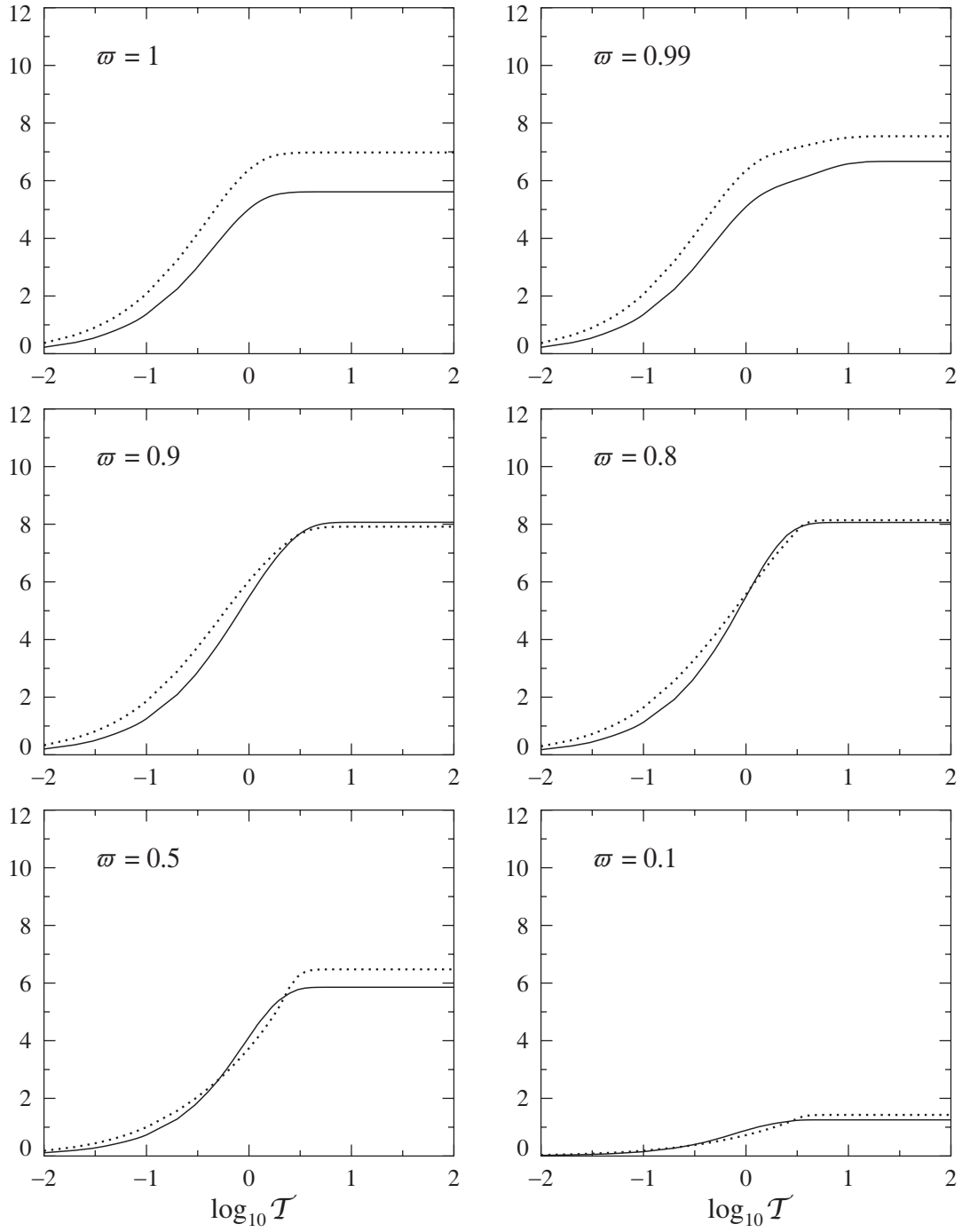

Рис. 8.7. То же, что на рис. 8.4, но для $A_{\mathrm{L}} = 1$.

воспроизводит отмеченную зависимость процентной ошибки от ϖ при $\mathcal{T} \lesssim 1$.

Для оптически толстых атмосфер ($\mathcal{T} \gg 1$), векторные–скалярные различия сначала возрастают по мере уменьшения альбедо однократного рассеяния от 1 до приблизительно 0.8, но затем убывают с дальнейшим уменьшением ϖ. В пределе $\mathcal{T} \to \infty$ все кривые приближаются к соответствующим асимптотическим

значениям, которые не зависят от альбедо подстилающей поверхности, а зависят только от альбедо однократного рассеяния и фактора деполяризации. Для значений ϖ, равных или близких к единице, и низких значений альбедо подстилающей поверхности, все кривые имеют характерный максимум при $\mathcal{T} \approx 1$, который исчезает при уменьшении ϖ и/или увеличении A_{L}. Интересно, что две ошибки, показанные на рис. 8.2–8.7, имеют сопоставимые значения.

Рисунки 8.8 и 8.9 показывают угловое распределение векторных–скалярных различий для $\mathcal{T} = 1$, $\delta = 0.031$, $\varpi = 1$ и $A_{\mathrm{L}} = 0$. Отметим, однако, что показанные контурные графики являются весьма типичными и, в совокупности с рис. 8.2–8.7, дают хорошее представление об аналогичных результатах для других значений оптической толщины, альбедо однократного рассеяния, фактора деполяризации и ламбертовского альбедо. Более того, мы обнаружили, что независимо от значений этих параметров локальная недооценка всегда имеет место в азимутальной плоскости 180°, т. е.

$$\varphi_{\mathrm{u}}(\mathcal{T}, \mu, \mu_0) \equiv 180°. \tag{8.14}$$

Поэтому контурный график $\alpha_{\mathrm{u}}(\mathcal{T}, \mu, \mu_0)$, показанный на диаграмме 8.10a, тоже оказывается одинаковым для любых $\mathcal{T}$, δ, ϖ, and A_{L}. Благодаря тождеству (8.14), контурный график процентной ошибки $\varepsilon(\mathcal{T}, \mu, \mu_0, \varphi)$, показанный на диаграмме 8.9a, является в то же время контурным графиком локальной недооценки $\varepsilon_{\mathrm{u}}(\mathcal{T}, \mu, \mu_0)$.

Как мы уже отмечали, локальная недооценка всегда имеет место при $\varphi = 180°$. С другой стороны, азимутальная плоскость локальной переоценки для данного μ_0 вращается от 0° при $\mu \simeq 1$ в направлении 90° при $\mu \to 0$ (см. диаграмму (c) на рис. 8.10).

Наиболее интригующим результатом наших расчетов является то, что локальная переоценка всегда достигает максимальных значений при фазовых углах, равных или близких к 90° для всех μ_0 (см. диаграмму 8.10b), тогда как

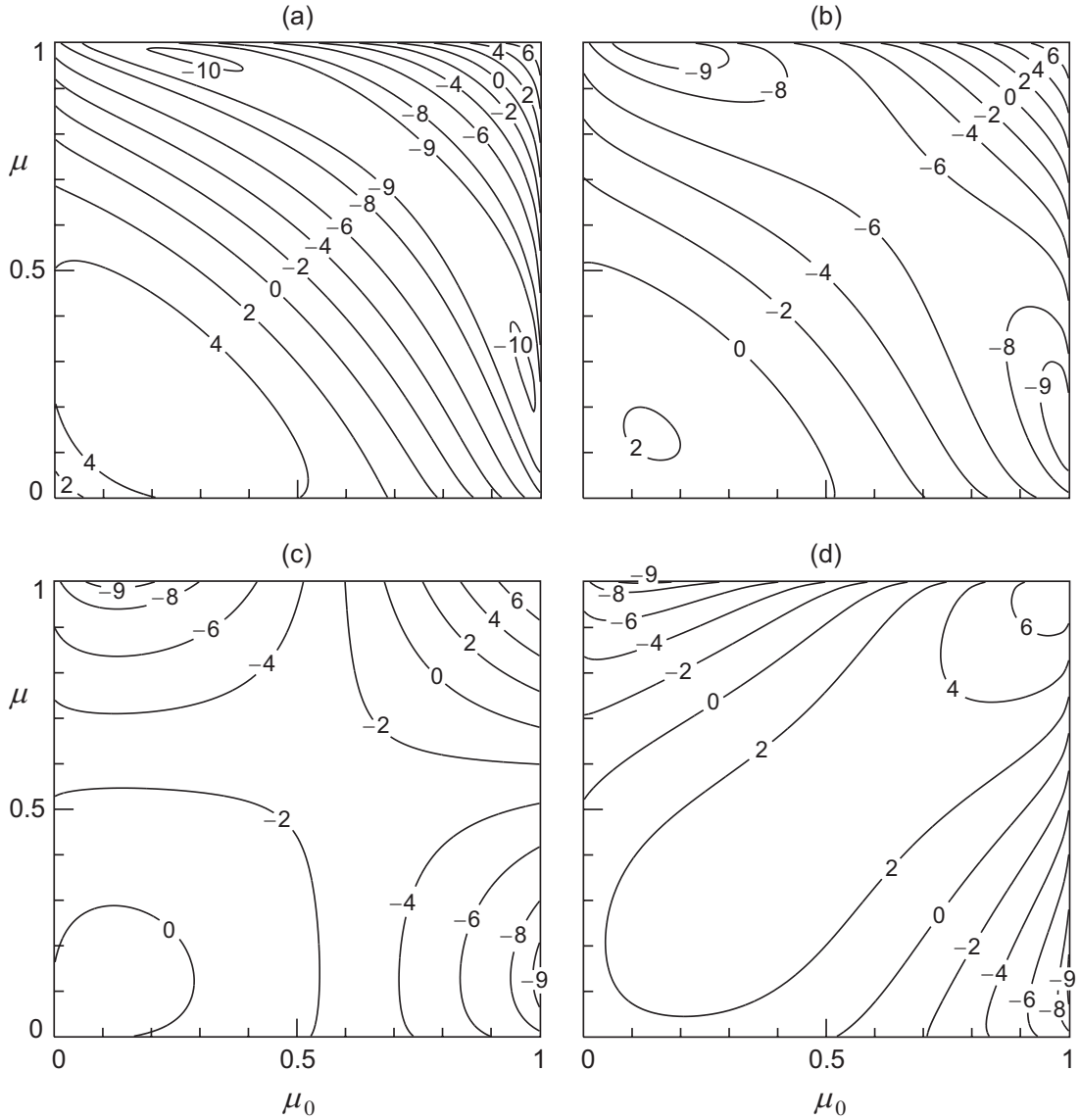

Рис. 8.8. (a) Контурные графики процентной ошибки $\varepsilon(\mathcal{T}, \mu, \mu_0, \varphi)$ (%) для $\mathcal{T} = 1$, $\delta = 0.031$, $\varpi = 1$, $A_{\mathrm{L}} = 0$ и $\varphi = 0°$. (b) То же, что на диаграмме (a), но для $\varphi = 60°$. (c) То же, что на диаграмме (a), но для $\varphi = 90°$. (d) То же, что на диаграмме (a), но для $\varphi = 120°$.

локальная недооценка максимальна при фазовых углах, равных или близких к 0° для почти всех μ_0 (см. диаграмму 8.10a). Это замечательное свойство, которое имеет место для всех $\mathcal{T}$, δ, ϖ и A_{L}, помогает объяснить, почему векторные–скалярные различия так велики в случае рэлеевского рассеяния.

Действительно, двумя важными особенностями рэлеевской нормализованной матрицы рассеяния являются сильная поляризация при углах рассеяния,

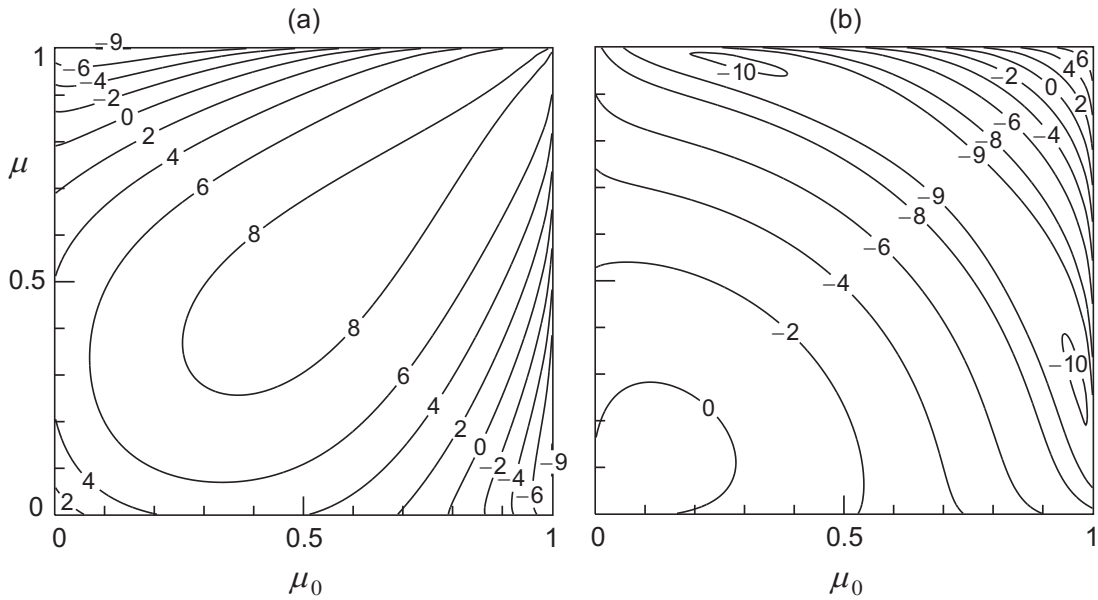

Рис. 8.9. (a) То же, что на диаграмме 8.8(a), но для $\varphi = 180°$. Эта диаграмма также является контурным графиком локальной недооценки $\varepsilon_{\mathrm{u}}(\mathcal{T}, \mu, \mu_0)$ (%). (b) Контурный график локальной переоценки $\varepsilon_{\mathrm{o}}(\mathcal{T}, \mu, \mu_0)$ (%) для $\mathcal{T} = 1$, $\delta = 0.031$, $\varpi = 1$ и $A_{\mathrm{L}} = 0$.

близких к 90° (т. е. $-b_1(90°)/a_1(90°) \simeq 100\%$), и почти изотропная индикатриса рассеяния (см. рис. 8.1). Поскольку векторные–скалярные различия в первом порядке рассеяния тождественно равны нулю, рассмотрим поведение отраженной удельной интенсивности во втором порядке рассеяния. Два частных случая траекторий рассеяния второго порядка показаны на рис. 8.11. Траектория, показанная на диаграмме (a), содержит два акта рассеяния на один и тот же угол рассеяния $\Theta = 90°$ таких, что плоскость рассеяния не вращается. Поэтому результирующий фазовый угол оказывается равным нулю. Траектория, показанная на диаграмме (b), содержит не только два акта рассеяния с $\Theta = 90°$, но и поворот плоскости рассеяния на 90°, в результате чего фазовый угол оказывается равным 90°. В скалярном приближении вклады обеих траекторий в отраженную удельную интенсивность одинаковы и, при отсутствии деполяризации, пропорциональны $[a_1(90°)]^2 = 9/16$. В строгом «векторном» случае вклад траектории рассеяния на диаграмме (a) пропорционален элементу $(1,1)$ матрицы $\widetilde{\mathbf{F}}(90°)\widetilde{\mathbf{F}}(90°)$, равному $18/16$, тогда как вклад траектории рассеяния на диаграм-

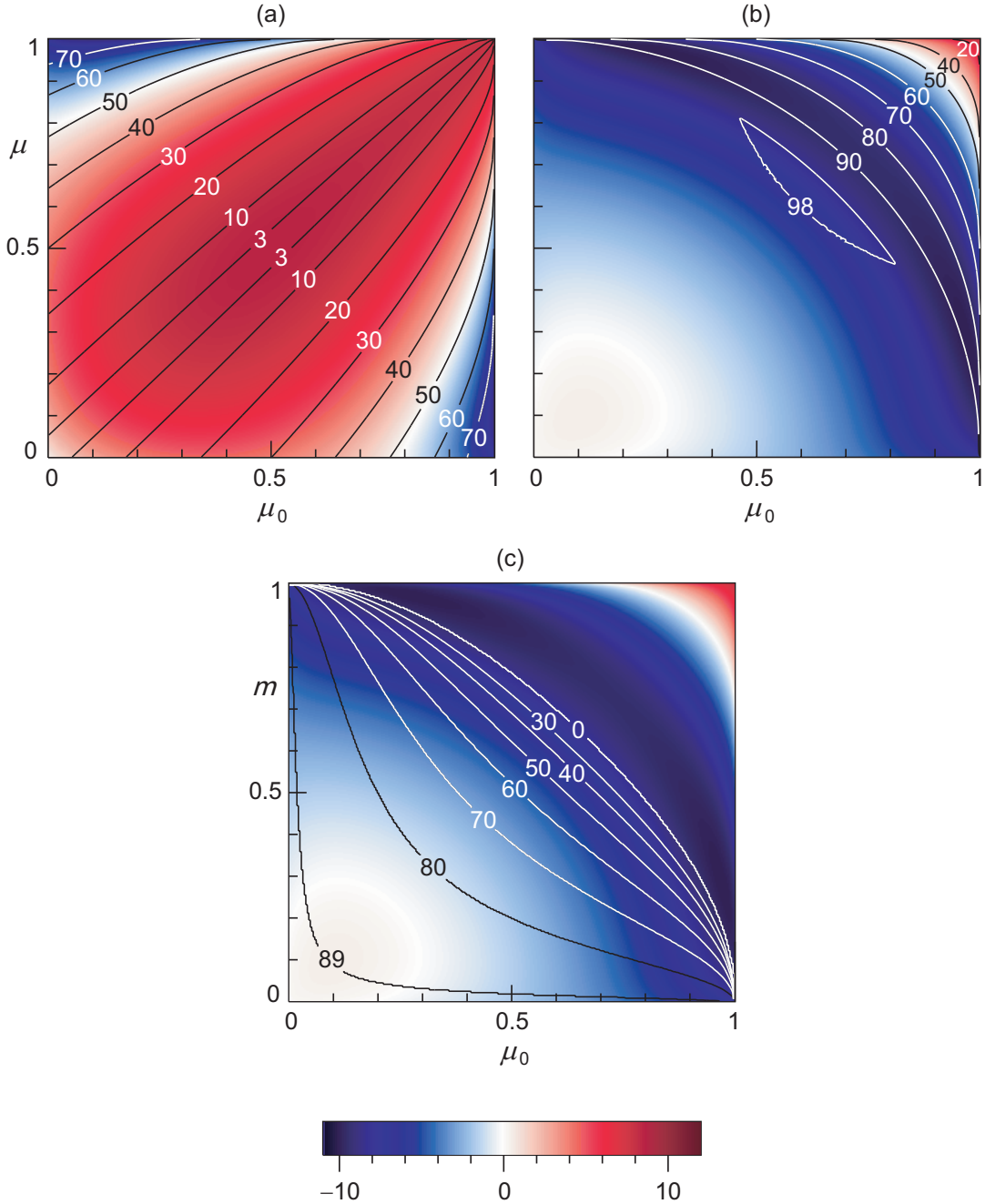

Рис. 8.10. (a) Контурный график $\alpha_{\mathrm{u}}(\mathcal{T}, \mu, \mu_0)$ (град), наложенный на цветную диаграмму локальной недооценки $\varepsilon_{\mathrm{u}}(\mathcal{T}, \mu, \mu_0)$ (%) для $\mathcal{T} = 1$, $\delta = 0.031$, $\varpi = 1$ и $A_{\mathrm{L}} = 0$. (b) Контурный график $\alpha_{\mathrm{o}}(\mathcal{T}, \mu, \mu_0)$ (град), наложенный на цветную диаграмму локальной переоценки $\varepsilon_{\mathrm{o}}(\mathcal{T}, \mu, \mu_0)$ (%) для $\mathcal{T} = 1$, $\delta = 0.031$, $\varpi = 1$ и $A_{\mathrm{L}} = 0$. Отметим, что ниже и слева от контура с меткой 90, $\alpha_{\mathrm{o}}(\mathcal{T}, \mu, \mu_0)$ является непрерывной функцией μ и μ_0, всегда превосходит значение 90° и имеет максимум в районе $\mu = \mu_0 = 0.64$. (c) Контурный график $\varphi_{\mathrm{o}}(\mathcal{T}, \mu, \mu_0)$ (град), наложенный на цветную диаграмму локальной переоценки $\varepsilon_{\mathrm{o}}(\mathcal{T}, \mu, \mu_0)$ (%) для $\mathcal{T} = 1$, $\delta = 0.031$, $\varpi = 1$ и $A_{\mathrm{L}} = 0$. Отметим, что $\varphi_{\mathrm{o}}(\mathcal{T}, \mu, \mu_0)$ обращается в нуль выше и справа от контура с меткой 0.

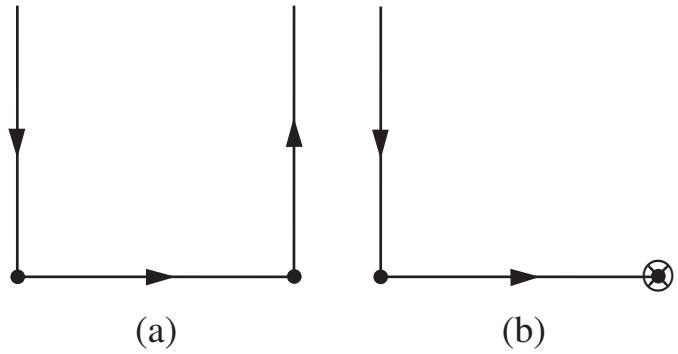

Рис. 8.11. Две траектории рассеяния второго порядка, содержащие два акта рассеяния на угол в 90°. Направление распространения от читателя обозначено перечеркнутым кружком. Траектория, показанная на диаграмме (b), содержит вращение плоскости рассеяния на 90°.

ме (b) пропорционален элементу $(1,1)$ матрицы $\widetilde{\mathbf{F}}(90°)\mathbf{L}(-90°)\widetilde{\mathbf{F}}(90°)$, где

$$\mathbf{L}(\eta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\eta & -\sin 2\eta & 0 \\ 0 & \sin 2\eta & \cos 2\eta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

– матрица, описывающая трансформацию параметров Стокса при повороте плоскости отсчета на угол $\eta \geq 0$ по часовой стрелке, если смотреть в направлении распространения света. Нетрудно убедиться, что элемент $(1,1)$ матрицы $\widetilde{\mathbf{F}}(90°)\mathbf{L}(-90°)\widetilde{\mathbf{F}}(90°)$ равен нулю. Таким образом, скалярное приближение должно существенно недооценивать удельную интенсивность в первом случае (нулевой фазовый угол) и в равной степени переоценивать ее во втором случае (фазовый угол 90°). Этот вывод находится в полном согласии с результатами расчетов на диаграммах 8.10a и 8.10b.

Ошибки скалярного приближения в диффузном пропускании оказываются вполне сопоставимыми с ошибками в диффузном отражении и тоже могут быть объяснены путем рассмотрения траекторий рассеяния второго порядка, соответствующих фазовым углам 90° и 180°.

8.2. Полидисперсные сферические частицы и сфероиды

Рассмотрим теперь, что происходит, когда размер рассеивающих частиц растет и выходит за границы диапазона, описываемого рэлеевским приближением. Чтобы оценить верхний предел векторных–скалярных различий в специфической интенсивности, мы будем рассматривать только непоглощающие частицы с $m_{\mathrm{I}} = 0$ и $\varpi = 1$ и предполагать, что $A_{\mathrm{L}} = 0$.

Рисунки 8.12 и 8.13 аналогичны рис. 8.2–8.7, но показывают результаты расчетов для полидисперсных сферических частиц с показателем преломления 1.33, близким к показателю преломления воды в видимой области спектра. Полидисперсность частиц описывается простым гамма распределением (4.1) с фиксированной эффективной дисперсией, равной 0.1. Эффективный размерный параметр частиц $x_{\mathrm{eff}} = k_1 r_{\mathrm{eff}}$ меняется от 0.01 до 20. Рисунок 8.14 показывает соответствующие индикатрисы рассеяния и отношения $-b_1/a_1$.

Сравнение рис. 8.14 с рис. 8.1 показывает, что частицы с $x_{\mathrm{eff}} = 0.01$ все еще остаются рэлеевскими рассеивателями, что делает левую верхнюю диаграмму на рис. 8.12 почти неотличимой от левой верхней диаграммы на рис. 8.2. Однако частицы с $x_{\mathrm{eff}} \gtrsim 2$ заведомо находятся за пределами рэлеевской области (см. пунктирные кривые на двух средних диаграммах рис. 8.14). В диапазоне значений эффективного размерного параметра от 0 до примерно 1.5 поведение максимальной переоценки $\varepsilon_{\mathrm{o}}^{\max}(\mathcal{T})$ совершенно отличается от поведения максимальной недооценки $\varepsilon_{\mathrm{u}}^{\max}(\mathcal{T})$ (см. рис. 8.12). В то время как $\varepsilon_{\mathrm{o}}^{\max}(\mathcal{T})$ монотонно уменьшается с ростом x_{eff}, $\varepsilon_{\mathrm{u}}^{\max}(\mathcal{T})$ сначала возрастает, достигает максимума при $x_{\mathrm{eff}} \simeq 1$, и только затем начинает уменьшаться. Более того, максимальное значение $\varepsilon_{\mathrm{u}}^{\max}(\mathcal{T})$ при $x_{\mathrm{eff}} = 1$ указывает на даже бóльшие векторные–скалярные отличия, чем в случае чистого рэлеевского рассеяния (сравните с рис. 8.2).

Интервал $1 \lesssim x_{\mathrm{eff}} \lesssim 3$ является переходной зоной, в которой векторные–скалярные отличия быстро убывают до значений, меньших 1% (см. рис. 8.12 и

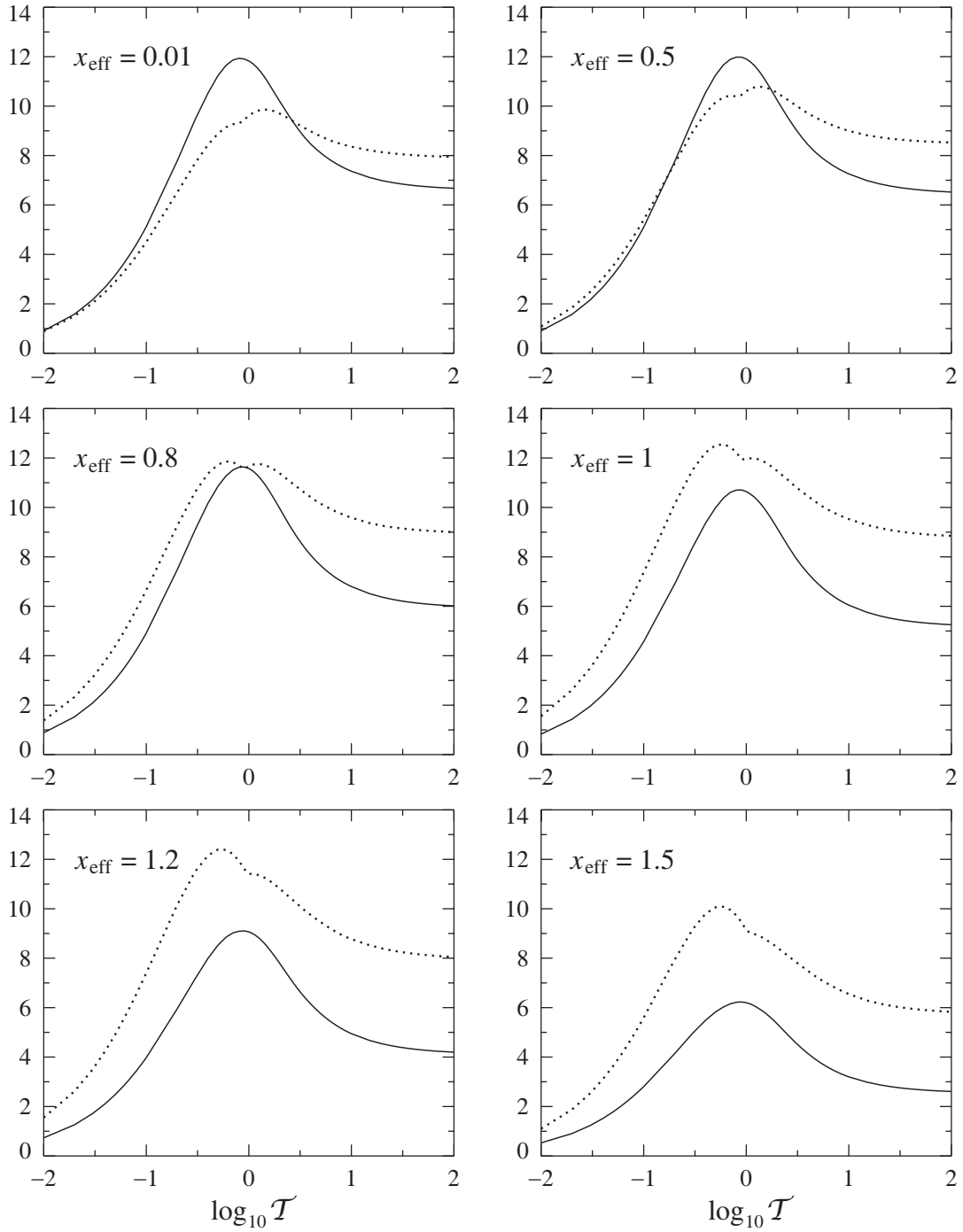

Рис. 8.12. Максимальная переоценка $\varepsilon_{\mathrm{o}}^{\max}(\mathcal{T})$ (в %, сплошные кривые) и максимальная недооценка $\varepsilon_{\mathrm{u}}^{\max}(\mathcal{T})$ (в %, точечные кривые) как функции оптической толщины $\mathcal{T}$ для полидисперсных сферических частиц с эффективными размерными параметрами, меняющимися от 0.01 до 1.5.

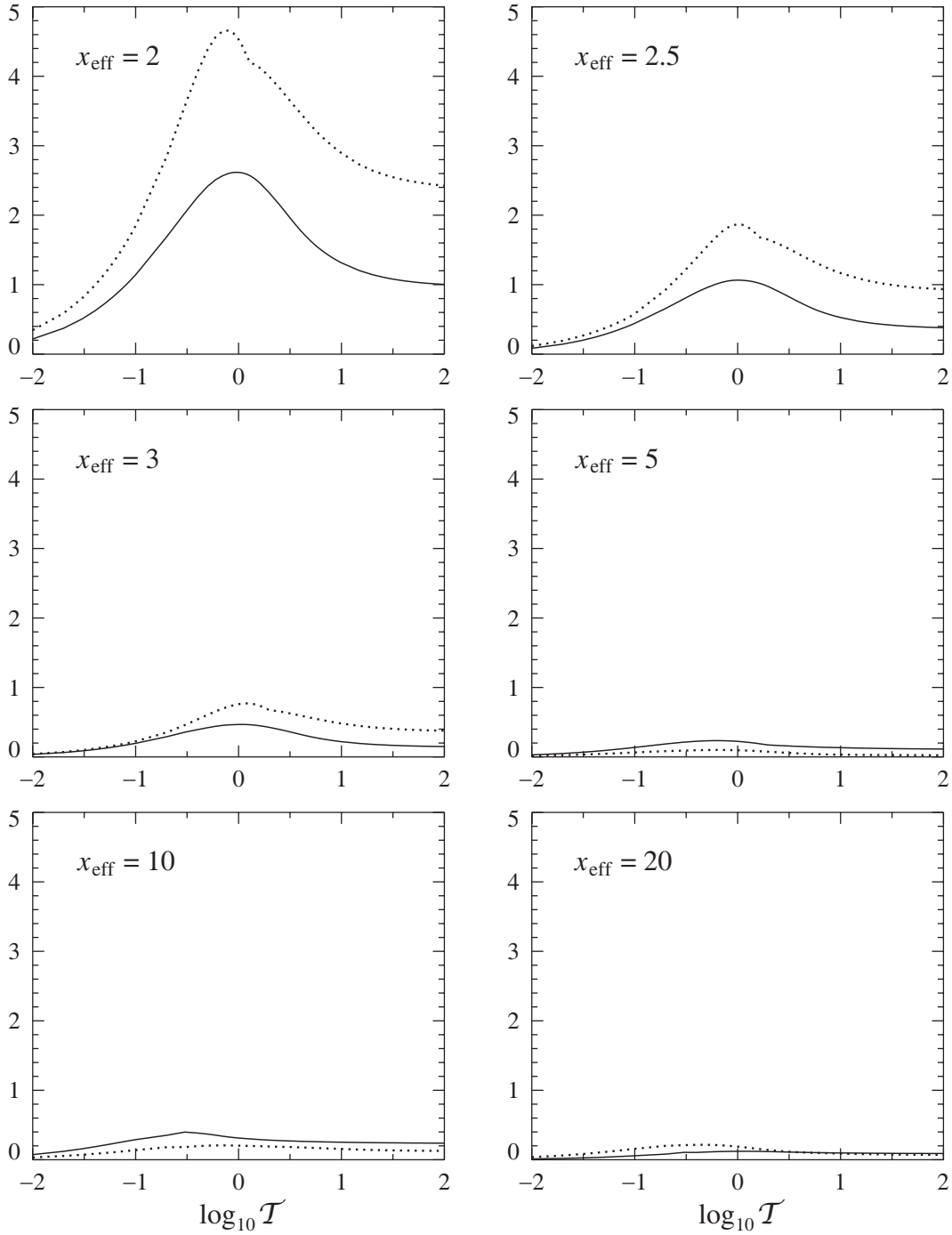

Рис. 8.13. То же, что на рис. 8.12, но для эффективных размерных параметров, меняющихся от 2 до 20.

8.13). При бóльших размерных параметрах различия остаются меньшими 1%, означая тем самым, что скалярное приближение обеспечивает точность, достаточную для большинства применений. Этот результат, по-видимому, означает, что большие векторные–скалярные различия характерны только для частиц,

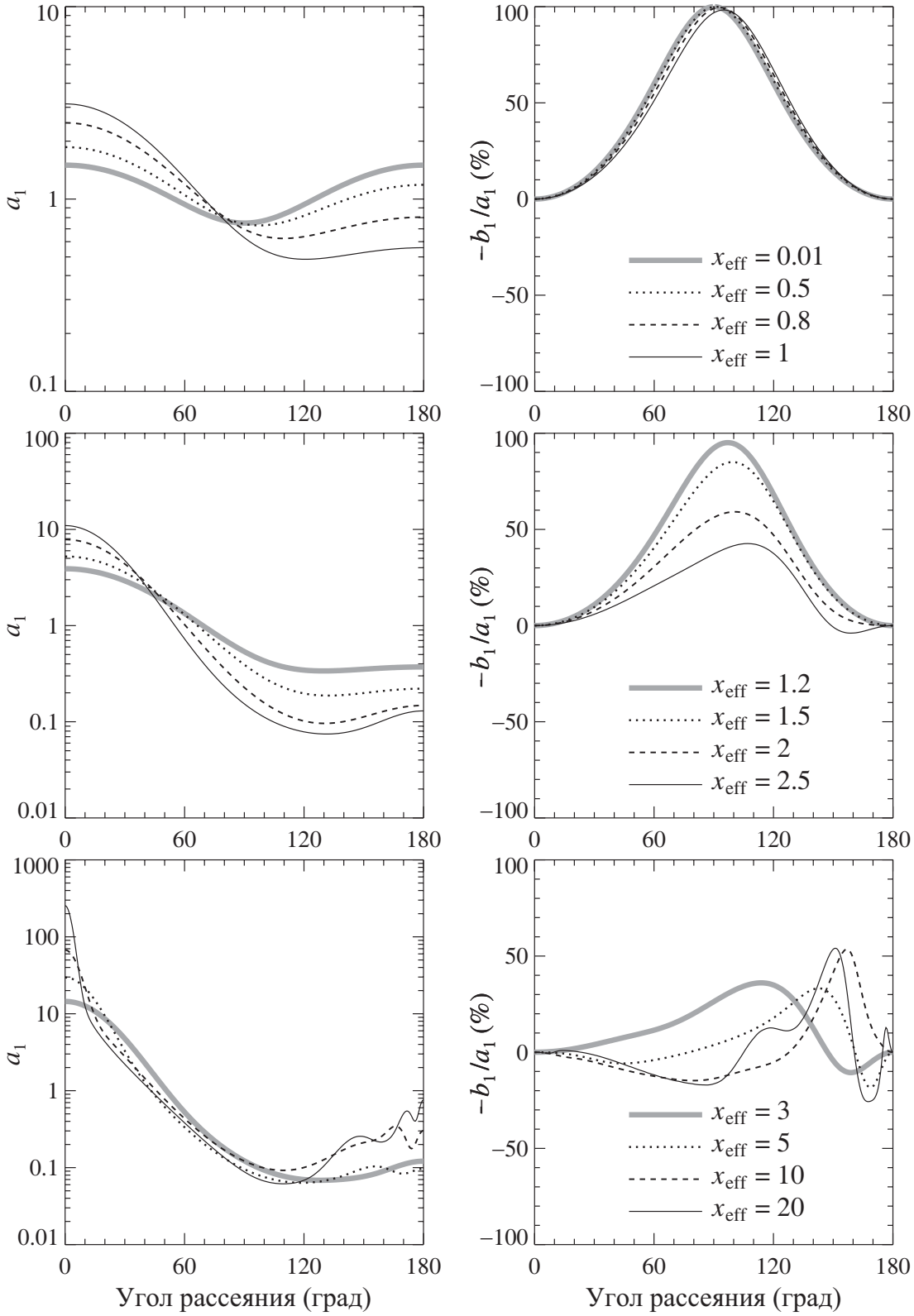

Рис. 8.14. Индикатрисы рассеяния $a_1(\Theta)$ и отношения $-b_1(\Theta)/a_1(\Theta)$ как функции угла рассеяния Θ для полидисперсных сферических частиц с эффективными размерными параметрами, меняющимися от 0.01 до 20.

имеющих отношение $-b_1(\Theta)/a_1(\Theta)$ рэлеевского типа (ср. рис. 8.14).

Чтобы объяснить несколько загадочное поведение максимальной недооценки при малых размерных параметрах, вспомним формулу (8.13) и рис. 8.11 и проанализируем следствия результатов, представленных на двух верхних диаграммах рис. 8.14. Последние показывают, что по мере возрастания эффективного размерного параметра от 0.01 до 1, отношение $-b_1/a_1$ практически не меняется, изменения в $a_1(90°)$ оказываются незначительными, а $a_1(180°)$ меняется существенно. Таким образом, можно ожидать, что:

- вклады двух траекторий рассеяния, показанных на рис. 8.11, в удельную интенсивность отраженного света остаются примерно постоянными;
- вклад первого порядка рассеяния, соответствующий фазовым углам ~90°, остается примерно постоянным;
- вклад первого порядка рассеяния, соответствующий фазовым углам ~0°, существенно убывает.

Поскольку локальная переоценка оказывается максимальной при углах фазы ~90°, она должна оставаться примерно постоянной, что и наблюдается на рис. 8.12. С другой стороны, существенное уменьшение вклада однократного рассеяния в формуле (8.13) должно приводить к росту процентной ошибки при фазовых углах, близких к 0°, и, таким образом, к возрастанию локальной недооценки. Это объясняет поведение точечных кривых на верхних четырех диаграммах рис. 8.12.

Для анализа влияния несферичности частиц на векторные–скалярные различия в удельной интенсивности отраженного света, мы приводим на рис. 8.15 и 8.16 результаты расчетов для хаотически ориентированных, полидисперсных сплюснутых сфероидов с тем же показателем преломления (1.33) и с отношением большей полуоси к меньшей, равным 2. Размер сфероидов задается радиусом сферической частицы, имеющей ту же площадь поверхности.

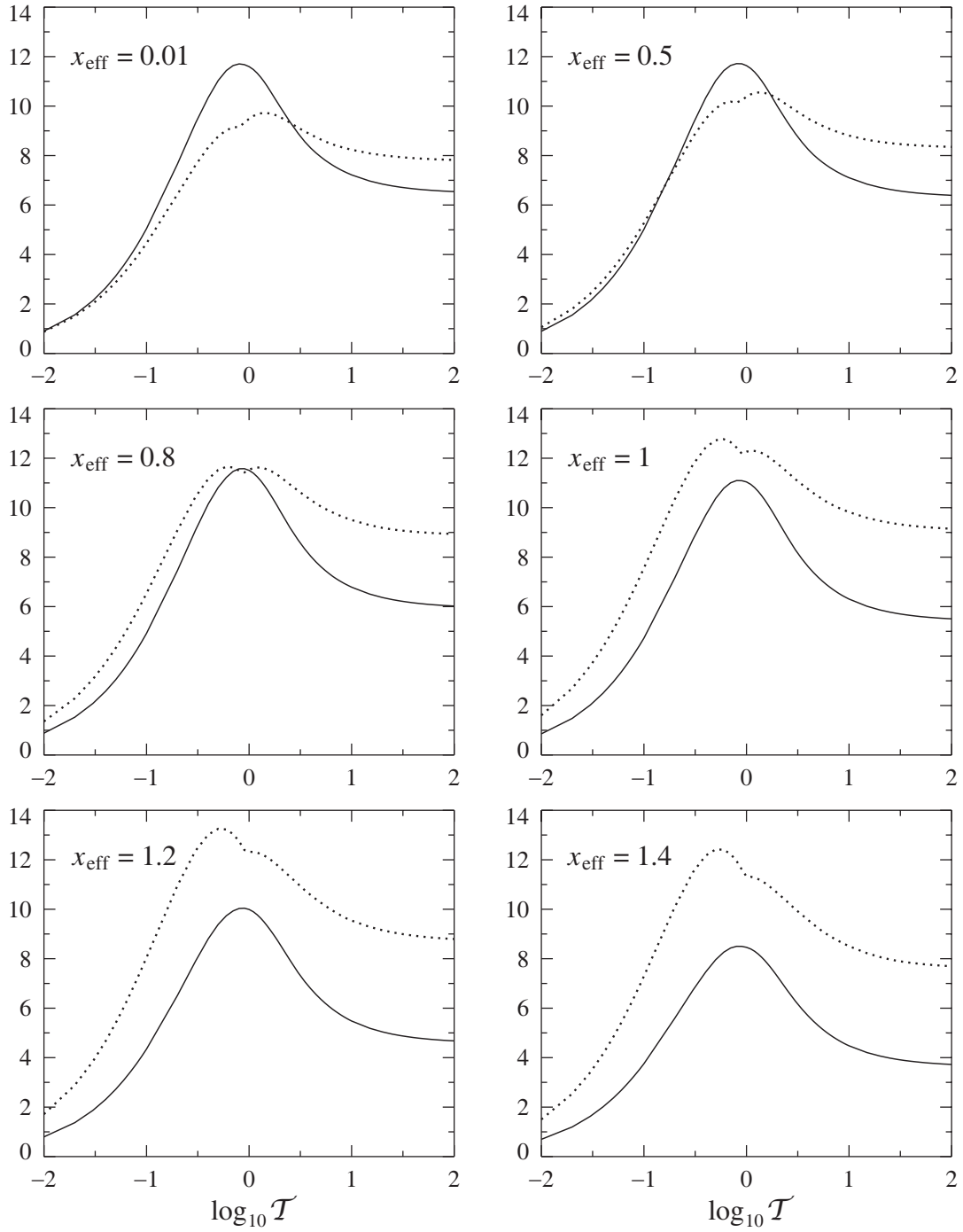

Рис. 8.15. Максимальная переоценка $\varepsilon_{\rm o}^{\rm max}(\mathcal{T})$ (в %, сплошные кривые) и максимальная недооценка $\varepsilon_{\rm u}^{\rm max}(\mathcal{T})$ (в %, точечные кривые) как функции оптической толщины $\mathcal{T}$ для хаотически ориентированных, олидисперсных сплюснутых сфероидов с эффективными размерными параметрами, меняющимися от 0.01 до 1.4.

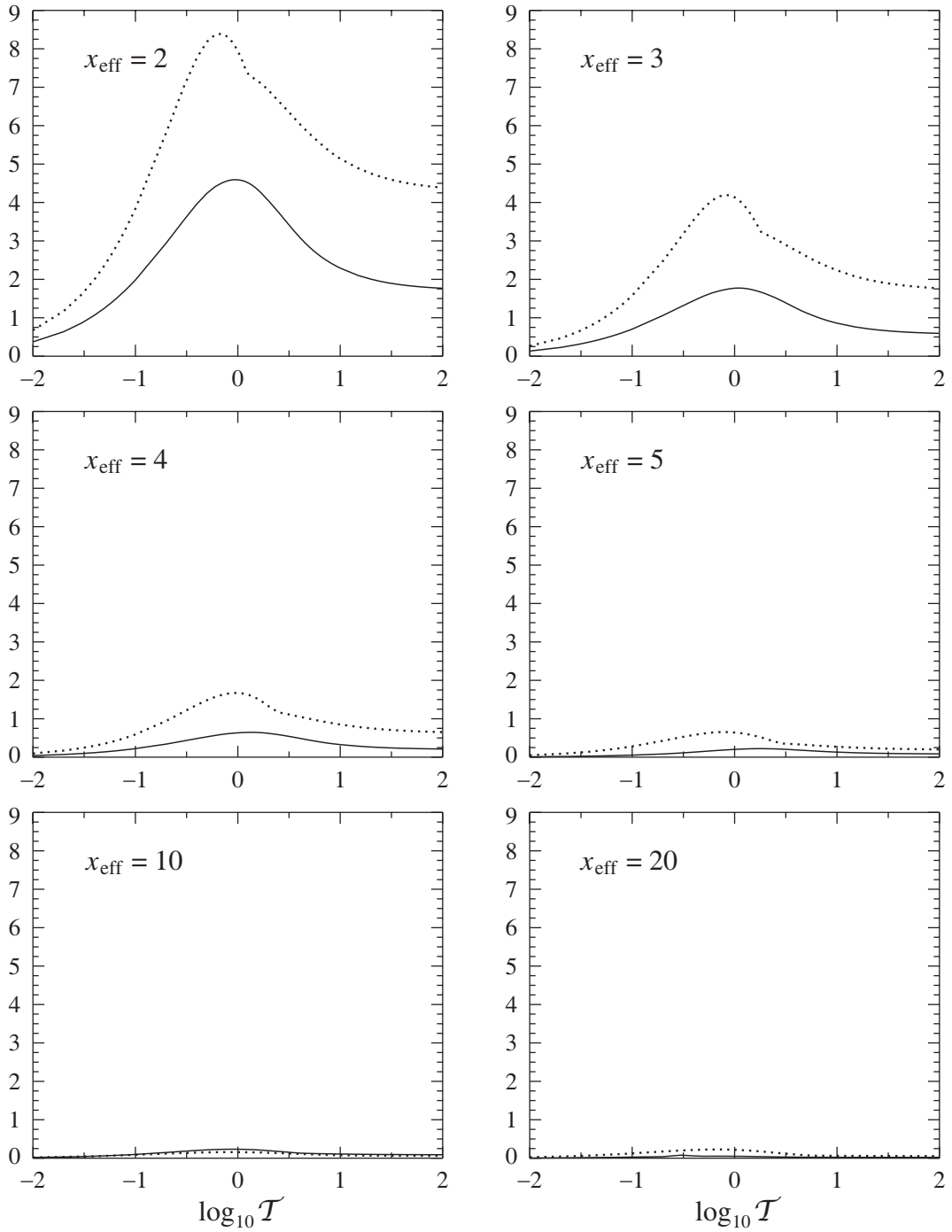

Рис. 8.16. То же, что на рис. 8.15, но для эффективных размерных параметров, меняющихся от 2 до 20.

Сравнение рис. 8.14 и 8.17 показывает, что область рэлеевского рассеяния для сфероидов с умеренной степенью несферичности простирается до несколько бóльших размерных параметров, чем для «эквивалентных» сферических частиц. Это свойство несферических частиц хорошо известно [169]. В соответствии с

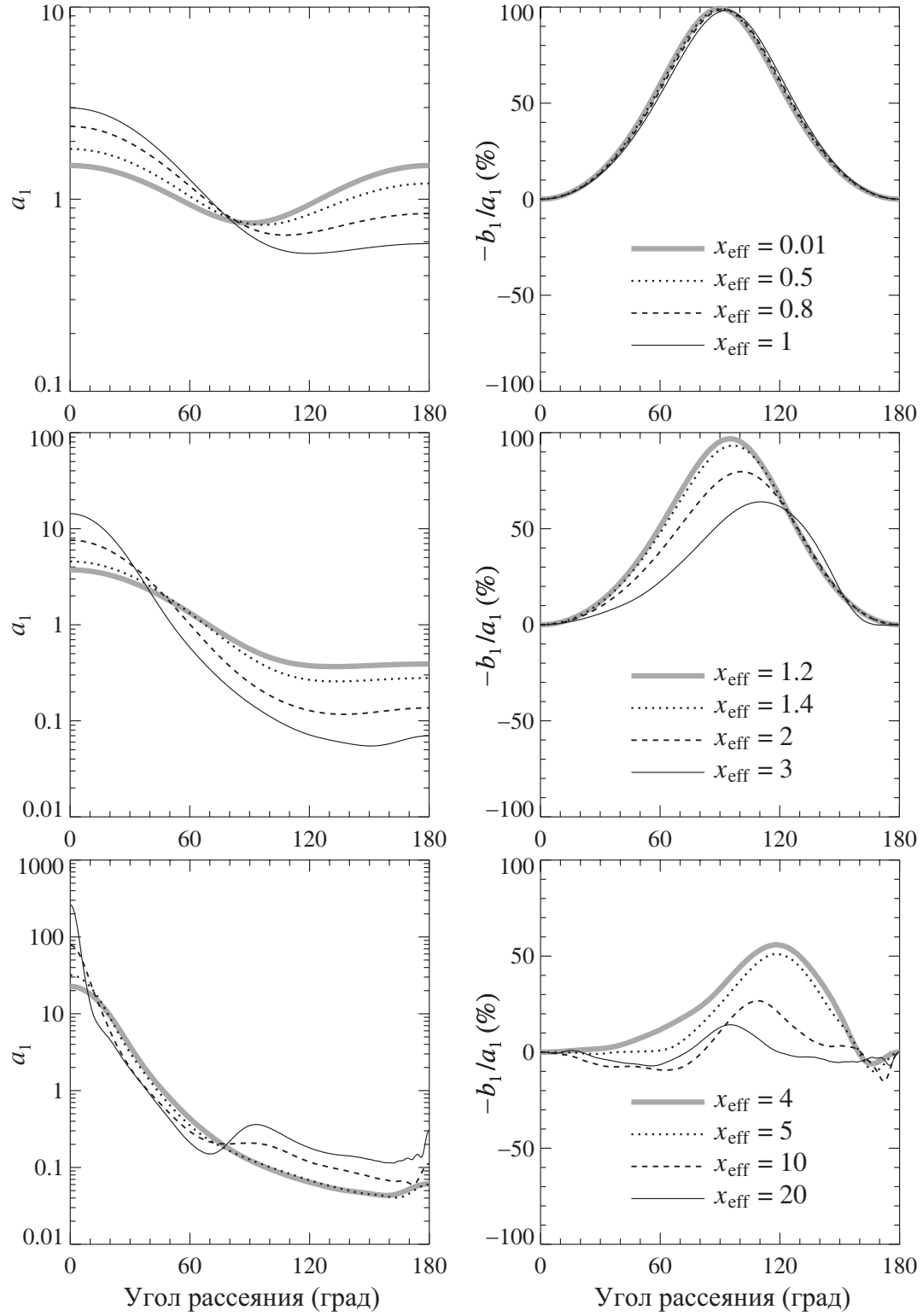

Рис. 8.17. Индикатрисы рассеяния $a_1(\Theta)$ и отношения $-b_1(\Theta)/a_1(\Theta)$ как функции угла рассеяния Θ для хаотически ориентированных, полидисперсных сплюснутых сфероидов с эффективными размерными параметрами, меняющимися от 0.01 до 20.

этим, векторные–скалярные различия для сфероидов (рис. 8.15 и 8.16) становятся максимальными при $x_{\text{eff}} \approx 1.2$, а не при $x_{\text{eff}} \approx 1$, и становятся пренебрежимо малыми при $x_{\text{eff}} \approx 5$, а не при $x_{\text{eff}} \approx 3$. Эти эффекты несферичности кажутся весьма незначительными.

Однако ситуация может оказаться совершенно отличной для сильно сплюснутых или сильно вытянутых несферических частиц, поскольку в этом случае область рэлеевского рассеяния может простираться до значительно бóльших размерных параметров [143, 186, 287, 288]. Иллюстрацией служит рис. 8.18,

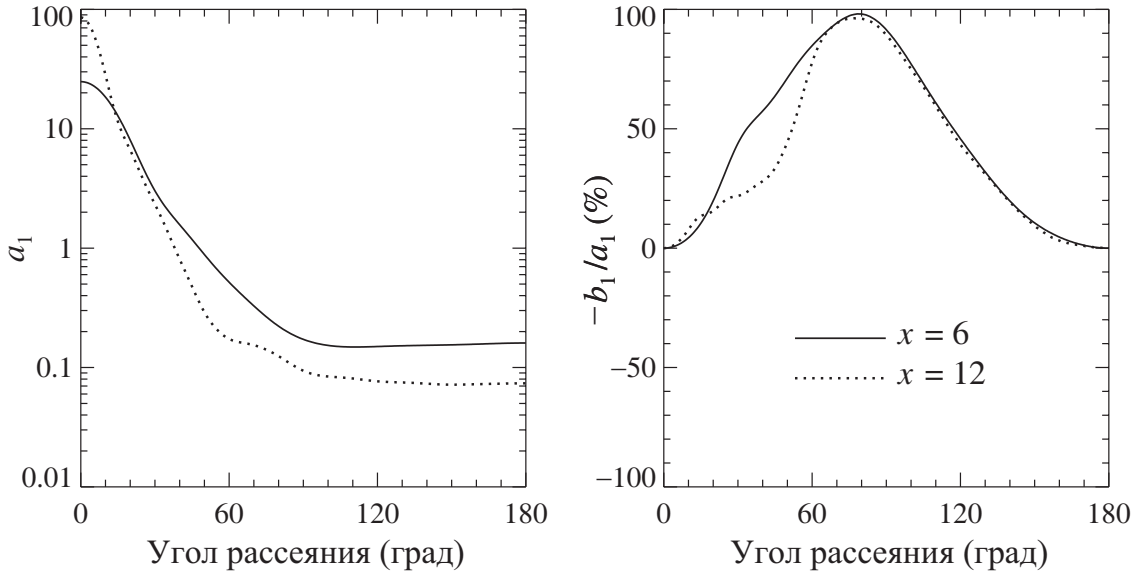

Рис. 8.18. Индикатрисы рассеяния $a_1(\Theta)$ и отношения $-b_1(\Theta)/a_1(\Theta)$ как функции угла рассеяния Θ для хаотически ориентированных сплюснутых сфероидов с отношением осей 20 и размерными параметрами 6 и 12.

который показывает индикатрисы рассеяния и отношения $-b_1/a_1$ для хаотически ориентированных сплюснутых сфероидов с отношением осей 20, показателем преломления 1.31 и размерными параметрами 6 и 12. Как и прежде, размер сфероидов задается радиусом сферической частицы, имеющей ту же площадь поверхности. Рисунок 8.19 показывает, что соответствующие векторные–скалярные различия в удельной интенсивности отраженного света остаются значительными даже для размерных параметров, бóльших 12.

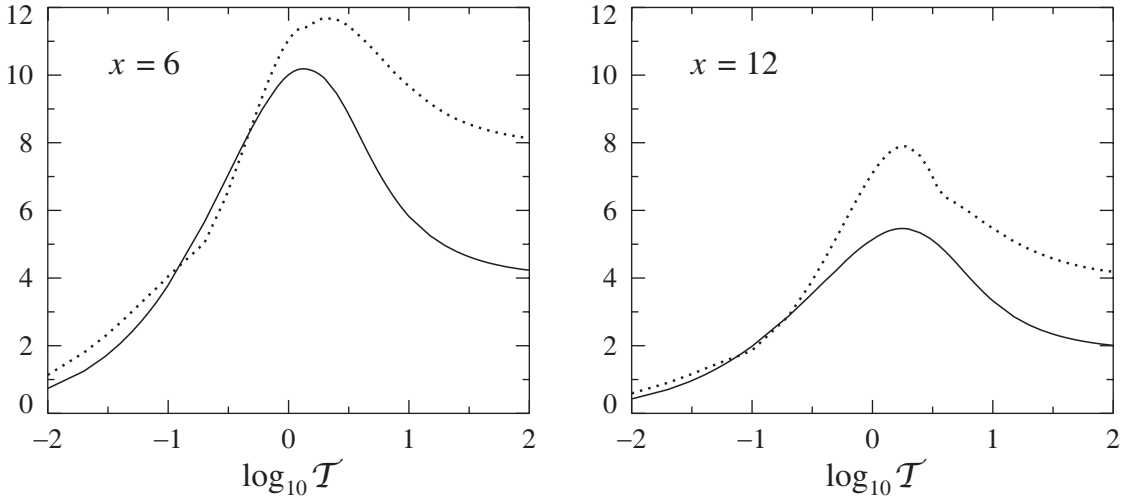

Рис. 8.19. Максимальная переоценка $\varepsilon_{\mathrm{o}}^{\max}(\mathcal{T})$ (в %, сплошные кривые) и максимальная недооценка $\varepsilon_{\mathrm{u}}^{\max}(\mathcal{T})$ (в %, точечные кривые) как функции оптической толщины $\mathcal{T}$ для хаотически ориентированных сплюснутых сфероидов с отношением осей 20 и размерными параметрами 6 и 12.

8.3. Основные результаты

В этой главе мы выполнили детальный системный анализ ошибок скалярного приближения для плоскопараллельных рассеивающих слоев и сделали следующие основные выводы [170, 202]:

1. Ошибки скалярного приближения в случае рассеяния по закону Рэлея могут достигать 12% при оптической толщине слоя порядка единицы. Ошибки уменьшаются с ростом альбедо подстилающей поверхности и с уменьшением альбедо однократного рассеяния.
2. Ошибки скалярного приближения в случае рассеяния полидисперсными сферическими частицами максимальны ($\gtrsim$12%) при эффективных размерных параметрах частиц, близких к единице. С ростом размера частиц ошибки быстро уменьшаются и становятся несущественными ($\lesssim$1%) при эффективных размерных параметрах, превосходящих 3. Слабая несферичность частиц мало влияет на эти результаты, хотя и может приводить к увеличению порогового размерного параметра, начиная с которого ошибки

скалярного приближения становятся пренебрежимо малыми.

3. Для несферических частиц с очень большим отношением максимального размера к минимальному, пороговый размерный параметр, начиная с которого ошибки скалярного приближения становятся незначительными, может превышать 12.
4. Основной причиной ошибок скалярного приближения является рэлеевский тип угловой зависимости отношения $-b_1(\Theta)/a_1(\Theta)$ с максимумом, приближающимся к 100% в области $\Theta = 90°$.

ГЛАВА 9

СЛАБАЯ ЛОКАЛИЗАЦИЯ В ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ДИСПЕРСНЫХ СРЕДАХ: ТЕОРИЯ И АСТРОФИЗИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Как мы видели в разделе 6.2, не представляет особого труда получить общие аналитические выражения для циклического компонента тензора когерентности и циклического компонента удельного тензора когерентности. К сожалению, использование этих выражений для практических расчетов вызывает большие технические трудности, которые до сих пор еще полностью не преодолены. Существуют, однако, два строгих частных результата теории слабой локализации в плоскопараллельных средах, которые уже получили широкое применение. Краткому изложению этих результатов и их следствий и посвящена настоящая глава.

9.1. Основные понятия

Рассмотрим отражение плоской электромагнитной волны или параллельного квазимонохроматического пучка света плоскопараллельным слоем разреженной случайной дисперсной среды (см. рис. 9.1). Коллимированный детектор электромагнитной энергии находится в удаленной точке наблюдения, удовлетворяющей условию (6.10), и сканирует достаточно узкий диапазон направлений отражения $\hat{\mathbf{n}}$, который включает направление точно назад, даваемое $\hat{\mathbf{n}} = -\hat{\mathbf{n}}_0$. В соответствии с обсуждением эффекта слабой локализации в главах 5 и 6, рассмотрим следующие три частных случая:

- Направление отражения $\hat{\mathbf{n}}$ находится сравнительно далеко от направления точно назад. Тогда циклический компонент удельного тензора когерентности сводится к нулю, так что показание детектора полностью определяется медленно меняющимся диффузным удельным тензором

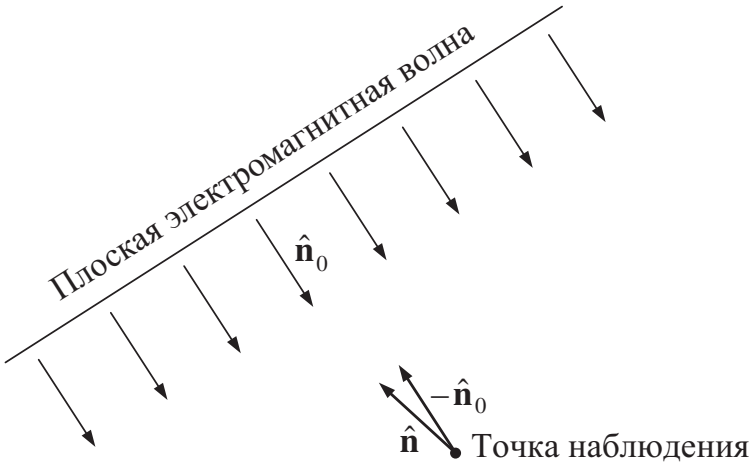

Рис. 9.1. Рассеяние плоской электромагнитной волны или параллельного квазимонохроматического пучка света плоскопараллельным слоем разреженной случайной дисперсной среды.

когерентности $\overleftrightarrow{\Sigma}_{\mathrm{d}}(\hat{\mathbf{n}}) \approx \overleftrightarrow{\Sigma}_{\mathrm{d}}(-\hat{\mathbf{n}}_0)$. Это означает, что показание детектора можно количественно описать в терминах диффузной матрицы отражения $\mathcal{R}^{\mathrm{diff}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0)$ и диффузного удельного вектора Стокса $\widetilde{\mathbf{I}}^{\mathrm{diff}}(-\mu_0, \varphi_0 + \pi)$, полученных в результате решения уравнения переноса (глава 7):

$$\mathcal{R}^{\mathrm{diff}}(\hat{\mu}, \hat{\mu}_0) \equiv \mathbf{R}(\hat{\mu}, \hat{\mu}_0) \approx \mathbf{R}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0), \tag{9.1}$$

$$\widetilde{\mathbf{I}}^{\mathrm{diff}}(-\mu, \varphi) \equiv \widetilde{\mathbf{I}}_{\mathrm{d}}(-\mu, \varphi) \approx \widetilde{\mathbf{I}}_{\mathrm{d}}(-\mu_0, \varphi_0 + \pi), \tag{9.2}$$

где $\hat{\mu}_0^{\pi}$ обозначает пару $\{\mu_0, \varphi_0 + \pi\}$ (см. рис. 9.2).

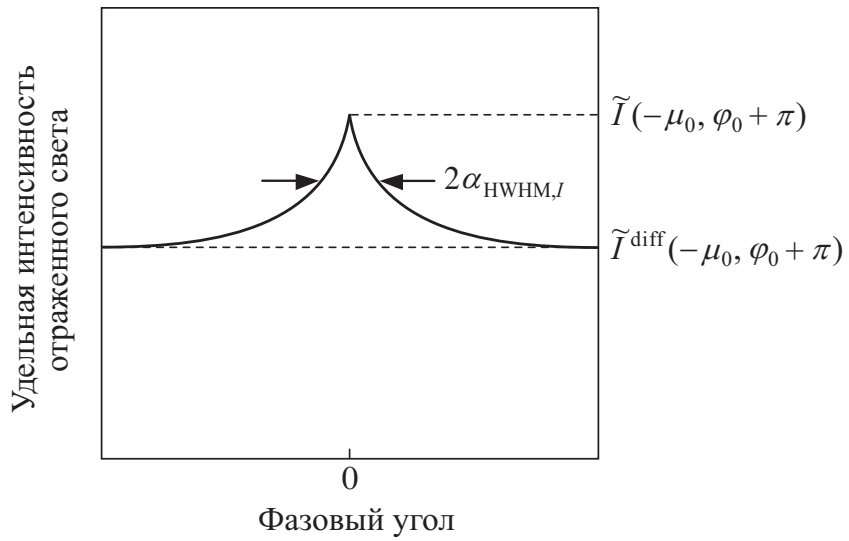

Рис. 9.2. Когерентное усиление интенсивности в обратном направлении.

- Детектор измеряет характеристики света, отраженного в направлении точно назад. В этом случае эффект слабой локализации становится максимальным и должен быть полностью учтен путем вычисления соответствующих полных матрицы отражения $\boldsymbol{\mathcal{R}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0)$ и удельного вектора Стокса $\widetilde{\mathbf{I}}(-\mu_0, \varphi_0 + \pi)$ (см. рис. 9.2). Мы покажем в следующем разделе, что это также можно сделать на основе решения уравнения переноса.
- По мере того, как детектор отклоняется от направления точно назад, эффект слабой локализации ослабевает и постепенно исчезает. Теоретический расчет углового профиля отсчета детектора в этой переходной зоне (см. рис. 9.2) представляет очень сложную задачу, которая была строго решена только в случае полубесконечного непоглощающего слоя, состоящего из рэлеевских рассеивателей. Мы рассмотрим следствия этого решения в разделе 9.3.

9.2. Направление точно назад

В соответствии с формулой (6.9), запишем полную матрицу отражения как сумму диффузного и циклического компонентов,

$$\mathcal{R}(\hat{\mu},\hat{\mu}_0) = \mathcal{R}^{\mathrm{diff}}(\hat{\mu},\hat{\mu}_0) + \mathcal{R}^{\mathrm{C}}(\hat{\mu},\hat{\mu}_0) = \mathbf{R}(\hat{\mu},\hat{\mu}_0) + \mathcal{R}^{\mathrm{C}}(\hat{\mu},\hat{\mu}_0), \tag{9.3}$$

и разложим диффузный компонент на вклад первого порядка рассеяния (индекс 1) и суммарный вклад второго и более высоких порядков рассеяния (индекс M):

$$\mathbf{R}(\hat{\mu},\hat{\mu}_0) = \mathcal{R}^{1}(\hat{\mu},\hat{\mu}_0) + \mathcal{R}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu},\hat{\mu}_0). \tag{9.4}$$

Таким образом,

$$\mathcal{R}(\hat{\mu},\hat{\mu}_0) = \mathcal{R}^{1}(\hat{\mu},\hat{\mu}_0) + \mathcal{R}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu},\hat{\mu}_0) + \mathcal{R}^{\mathrm{C}}(\hat{\mu},\hat{\mu}_0), \tag{9.5}$$

причем как $\mathcal{R}^{1}(\hat{\mu},\hat{\mu}_0)$, так и $\mathcal{R}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu},\hat{\mu}_0)$ могут быть легко найдены из решения уравнения переноса. Аналогично, полный удельный вектор Стокса имеет следующий вид:

$$\widetilde{\mathbf{I}}(-\hat{\mu}) = \frac{1}{\pi}\mu_0\mathcal{R}(\hat{\mu},\hat{\mu}_0)\mathbf{I}_0 = \widetilde{\mathbf{I}}^{1}(-\hat{\mu}) + \widetilde{\mathbf{I}}^{\mathrm{M}}(-\hat{\mu}) + \widetilde{\mathbf{I}}^{\mathrm{C}}(-\hat{\mu}), \tag{9.6}$$

где $\mathbf{I}_0$ – вектор Стокса падающего излучения и

$$\widetilde{\mathbf{I}}^{1}(-\hat{\mu}) + \widetilde{\mathbf{I}}^{\mathrm{M}}(-\hat{\mu}) = \widetilde{\mathbf{I}}_{\mathrm{d}}(-\hat{\mu}). \tag{9.7}$$

Один из немногих строгих результатов теории слабой локализации был получен путем применения соотношения взаимности (1.15) к выражениям для диффузного и циклического компонентов удельного тензора когерентности, отвечающим направлению отражения точно назад [135, 141]. Итогом явилось исключительное по своей простоте соотношение между соответствующими матрицами $\mathcal{R}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}_0^{\pi},\hat{\mu}_0)$ и $\mathcal{R}^{\mathrm{C}}(\hat{\mu}_0^{\pi},\hat{\mu}_0)$. В частном случае макроскопически изотропной и зеркально симметричной дисперсной среды это соотношение имеет вид

$$\boldsymbol{\mathcal{R}}^{\mathrm{C}} = \begin{bmatrix} \mathcal{R}_{11}^{\mathrm{C}} & \mathcal{R}_{12}^{\mathrm{M}} & 0 & 0 \\ \mathcal{R}_{12}^{\mathrm{M}} & \mathcal{R}_{22}^{\mathrm{C}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{R}_{33}^{\mathrm{C}} & \mathcal{R}_{34}^{\mathrm{M}} \\ 0 & 0 & -\mathcal{R}_{34}^{\mathrm{M}} & \mathcal{R}_{44}^{\mathrm{C}} \end{bmatrix}, \tag{9.8}$$

где

$$\mathcal{R}_{11}^{\mathrm{C}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) = \tfrac{1}{2}[\mathcal{R}_{11}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) + \mathcal{R}_{22}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) - \mathcal{R}_{33}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) + \mathcal{R}_{44}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0)], \tag{9.9}$$

$$\mathcal{R}_{22}^{\mathrm{C}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) = \tfrac{1}{2}[\mathcal{R}_{11}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) + \mathcal{R}_{22}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) + \mathcal{R}_{33}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) - \mathcal{R}_{44}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0)], \tag{9.10}$$

$$\mathcal{R}_{33}^{\mathrm{C}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) = \tfrac{1}{2}[-\mathcal{R}_{11}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) + \mathcal{R}_{22}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) + \mathcal{R}_{33}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) + \mathcal{R}_{44}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0)], \tag{9.11}$$

$$\mathcal{R}_{44}^{\mathrm{C}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) = \tfrac{1}{2}[\mathcal{R}_{11}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) - \mathcal{R}_{22}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) + \mathcal{R}_{33}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) + \mathcal{R}_{44}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0)]. \tag{9.12}$$

Практическую важность этого результата трудно переоценить. Действительно, он показывает, что хотя уравнение переноса было получено путем отбрасывания всех циклических диаграмм, все наблюдаемые характеристики эффекта слабой локализации в направлении отражения точно назад могут быть найдены путем решения уравнения переноса. Более того, это можно сделать, описывая рассеивающую среду в терминах реальных физических параметров, таких как оптическая толщина среды и размер, форма и показатель преломления частиц.

Рассмотрим несколько примеров применения формул (9.1)–(9.12). Если падающий свет неполяризован, то, как нетрудно видеть, удельная интенсивность света, отраженного в направлении точно назад, может быть представлена следующим выражением:

$$\begin{aligned} \widetilde{I}(-\mu_0, \varphi_0 + \pi) &= \frac{1}{\pi}\mu_0 \mathcal{R}_{11}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) I_0 \\ &= \frac{1}{\pi}\mu_0[\mathcal{R}_{11}^{1}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) + \mathcal{R}_{11}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) + \mathcal{R}_{11}^{\mathrm{C}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0)] I_0 \\ &= \frac{1}{\pi}\mu_0\{\mathcal{R}_{11}^{1}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) + \mathcal{R}_{11}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) + \tfrac{1}{2}[\mathcal{R}_{11}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) \\ &\qquad + \mathcal{R}_{22}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) - \mathcal{R}_{33}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) + \mathcal{R}_{44}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0)]\} I_0, \end{aligned} \tag{9.13}$$

где I_0 – интенсивность падающего света. В то же время диффузный фон описывается выражением (см. рис. 9.2)

$$\widetilde{I}^{\,\mathrm{diff}}(-\mu_0, \varphi_0 + \pi) \;=\; \frac{1}{\pi}\mu_0[\mathcal{R}^1_{11}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) \;+\; \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{11}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0)]\, I_0. \tag{9.14}$$

Теперь можно определить так называемый фактор усиления отраженной специфической интенсивности за счет эффекта слабой локализации, разделив (9.13) на (9.14):

$$\zeta_I \;=\; \frac{\widetilde{I}}{\widetilde{I}^{\,\mathrm{diff}}} \;=\; \frac{\mathcal{R}^1_{11} + \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{11} + \frac{1}{2}(\mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{11} + \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{22} - \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{33} + \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{44})}{\mathcal{R}^1_{11} + \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{11}}$$

$$= 1 + \frac{\mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{11} + \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{22} - \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{33} + \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{44}}{2(\mathcal{R}^1_{11} + \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{11})}, \tag{9.15}$$

где угловые аргументы для краткости опущены.

Интересно, что формула для фактора усиления в случае неполяризованного падающего света включает в себя все диагональные элементы матрицы отражения $\boldsymbol{\mathcal{R}}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0)$, а не только элемент $(1,1)$. В этом заключается коренное отличие строгой формулы (9.15) от аналогичной формулы в скалярном приближении:

$$\zeta \;=\; \frac{\mathcal{R}^1 \;+\; 2\mathcal{R}^{\mathrm{M}}}{\mathcal{R}^1 \;+\; \mathcal{R}^{\mathrm{M}}}, \tag{9.16}$$

где $\mathcal{R}^1$ и $\mathcal{R}^{\mathrm{M}}$ – соответствующие скалярные коэффициенты отражения. В работе [163] было показано на основе численно-точных решений векторного и скалярного уравнений переноса, что формула (9.16) может приводить к существенным ошибкам, которые значительно превышают ошибки скалярного приближения, рассмотренные в главе 8.

Предположим теперь, что падающий свет линейно поляризован в верти-

кальной плоскости, так что $\mathbf{I}_0 = [I_0\ I_0\ 0\ 0]^{\mathrm{T}}$. Вертикально (v) и горизонтально (h) поляризованные компоненты удельной интенсивности света, отраженного в направлении точно назад, даются формулами

$$\widetilde{I}_{\mathrm{v}} = \tfrac{1}{2}(\widetilde{I} + \widetilde{Q}), \tag{9.17}$$

$$\widetilde{I}_{\mathrm{h}} = \tfrac{1}{2}(\widetilde{I} - \widetilde{Q}). \tag{9.18}$$

Поэтому соответствующие факторы усиления можно определить следующим образом:

$$\zeta_{\mathrm{vv}} = \frac{\widetilde{I}_{\mathrm{v}}}{\widetilde{I}_{\mathrm{v}}^{\mathrm{diff}}} = \frac{\mathcal{R}_{11}^{1} + \mathcal{R}_{22}^{1} + 2\mathcal{R}_{11}^{\mathrm{M}} + 4\mathcal{R}_{12}^{\mathrm{M}} + 2\mathcal{R}_{22}^{\mathrm{M}}}{\mathcal{R}_{11}^{1} + \mathcal{R}_{22}^{1} + \mathcal{R}_{11}^{\mathrm{M}} + 2\mathcal{R}_{12}^{\mathrm{M}} + \mathcal{R}_{22}^{\mathrm{M}}}$$

$$= 2 - \frac{\mathcal{R}_{11}^{1} + \mathcal{R}_{22}^{1}}{\mathcal{R}_{11}^{1} + \mathcal{R}_{22}^{1} + \mathcal{R}_{11}^{\mathrm{M}} + 2\mathcal{R}_{12}^{\mathrm{M}} + \mathcal{R}_{22}^{\mathrm{M}}}, \tag{9.19}$$

$$\zeta_{\mathrm{hv}} = \frac{\widetilde{I}_{\mathrm{h}}}{\widetilde{I}_{\mathrm{h}}^{\mathrm{diff}}} = \frac{\mathcal{R}_{11}^{1} - \mathcal{R}_{22}^{1} + \mathcal{R}_{11}^{\mathrm{M}} - \mathcal{R}_{22}^{\mathrm{M}} - \mathcal{R}_{33}^{\mathrm{M}} + \mathcal{R}_{44}^{\mathrm{M}}}{\mathcal{R}_{11}^{1} - \mathcal{R}_{22}^{1} + \mathcal{R}_{11}^{\mathrm{M}} - \mathcal{R}_{22}^{\mathrm{M}}}. \tag{9.20}$$

Полезно также определить соответствующее поляризационное отношение и его «диффузный» аналог (ср. формулу (5.6)):

$$\mu_{\mathrm{L}} = \frac{\widetilde{I}_{\mathrm{h}}}{\widetilde{I}_{\mathrm{v}}} = \frac{\mathcal{R}_{11}^{1} - \mathcal{R}_{22}^{1} + \mathcal{R}_{11}^{\mathrm{M}} - \mathcal{R}_{22}^{\mathrm{M}} - \mathcal{R}_{33}^{\mathrm{M}} + \mathcal{R}_{44}^{\mathrm{M}}}{\mathcal{R}_{11}^{1} + \mathcal{R}_{22}^{1} + 2\mathcal{R}_{11}^{\mathrm{M}} + 4\mathcal{R}_{12}^{\mathrm{M}} + 2\mathcal{R}_{22}^{\mathrm{M}}}, \tag{9.21}$$

$$\mu_{\mathrm{L}}^{\mathrm{diff}} = \frac{\widetilde{I}_{\mathrm{h}}^{\mathrm{diff}}}{\widetilde{I}_{\mathrm{v}}^{\mathrm{diff}}} = \frac{\mathcal{R}_{11}^{1} - \mathcal{R}_{22}^{1} + \mathcal{R}_{11}^{\mathrm{M}} - \mathcal{R}_{22}^{\mathrm{M}}}{\mathcal{R}_{11}^{1} + \mathcal{R}_{22}^{1} + \mathcal{R}_{11}^{\mathrm{M}} + 2\mathcal{R}_{12}^{\mathrm{M}} + \mathcal{R}_{22}^{\mathrm{M}}}. \tag{9.22}$$

Предположим, наконец, что падающий свет поляризован по кругу против часовой стрелки, если смотреть в направлении распространения, так что $\mathbf{I}_0 = [I_0\ 0\ 0\ I_0]^{\mathrm{T}}$. Вспомним (см. раздел 5.3), что sh и oh компоненты отраженного света даются формулами

$$\widetilde{I}_{\mathrm{sh}} = \tfrac{1}{2}(\widetilde{I} + \widetilde{V}), \tag{9.23}$$

$$\widetilde{I}_{\mathrm{oh}} = \tfrac{1}{2}(\widetilde{I} - \widetilde{V}). \tag{9.24}$$

Соответствующие hp (helicity-preserving) и oh факторы усиления определяются формулами

$$\zeta_{\mathrm{hp}} = \frac{\widetilde{I}_{\mathrm{sh}}}{\widetilde{I}_{\mathrm{sh}}^{\mathrm{diff}}} = \frac{\mathcal{R}_{11}^{1} + \mathcal{R}_{44}^{1} + 2\mathcal{R}_{11}^{\mathrm{M}} + 2\mathcal{R}_{44}^{\mathrm{M}}}{\mathcal{R}_{11}^{1} + \mathcal{R}_{44}^{1} + \mathcal{R}_{11}^{\mathrm{M}} + \mathcal{R}_{44}^{\mathrm{M}}}, \tag{9.25}$$

$$\zeta_{\mathrm{oh}} = \frac{\widetilde{I}_{\mathrm{oh}}}{\widetilde{I}_{\mathrm{oh}}^{\mathrm{diff}}} = \frac{\mathcal{R}_{11}^{1} - \mathcal{R}_{44}^{1} + \mathcal{R}_{11}^{\mathrm{M}} + \mathcal{R}_{22}^{\mathrm{M}} - \mathcal{R}_{33}^{\mathrm{M}} - \mathcal{R}_{44}^{\mathrm{M}}}{\mathcal{R}_{11}^{1} - \mathcal{R}_{44}^{1} + \mathcal{R}_{11}^{\mathrm{M}} - \mathcal{R}_{44}^{\mathrm{M}}}. \tag{9.26}$$

В свою очередь, соответствующее поляризационное отношение (см. формулу (5.7)), и его диффузный аналог даются выражениями

$$\mu_{\mathrm{C}} = \frac{\widetilde{I}_{\mathrm{sh}}}{\widetilde{I}_{\mathrm{oh}}} = \frac{\mathcal{R}_{11}^{1} + \mathcal{R}_{44}^{1} + 2\mathcal{R}_{11}^{\mathrm{M}} + 2\mathcal{R}_{44}^{\mathrm{M}}}{\mathcal{R}_{11}^{1} - \mathcal{R}_{44}^{1} + \mathcal{R}_{11}^{\mathrm{M}} + \mathcal{R}_{22}^{\mathrm{M}} - \mathcal{R}_{33}^{\mathrm{M}} - \mathcal{R}_{44}^{\mathrm{M}}}, \tag{9.27}$$

$$\mu_{\mathrm{C}}^{\mathrm{diff}} = \frac{\widetilde{I}_{\mathrm{sh}}^{\mathrm{diff}}}{\widetilde{I}_{\mathrm{oh}}^{\mathrm{diff}}} = \frac{\mathcal{R}_{11}^{1} + \mathcal{R}_{44}^{1} + \mathcal{R}_{11}^{\mathrm{M}} + \mathcal{R}_{44}^{\mathrm{M}}}{\mathcal{R}_{11}^{1} - \mathcal{R}_{44}^{1} + \mathcal{R}_{11}^{\mathrm{M}} - \mathcal{R}_{44}^{\mathrm{M}}}. \tag{9.28}$$

В соответствии с [88], матрицы $\boldsymbol{\mathcal{R}}^{1}(\hat{\mu}, \hat{\mu}_0)$ и $\boldsymbol{\mathcal{R}}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}, \hat{\mu}_0)$ относятся к классу так называемых сумм чистых матриц Мюллера. Поэтому они удовлетворяют определенному набору неравенств, которые можно использовать для вывода общих неравенств для факторов усиления и поляризационных отношений. Оказывается, в частности, что

$$0 \le \zeta_I \le 2, \tag{9.29}$$

$$1 \le \zeta_{\mathrm{vv}} \le 2, \tag{9.30}$$

$$0 \le \zeta_{\mathrm{hv}} \le 2, \tag{9.31}$$

$$1 \le \zeta_{\mathrm{hp}} \le 2, \tag{9.32}$$

$$0 \le \zeta_{\mathrm{oh}} \le 2, \tag{9.33}$$

$$\mu_{\mathrm{L}} \ge 0, \tag{9.34}$$

$$\mu_{\mathrm{L}}^{\mathrm{diff}} \ge 0, \tag{9.35}$$

$$\mu_{\mathrm{C}} \geq 0, \tag{9.36}$$

$$\mu_{\mathrm{C}}^{\mathrm{diff}} \geq 0. \tag{9.37}$$

Интересно, что ни одно из этих неравенств не требует, чтобы факторы усиления ζ_I, ζ_{hv} и ζ_{oh} всегда превосходили единицу. Другими словами, они не исключают возможности того, что эффект слабой локализации может приводить к подавлению, а не к усилению соответствующих компонентов света, отраженного в направлении точно назад.

Предположим теперь, что рассеивающие частицы являются несферическими, так что

$$\mathcal{R}_{22}^{1}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) \neq \mathcal{R}_{11}^{1}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) \;\text{ и }\; \mathcal{R}_{44}^{1}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) \neq -\mathcal{R}_{11}^{1}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0). \tag{9.38}$$

Понятно, что в пределе $\varpi \to 0$ матрица $\boldsymbol{\mathcal{R}}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0)$, обусловленная многократным рассеянием света, должна убывать быстрее вклада однократного рассеяния $\boldsymbol{\mathcal{R}}^{1}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0)$. Учитывая, что

$$\boldsymbol{\mathcal{R}}^{1}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0) = \frac{\varpi[1 - \exp(-2\mathcal{T}/\mu_0)]}{8\mu_0}\,\widetilde{\mathbf{F}}(\pi), \tag{9.39}$$

можно показать, что имеют место следующие простые асимптотические соотношения:

$$\lim_{\varpi \to 0} \zeta_I = \lim_{\varpi \to 0} \zeta_{\mathrm{vv}} = \lim_{\varpi \to 0} \zeta_{\mathrm{hv}} = \lim_{\varpi \to 0} \zeta_{\mathrm{hp}} = \lim_{\varpi \to 0} \zeta_{\mathrm{oh}} = 1, \tag{9.40}$$

$$\lim_{\varpi \to 0} \mu_{\mathrm{L}} = \lim_{\varpi \to 0} \mu_{\mathrm{L}}^{\mathrm{diff}} = \delta_{\mathrm{L}}, \tag{9.41}$$

$$\lim_{\varpi \to 0} \mu_{\mathrm{C}} = \lim_{\varpi \to 0} \mu_{\mathrm{C}}^{\mathrm{diff}} = \delta_{\mathrm{C}}, \tag{9.42}$$

где δ_{L} и δ_{C} – факторы деполяризации однократно рассеянного света, определенные формулами (4.8) и (4.9).

В пределе $\mu_0 \to 0$ матрица диффузного отражения также сводится к матрице, описывающей вклад первого порядка рассеяния:

$$\mu_0 \mathbf{R}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0)\Big|_{\mu_0 \to 0} = \mu_0 \boldsymbol{\mathcal{R}}^1(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0)\Big|_{\mu_0 \to 0}, \tag{9.43}$$

где

$$\mu_0 \boldsymbol{\mathcal{R}}^1(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0)\Big|_{\mu_0 \to 0} = \frac{\varpi \widetilde{\mathbf{F}}(\pi)}{8} \tag{9.44}$$

(см. формулу (9.39)). Вследствие этого,

$$\lim_{\mu_0 \to 0} \zeta_I = \lim_{\mu_0 \to 0} \zeta_{\mathrm{vv}} = \lim_{\mu_0 \to 0} \zeta_{\mathrm{hv}} = \lim_{\mu_0 \to 0} \zeta_{\mathrm{hp}} = \lim_{\mu_0 \to 0} \zeta_{\mathrm{oh}} = 1, \tag{9.45}$$

$$\lim_{\mu_0 \to 0} \mu_{\mathrm{L}} = \lim_{\mu_0 \to 0} \mu_{\mathrm{L}}^{\mathrm{diff}} = \delta_{\mathrm{L}}, \tag{9.46}$$

$$\lim_{\mu_0 \to 0} \mu_{\mathrm{C}} = \lim_{\mu_0 \to 0} \mu_{\mathrm{C}}^{\mathrm{diff}} = \delta_{\mathrm{C}}. \tag{9.47}$$

Наконец, в пределе нулевой оптической толщины

$$\mathbf{R}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0)\Big|_{\mathcal{T} \to 0} = \boldsymbol{\mathcal{R}}^1(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0)\Big|_{\mathcal{T} \to 0}, \tag{9.48}$$

где

$$\boldsymbol{\mathcal{R}}^1(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0)\Big|_{\mathcal{T} \to 0} = \frac{\varpi \mathcal{T}}{4\mu_0^2} \widetilde{\mathbf{F}}(\pi). \tag{9.49}$$

Таким образом, $\boldsymbol{\mathcal{R}}^{\mathrm{M}}(\hat{\mu}_0^{\pi}, \hat{\mu}_0)$ исчезает, и мы получаем

$$\lim_{\mathcal{T} \to 0} \zeta_I = \lim_{\mathcal{T} \to 0} \zeta_{\mathrm{vv}} = \lim_{\mathcal{T} \to 0} \zeta_{\mathrm{hv}} = \lim_{\mathcal{T} \to 0} \zeta_{\mathrm{hp}} = \lim_{\mathcal{T} \to 0} \zeta_{\mathrm{oh}} = 1, \tag{9.50}$$

$$\lim_{\mathcal{T} \to 0} \mu_{\mathrm{L}} = \lim_{\mathcal{T} \to 0} \mu_{\mathrm{L}}^{\mathrm{diff}} = \delta_{\mathrm{L}}, \tag{9.51}$$

$$\lim_{\mathcal{T} \to 0} \mu_{\mathrm{C}} = \lim_{\mathcal{T} \to 0} \mu_{\mathrm{C}}^{\mathrm{diff}} = \delta_{\mathrm{C}}. \tag{9.52}$$

Физическая интерпретация вышеприведенных асимптотических соотношений очень проста: любой из пределов $\varpi \to 0$, $\mu = \mu_0 \to 0$ или $\mathcal{T} \to 0$ подавляет многократное рассеяние и, следовательно, любое проявление эффекта слабой

локализации.

В случае сферически симметричных частиц

$$\mathcal{R}^{1}_{22}(\hat{\mu}^{\pi}_{0}, \hat{\mu}_{0}) \equiv \mathcal{R}^{1}_{11}(\hat{\mu}^{\pi}_{0}, \hat{\mu}_{0}) \;\text{ и }\; \mathcal{R}^{1}_{44}(\hat{\mu}^{\pi}_{0}, \hat{\mu}_{0}) \equiv -\mathcal{R}^{1}_{11}(\hat{\mu}^{\pi}_{0}, \hat{\mu}_{0}). \tag{9.53}$$

Поэтому формулы (9.19)–(9.22) and (9.25)–(9.28) принимают более простой вид:

$$\zeta_{\mathrm{vv}} = 2\left[1 - \frac{\mathcal{R}^{1}_{11}}{2\mathcal{R}^{1}_{11} + \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{11} + 2\mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{12} + \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{22}}\right], \tag{9.54}$$

$$\zeta_{\mathrm{hv}} = \frac{\mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{11} - \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{22} - \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{33} + \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{44}}{\mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{11} - \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{22}}, \tag{9.55}$$

$$\mu_{\mathrm{L}} = \frac{\mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{11} - \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{22} - \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{33} + \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{44}}{2(\mathcal{R}^{1}_{11} + \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{11} + 2\mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{12} + \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{22})}, \tag{9.56}$$

$$\mu^{\mathrm{diff}}_{\mathrm{L}} = \frac{\mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{11} - \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{22}}{2\mathcal{R}^{1}_{11} + \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{11} + 2\mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{12} + \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{22}}, \tag{9.57}$$

$$\zeta_{\mathrm{hp}} \equiv 2, \tag{9.58}$$

$$\zeta_{\mathrm{oh}} = \frac{2\mathcal{R}^{1}_{11} + \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{11} + \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{22} - \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{33} - \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{44}}{2\mathcal{R}^{1}_{11} + \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{11} - \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{44}}, \tag{9.59}$$

$$\mu_{\mathrm{C}} = \frac{2(\mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{11} + \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{44})}{2\mathcal{R}^{1}_{11} + \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{11} + \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{22} - \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{33} - \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{44}}, \tag{9.60}$$

$$\mu^{\mathrm{diff}}_{\mathrm{C}} = \frac{\mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{11} + \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{44}}{2\mathcal{R}^{1}_{11} + \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{11} - \mathcal{R}^{\mathrm{M}}_{44}}. \tag{9.61}$$

Теперь факторы усиления ζ_{hv} и ζ_{hp} не удовлетворяют пределам (9.40), (9.45) и (9.50). Кроме того, формулы (9.41), (9.42), (9.46), (9.47), (9.51) и (9.52) теперь заменяются следующими пределами:

$$\lim_{\varpi \to 0} \mu_{\mathrm{L}} = \lim_{\varpi \to 0} \mu^{\mathrm{diff}}_{\mathrm{L}} = \lim_{\varpi \to 0} \mu_{\mathrm{C}} = \lim_{\varpi \to 0} \mu^{\mathrm{diff}}_{\mathrm{C}} = 0, \tag{9.62}$$

$$\lim_{\mu_0 \to 0} \mu_{\mathrm{L}} = \lim_{\mu_0 \to 0} \mu^{\mathrm{diff}}_{\mathrm{L}} = \lim_{\mu_0 \to 0} \mu_{\mathrm{C}} = \lim_{\mu_0 \to 0} \mu^{\mathrm{diff}}_{\mathrm{C}} = 0, \tag{9.63}$$

$$\lim_{\mathcal{T} \to 0} \mu_{\mathrm{L}} = \lim_{\mathcal{T} \to 0} \mu^{\mathrm{diff}}_{\mathrm{L}} = \lim_{\mathcal{T} \to 0} \mu_{\mathrm{C}} = \lim_{\mathcal{T} \to 0} \mu^{\mathrm{diff}}_{\mathrm{C}} = 0. \tag{9.64}$$

Поскольку рэлеевское рассеяние является простейшим физически реализуемым типом рассеяния, оно стало классический моделью в теории переноса и использовалось во многих публикациях для получения тестовых (benchmark) результатов. Поэтому уместно продолжить эту традицию и привести численно точные результаты для факторов усиления и поляризационных отношений для однородных непоглощающих слоев, состоящих из рэлеевских рассеивателей. Это сделано в таблице 9.1.

Таблица 9.1

Факторы усиления и поляризационные отношения для двух однородных дисперсных слоев, состоящих из непоглощающих рэлеевских рассеивателей

	$\mathcal{T} = 1$	$\mathcal{T} = \infty$
ζ_I	1.465559	1.5368115
ζ_{vv}	1.453065	1.7520882
ζ_{hv}	1.553473	1.1201587
ζ_{hp}	2	2
ζ_{oh}	1.337506	1.2509893
$\mu_{\mathrm{L}}^{\mathrm{diff}}$	0.142105	0.5166812
μ_{L}	0.151925	0.3303286
$\mu_{\mathrm{C}}^{\mathrm{diff}}$	0.239602	0.6170752
μ_{C}	0.358281	0.9865395

Результаты многочисленных расчетов по формулам (9.15), (9.19)–(9.22), (9.25)–(9.28) и (9.54)–(9.61) для реалистичных рассеивающих сред, состоящих из полидисперсных сферических и несферических частиц, были опубликованы в [54, 55, 141, 144, 148, 202]. В качестве примера, рис. 9.3–9.5 показывают характеристики слабой локализации для полубесконечных дисперсных слоев как функции эффективного размерного параметра сферических частиц $x_{\mathrm{eff}} = 2\pi r_{\mathrm{eff}} / \lambda_1 \in [0, 30]$ и модуля косинуса угла падения $\mu_0 \in [0, 1]$ для набора значе-

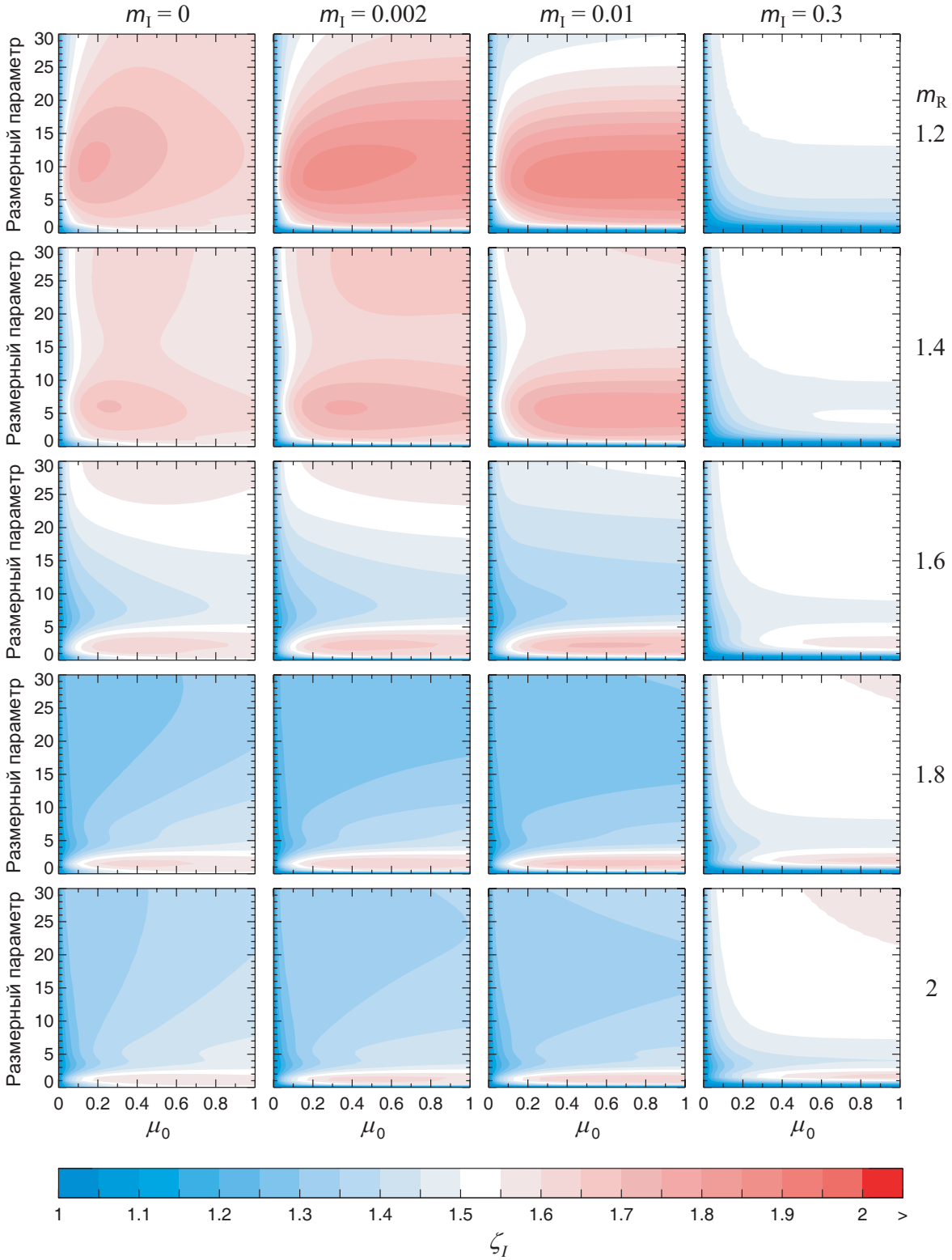

Рис. 9.3. Фактор усиления ζ_I.

ний действительной (m_R = 1.2, 1.4, 1.6, 1.8 и 2) и мнимой (m_I = 0, 0.002, 0.01 и 0.3) частей показателя преломления. Дисперсия размеров частиц описывается

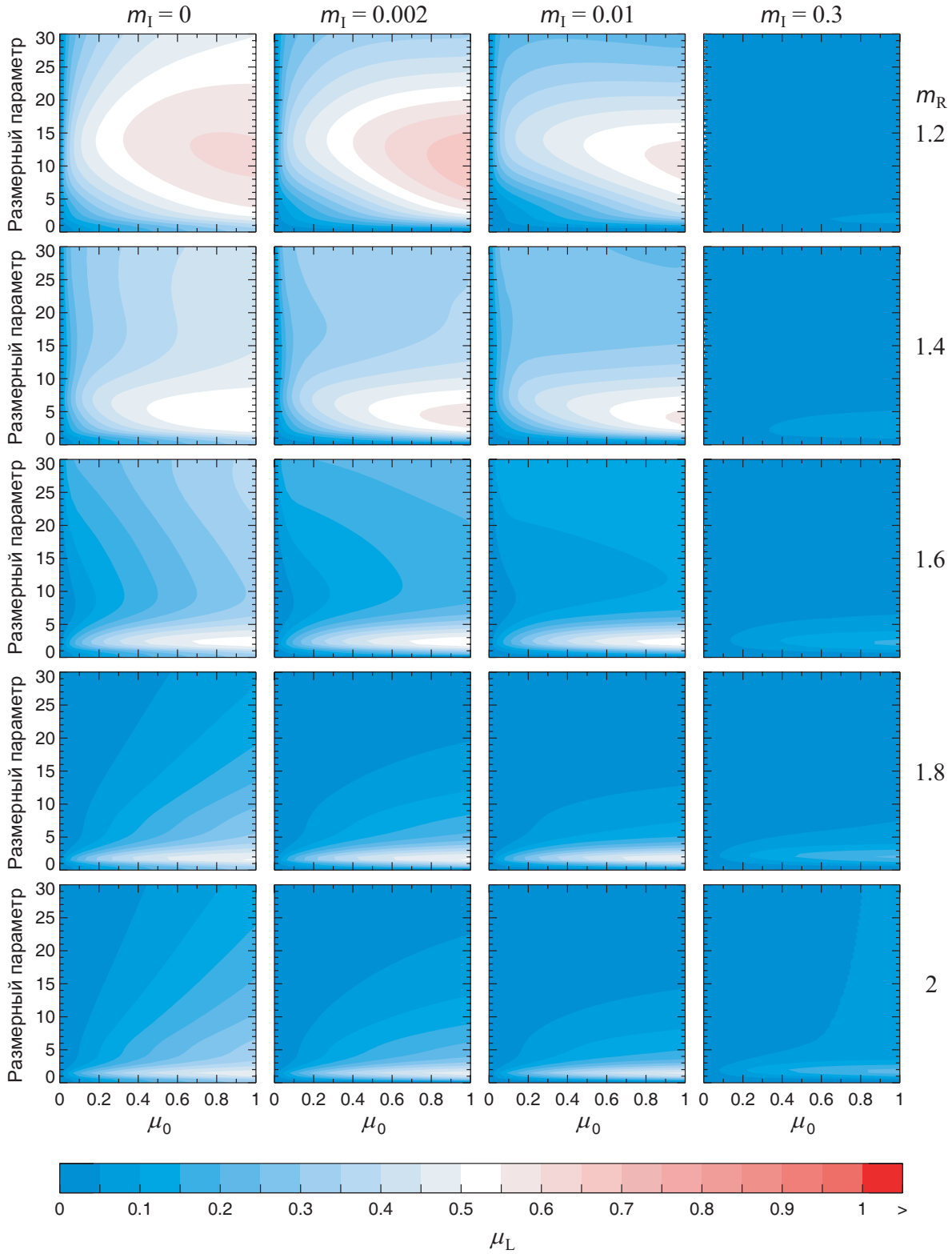

Рис. 9.4. Поляризационное отношение μ_L.

гамма распределением (4.1) с фиксированной эффективной дисперсией $v_{eff} = 0.1$. Отметим, что фактор усиления ζ_I является величиной, потенциально измеримой

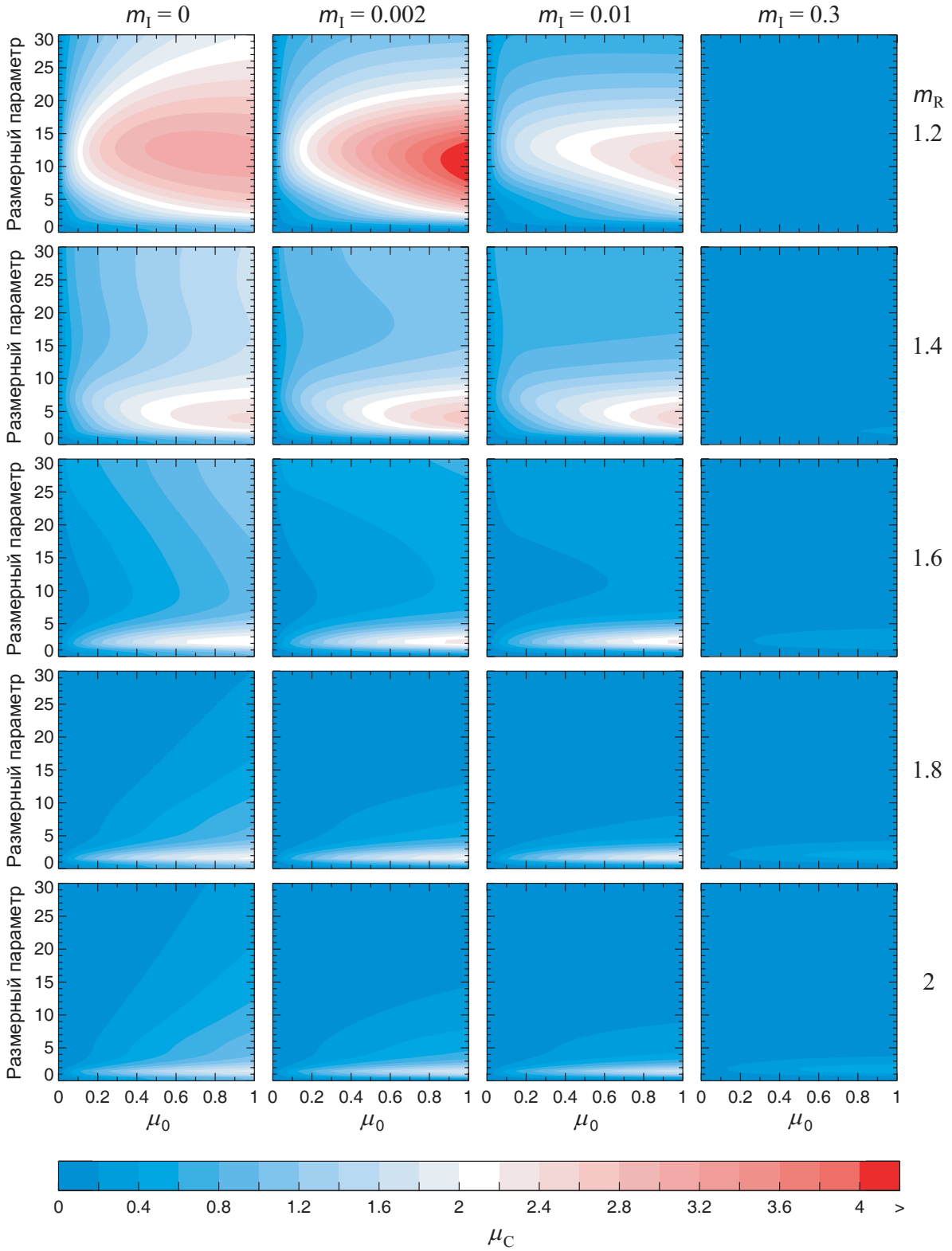

Рис. 9.5. Поляризационное отношение μ_C.

при телескопических наблюдениях объектов Солнечной системы с Земли или с космических аппаратов, тогда как отношения μ_L и μ_C могут непосредственно

измеряться при поляризационных радарных или лидарных дистанционных наблюдениях земных объектов и тел Солнечной системы. Легко видеть, что все численные данные, представленные на рис. 9.3–9.5, удовлетворяют как общим неравенствам (9.29), (9.34) и (9.36), так и общим асимптотическим соотношениям (9.40), (9.62) и (9.63). Практическое значение этих результатов будет обсуждаться в разделе 9.4.

9.3. Угловая зависимость эффекта слабой локализации

В этом разделе мы воспользуемся строгим решением задачи слабой локализации, полученным в [27], и проанализируем поведение удельной интенсивности и поляризации в непосредственной близости от направления отражения точно назад [193]. Предположим, что полубесконечный слой, состоящий из непоглощающих рэлеевских рассеивателей, освещается неполяризованным светом, падающим по нормали к поверхности слоя. Рисунок 9.6 показывает соответствующий фактор усиления $\zeta_I(q)$ как функцию безразмерного углового параметра $q = k_1\langle l\rangle\alpha$, где α – фазовый угол, $\langle l\rangle$ – средняя длина свободного пробега, определяемая согласно

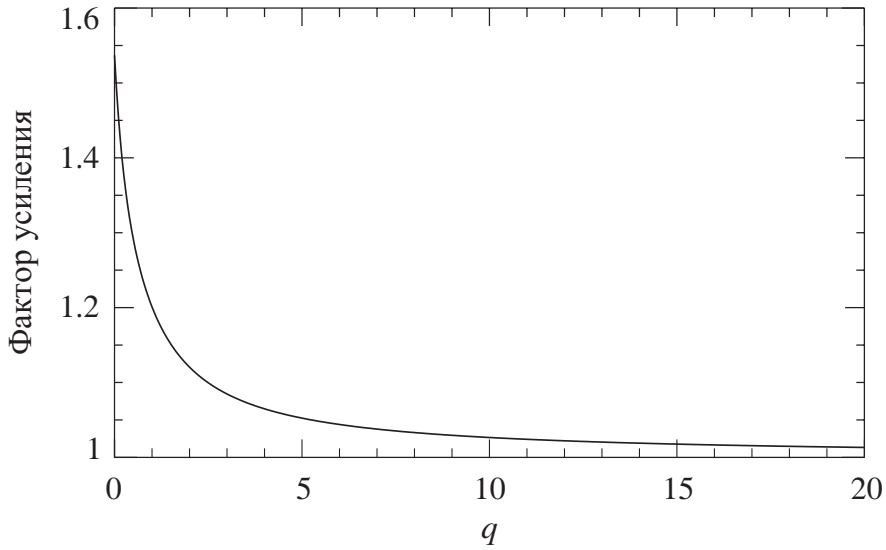

Рис. 9.6. Угловой профиль фактора усиления ζ_I.

$$\langle l \rangle = \frac{1}{n_0 \langle C_{\text{ext}} \rangle_\xi},$$

n_0 – количество частиц в единице объема, $\langle C_{\text{ext}} \rangle_\xi$ – среднее сечение экстинкции в расчете на одну частицу. Другими словами, $\langle l \rangle$ равняется геометрической длине, соответствующей единичному оптическому пути.

Кривая на рис. 9.6 демонстрирует знаменитый когерентный пик, центрированный в направлении точно назад. Амплитуда пика равна $\zeta_I(0) \approx 1.537$ (ср. с таблицей 9.1), а его полуширина (half-width at half-maximum, или HWHM) равна $q_{\text{HWHM},I} = k_1 l \alpha_{\text{HWHM},I} \approx 0.597$ (см. рис. 9.2). Таким образом, связь между полушириной пика и средней длиной свободного пробега в случае консервативного рэлеевского рассеяния дается соотношением

$$\alpha_{\text{HWHM},I} \approx \frac{0.597}{k_1 l}.$$

Для линейно поляризованного падающего излучения полуширина когерентного пика в отраженной интенсивности зависит от азимутальных углов падения и отражения. Например, если $\varphi_0 = 0°$, то

$$\alpha_{\text{HWHM,vv}}\Big|_{\varphi = 0°} \approx \frac{0.65}{k_1 l},$$

$$\alpha_{\text{HWHM,vv}}\Big|_{\varphi = 90°} \approx \frac{0.48}{k_1 l}.$$

Эта азимутальная асимметрия действительно наблюдалась в лабораторных экспериментах [271] и будет обсуждаться ниже.

Степень линейной поляризации отраженного излучения в случае неполяризованного падающего излучения дается формулой

$$P(q) = -\frac{\widetilde{Q}(q)}{\widetilde{I}(q)} = -\frac{\mathcal{R}_{21}^{1}(q) + \mathcal{R}_{21}^{\text{M}}(q) + \mathcal{R}_{21}^{\text{C}}(q)}{\mathcal{R}_{11}^{1}(q) + \mathcal{R}_{11}^{\text{M}}(q) + \mathcal{R}_{11}^{\text{C}}(q)}$$

$$\approx -\frac{\mathcal{R}_{21}^{\mathrm{C}}(q)}{\mathcal{R}_{11}^{\mathrm{I}}(0)+\mathcal{R}_{11}^{\mathrm{M}}(0)+\mathcal{R}_{11}^{\mathrm{C}}(q)},$$

следующей из (9.5) и (9.6), и показана на рис. 9.7. Видно, что поляризация

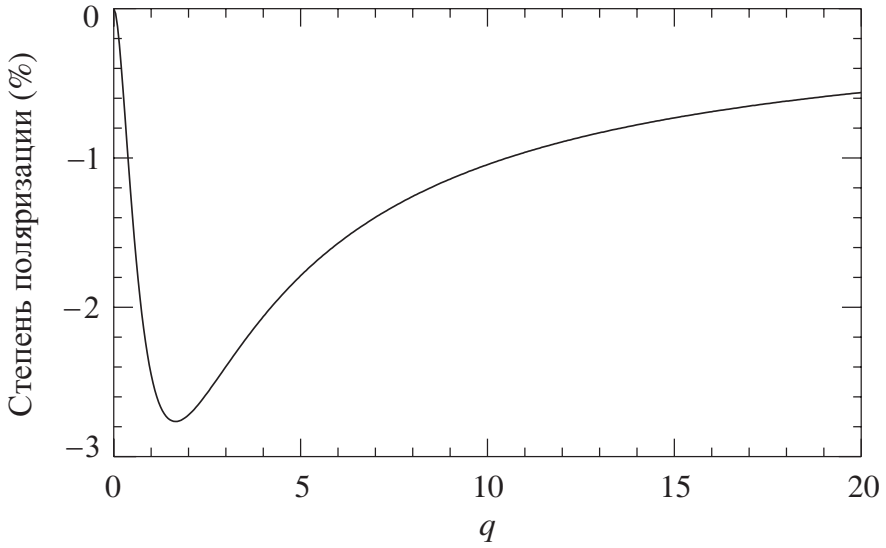

Рис. 9.7. Угловой профиль степени линейной поляризации.

обращается в нуль точно в оппозиции, но с увеличением q становится отрицательной, быстро растет по абсолютной величине и достигает минимального значения $P_{\min} \approx -2.765\%$ в направлении, очень близком к оппозиции: $q_P \approx 1.68$. Провал (или «отрицательный пик») в поляризации оказывается очень асимметричным, так что половинное значение –1.383% сначала достигается при угловом параметре $q_{P,1} \approx 0.498$, который оказывается даже меньшим, чем полуширина пика в интенсивности $q_{\mathrm{HWHM},I} \approx 0.597$, а затем при значительно большем значении $q_{P,2} \approx 7.10$. Это совершенно необычное поведение поляризации вблизи оппозиции было впервые теоретически предсказано диссертантом [146] на основе работы Озрина [222] и названо поляризационным оппозиционным эффектом (ПОЭ).

Судя по всему, первое лабораторное наблюдение ПОЭ следует приписать знаменитому французскому астрофизику Лио [122], хотя когерентное происхождение этого эффекта ему было, конечно, неизвестно. Рис. 9.8 показывает резуль-

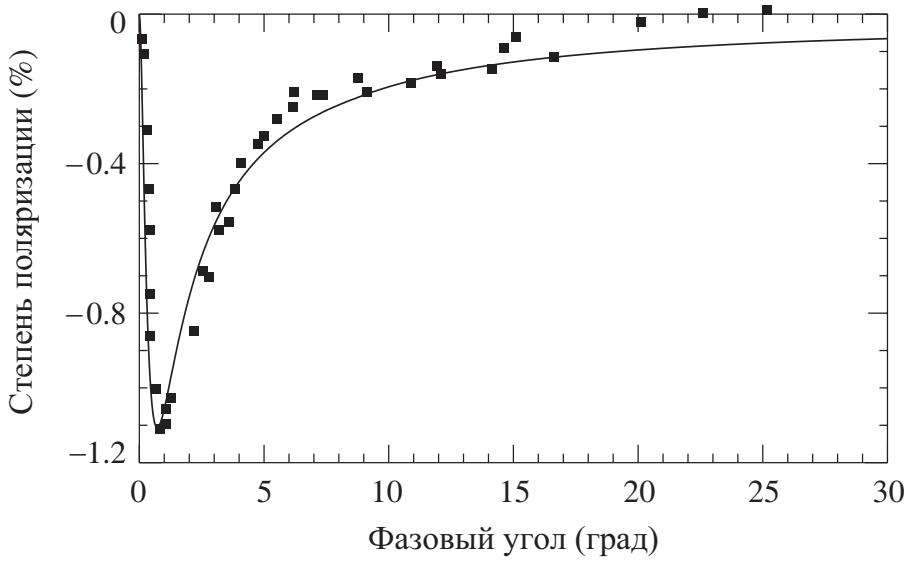

Рис. 9.8. Результаты измерений Лио [122].

таты его измерений для порошкообразной поверхности, состоящей из микроскопических частиц окиси магния. Измерения Лио были недавно воспроизведены в [248], так что их достоверность не вызывает сомнений. Лио охарактеризовал измеренную фазовую зависимость поляризации как загадочную и приписал ее очень малому размеру частиц. Действительный размер частиц в экспериментах Лио не измерялся. Более того, минимальное значение измеренной поляризации составляет –1.11%, в отличие от теоретического рэлеевского значения $P_{\min} \approx -2.765\%$. Тем не менее, сам угловой профиль измеренной поляризации совпадает с теоретическим почти идеально вплоть до фазовых углов ~15° (сплошная кривая на рис. 9.8) и соответствует вполне реалистичному значению $k_1\langle l\rangle \approx 132$.

Неполяризованный свет может быть представлен как смесь двух линейно поляризованных пучков света с ортогональными направлениями плоскостей поляризации. Поэтому легко видеть, что ПОЭ имеет то же физическое происхождение, что и выше упомянутая азимутальная асимметрия пика интенсивности в обратном рассеянии в случае линейно поляризованного падающего света. По-видимому, оба эффекта обусловлены специфическими особенностями рэлеевской матрицы рассеяния (см. также [261]) и исчезают с увеличением размера

частиц (например, [72, 271]).

9.4. Астрофизические приложения

Пожалуй, наиболее «экзотические» проявления эффекта слабой локализации можно найти в планетной астрофизике. Как мы уже отмечали, моностатические радары используют одну и ту же антенну для излучения и приема электромагнитных волн, благодаря чему фазовый угол наблюдения оказывается тождественно равным нулю. Поэтому слабая локализация неизбежно влияет на результаты радарных наблюдений дисперсных сред. Несколько объектов Солнечной системы показывают весьма необычные радарные характеристики, совершенно отличные от таковых для обнаженных скальных пород [220]. Например, ледяные галилеевы спутники Юпитера показывают как необычно высокую отражательную способность, так и поляризационные отношения μ_{C}, превосходящие единицу. Эти наблюдательные результаты находятся в хорошем количественном согласии с теоретическими расчетами характеристик слабой локализации, основанными на предположении, что поверхности этих объектов можно моделировать как случайные дисперсные среды (см., в частности, главу 5 и рис. 9.5) [144, 148, 161, 203].

Шкуратов [23–25, 247] и Muinonen [214] первыми высказали гипотезу, что слабая локализация может быть ответственной за два оптических эффекта, наблюдаемых для широкого класса безатмосферных тел при малых углах фазы. К ним относятся знаменитый фотометрический оппозиционный эффект, наблюдаемый, в частности, и для Луны, и параболическая по форме отрицательная ветвь поляризации. Однако такие же эффекты могут быть следствием других оптических «механизмов», например, механизма затенения или однократного рассеяния на несферических частицах реголита. Более того, мы видели выше, что слабая локализация приводит к очень узкому и асимметричному ПОЭ, а не к широкой параболической ветви отрицательной поляризации.

Поэтому в работах диссертанта [146, 164, 165, 201] было высказано общее положение, согласно которому надежное обнаружение эффекта слабой локализации требует одновременного наблюдения двух или более возможных проявлений этого эффекта и проверки того, что результаты наблюдений не противоречат теоретическим предсказаниям разумного диапазона измеряемых параметров. Эти теоретические предсказания можно сформулировать следующим образом:

- Будучи результатом многократного рассеяния, эффект слабой локализации значительно более вероятен для высокоальбедных поверхностей, чем для таких низкоальбедных объектов как Луна.
- Независимо от размера частиц по отношению к длине волны света, слабая локализация приводит к узкому пику интенсивности, центрированному на нулевом угле фазы. Наблюдаемые ширина и амплитуда пика и их спектральный ход должны находиться в разумном согласии с результатами теоретических расчетов для ожидаемого диапазона плотностей упаковки и размеров и показателей преломления частиц реголита [142, 144, 148, 202, 203].
- Поскольку падающий солнечный свет практически неполяризован, когерентный пик в интенсивности должен сопровождаться ПОЭ при условии, что значительная часть поверхности наблюдаемого объекта покрыта частицами с размерами, меньшими длины волны света. Угловая ширина ПОЭ должна быть сопоставима с полушириной пика в интенсивности.

Хотя эти теоретические предсказания намеренно сформулированы в достаточно расплывчатом виде, их проверка для реальных объектов Солнечной системы представляет исключительно сложную задачу. Во многих случаях главной причиной является отсутствие детальных спектральных наблюдений с высоким угловым разрешением на достаточно малых углах фазы. Тем не менее, накопленный объем высококачественных астрономических наблюдений [17, 29, 41, 60, 67, 68, 73, 82, 83, 96, 233–237, 258] позволяет выделить класс высокоаль-

бедных безатмосферных тел Солнечной системы с уникальными оппозиционными характеристиками. В этот класс входят астероиды E типа 44 Низа и 64 Ангелина, спутники планет Ио, Европа, Ганимед и Япет, а также кольца Сатурна A и B. Результаты фотометрических и поляриметрических наблюдений этих объектов вблизи оппозиции в видимой и ближней инфракрасной областях спектра сведены воедино на рис. 9.9 и 9.10 [16] и выявляют следующие замечательные особенности.

1. Каждая фотометрическая фазовая кривая состоит из линейной части и наложенного на нее нелинейного пика, центрированного на нулевую фазу. Пики в обратном рассеянии являются исключительно узкими, хотя их действительные угловые ширины все еще не известны с высокой точностью, поскольку:
   - недостаточно высокоточных данных, особенно для Ио, Ганимеда и Япета;
   - наименьший фазовый угол в реальных астрономических наблюдениях никогда не равен нулю;
   - Солнце является источником света с ненулевым угловым размером при освещении поверхности любого тела Солнечной системы.

   Очевидно, однако, что все пики оказываются значительно у́же фотометрического оппозиционного эффекта, обусловленного механизмом затенения в низкоальбедных объектах, таких как Луна.

2. Каждая фазовая зависимость поляризации на рис. 9.9 и 9.10 показывает узкий локальный минимум, центрированный на фазовом угле, приблизительно равном угловой полуширине соответствующего пика в интенсивности. Каждый минимум наложен на значительно более широкую, почти параболическую ветвь отрицательной поляризации, показанную схематически сплошной кривой.

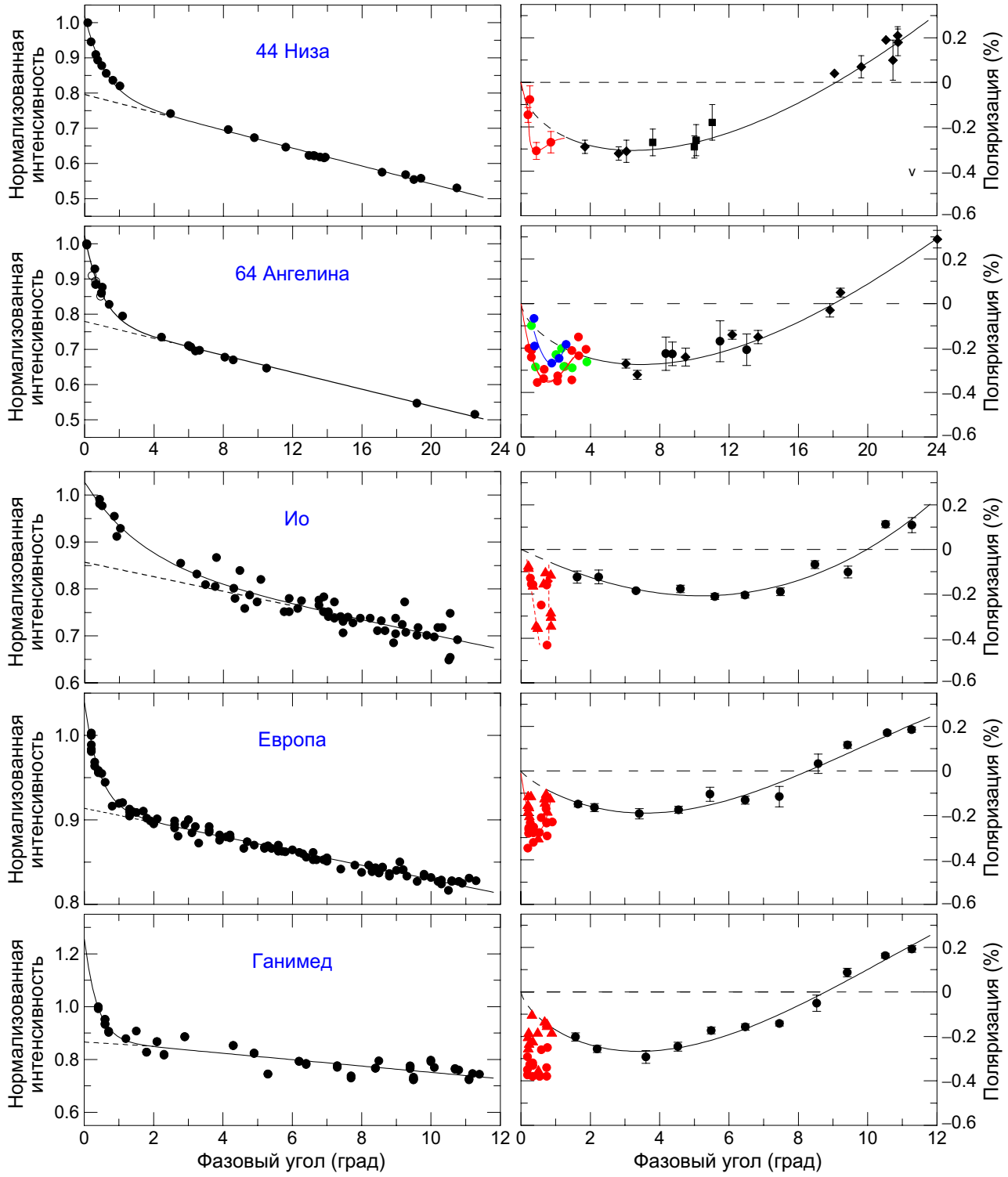

Рис. 9.9. Результаты оппозиционных наблюдений астероидов E-типа 44 Низа и 64 Ангелина и галилеевых спутников Юпитера Ио, Европа и Ганимед [16].

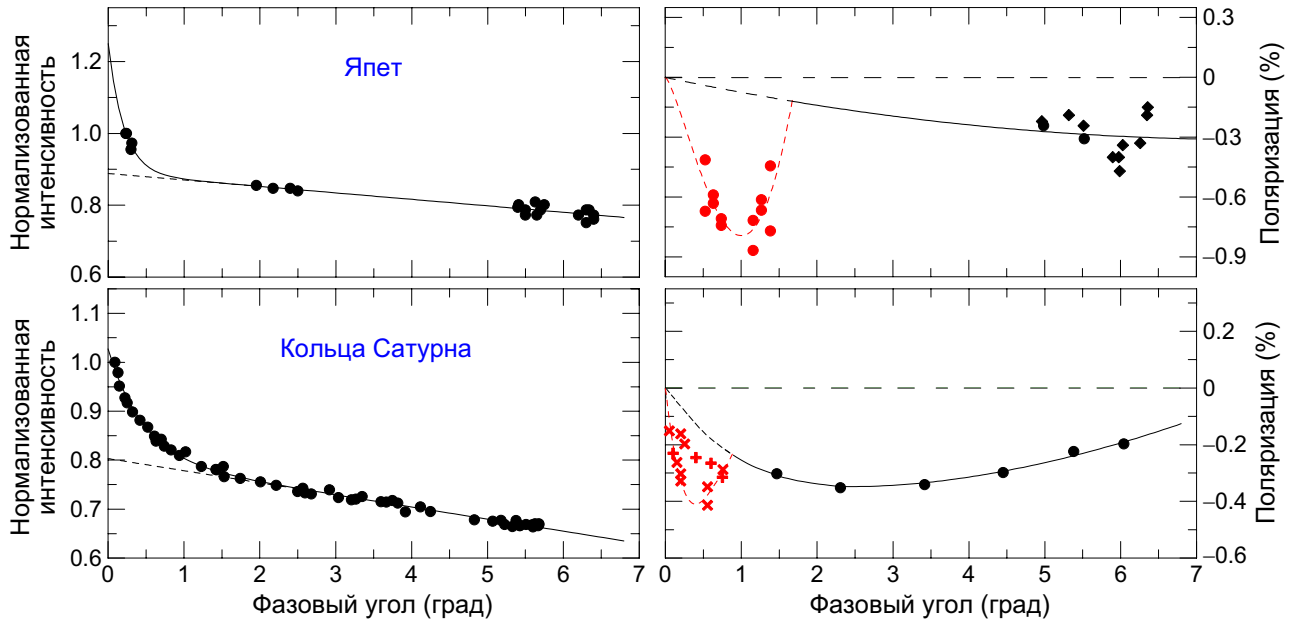

Рис. 9.10. Результаты оппозиционных наблюдений ведомого полушария Япета и A и B колец Сатурна [16].

Угловая ширина обратных пиков в интенсивности хорошо согласуется с результатами теоретических расчетов для частиц с размерами, сравнимыми с длиной волны света, плотностей упаковки в диапазоне от нескольких процентов до ~40% и состава частиц, варьирующего от водного льда (Европа, кольца Сатурна) до силикатов (44 Низа и 64 Ангелина) [142, 146, 164, 165]. Амплитуды пиков также согласуются с теоретическими предсказаниями [144, 146, 164, 165, 202, 203] при условии, что значительная доля поверхности этих объектов покрыта микроскопическими частицами реголита, вызывающими эффект слабой локализации.

Форма узких минимумов поляризации, находящихся в непосредственной близости к оппозиции, весьма напоминает ПОЭ, обусловленный многократным рассеянием в полубесконечной среде, состоящей из непоглощающих рэлеевских рассеивателей (см. рис. 9.7). Наблюдаемые минимумы на рис. 9.9 и 9.10 не достигают теоретической рэлеевской глубины, показанной на рис. 9.7, и меняются от объекта к объекту. Однако это и не удивительно, поскольку реальные частицы реголита вряд ли настолько малы, чтобы находиться в рэлеевской

области размерных параметров, и вряд ли одинаковы для всех объектов. Более того, доля поверхности, покрытая микроскопическими частицами, скорее всего, значительно меньше 100% и варьирует от объекта к объекту. Это обстоятельство также уменьшает наблюдаемую глубину поляризационных минимумов и приводит к различию ПОЭ разных объектов.

Более точный количественный анализ имеющихся наблюдений в терминах конкретных значений реальных физических характеристик реголитных поверхностей в настоящее время вряд ли возможен. Этому есть несколько причин: недостаток высокоточного наблюдательного материала, ограниченные теоретические возможности, особенно при моделировании плотноупакованных дисперсных сред, и чрезвычайная морфологическая сложность и неоднородность реальных реголитных поверхностей. Принципиально важно, однако, что результаты наблюдений показывают как яркостный, так и поляризационный оппозиционный эффекты для одного и того же объекта, причем характеристики этих эффектов находятся в разумном количественном согласии с существующей теорией. Кроме того, никакой другой известный оптический «механизм» не в состоянии объяснить одновременное появление обоих оппозиционных эффектов с их уникальными морфологическими характеристиками. Поэтому данные, приведенные на рис 9.9 и 9.10, скорее всего представляют критическую массу свидетельств в пользу того, что каким бы тонким ни казался эффект слабой локализации, он действительно имеет место в естественных условиях Солнечной системы.

9.5. Основные результаты

При отсутствии развитой общей теории слабой локализации в плоскопараллельных дисперсных средах, особое значение приобретают строгие частные решения задачи. Одно из таких решений было получено в работах диссертанта [135, 141]. Оно позволяет рассчитывать все характеристики эффекта слабой локализации в направлении точно назад на основе численного решения уравне-

ния переноса. В результате появилась возможность интерпретировать данные дистанционного зондирования и астрофизических наблюдений в рамках реалистичных моделей, задаваемых в терминах конкретных физических параметров. Это решение было использовано в работах диссертанта [144, 148, 202] для детального количественного анализа зависимости многих характеристик эффекта слабой локализации от оптической толщины дисперсного слоя и размера, формы и показателя преломления рассеивающих частиц.

Другое строгое частное решение было получено в работах [27, 222], в которых рассматривалась задача многократного рассеяния света полубесконечным слоем, состоящим из непоглощающих рэлеевских частиц. На основе этого решения диссертант теоретически предсказал поляризационный оппозиционный эффект в виде чрезвычайно узкого, асимметричного минимума поляризации на фазовом угле, сравнимом с угловой полушириной когерентного пика в интенсивности [146]. Более того, он показал [146, 193], что первое лабораторное наблюдение этого эффекта следует приписать Лио [122].

Теоретическое предсказание поляризационного оппозиционного эффекта стимулировало проведение поисковых наблюдательных программ, направленных на исследование поведения поляризации излучения разных астрономических объектов на малых фазовых углах. Применение существующей теории к анализу большого объема результатов наблюдений позволило диссертанту заключить, что совокупность уникальных оппозиционных эффектов в яркости и поляризации, типичную для класса высокоальбедных безатмосферных тел Солнечной системы, можно объяснить эффектом слабой локализацией электромагнитных волн при рассеянии света на порошкообразных (реголитных) поверхностях этих объектов [142, 146, 164, 165, 201].

ГЛАВА 10

ДИСТАНЦИОННОЕ ЗОНДИРОВАНИЕ АЭРОЗОЛЕЙ В ЗЕМНОЙ АТМОСФЕРЕ СО СПУТНИКОВ

Одним из основных «пользователей» теории электромагнитного рассеяния частицами является такая отрасль науки, как дистанционное зондирование земной атмосферы с орбитальных спутников. Значительное влияние аэрозольных и облачных частиц на погоду, климат и степень загрязнения окружающей среды хорошо известно (см., например, [107] и ссылки там). Глобальный характер этого явления и глобальная взаимозависимость процессов, контролирующих распределение аэрозольных и облачных частиц, объясняют необходимость непрерывного дистанционного зондирования аэрозолей и облаков со спутников. Очевидно, что эта задача не относится к классу легко разрешимых.

Основными факторами, затрудняющими решение этой задачи, являются чрезвычайные сложность, разнообразие и переменчивость ситуаций, попадающих в поле зрения орбитального инструмента. Как правило, излучение, попадающее в приемник света, рассеивается вертикально и горизонтально неоднородной атмосферой и горизонтально неоднородной поверхностью. Атмосфера может состоять из нескольких слоев, образованных смесью воздуха и частиц различных типов. Частицы могут быть как сферическими капельками воды, так и несферическими и морфологически сложными частицами пыли, сажи, морской соли или льда; часто встречаются и частицы биологического происхождения (рис. 10.1). Разнообразие типов земной поверхности вообще не поддается простой классификации, и даже поверхность океана может сильно меняться с изменением скорости и направления ветра. При этом все многочисленные модельные параметры, которые описывают исключительно сложную систему, состоящую из атмосферы и поверхности и попадающую в поле зрения инструмента, должны быть определены одновременно путем анализа измеренных параметров (много-

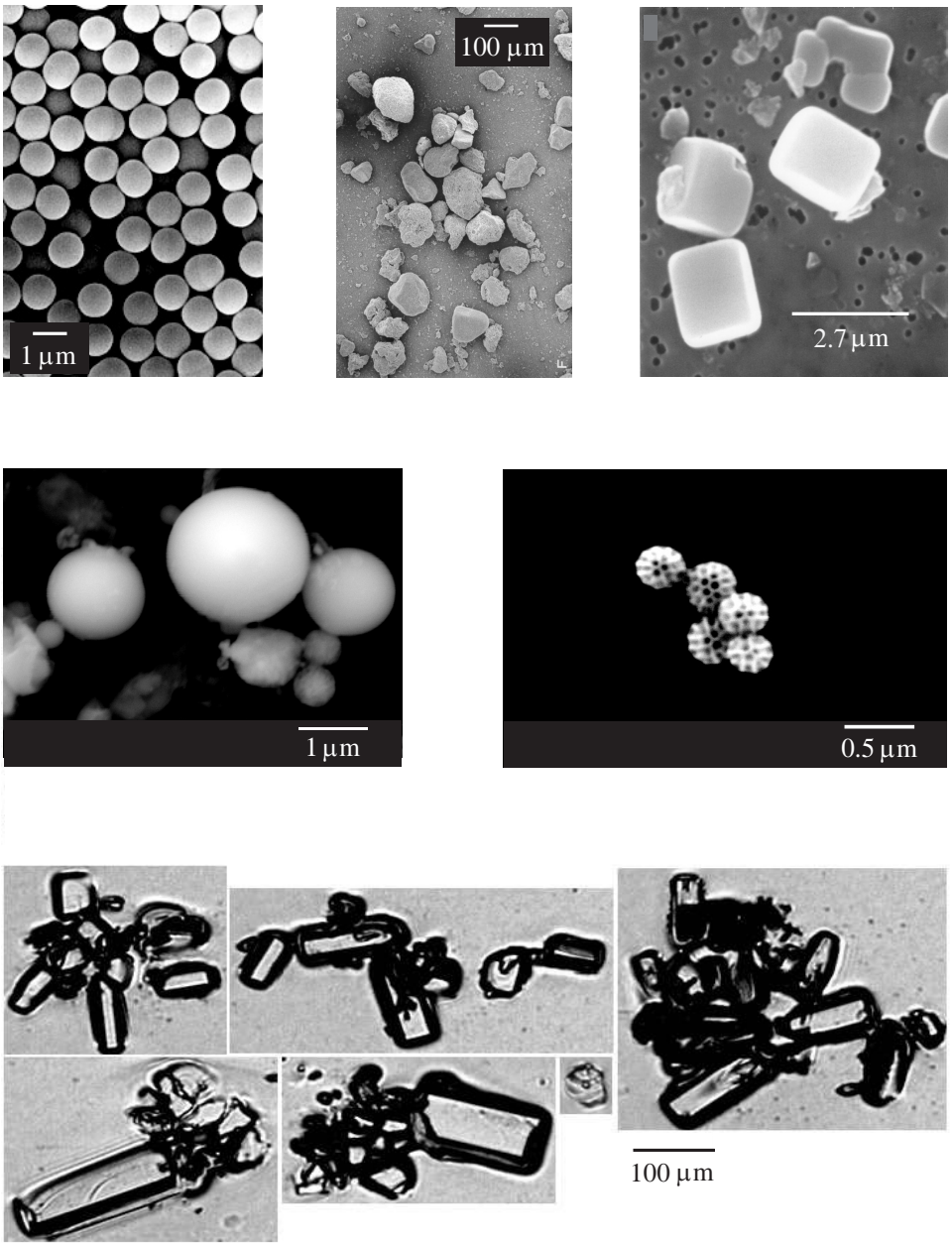

Рис. 10.1. Типы аэрозольных и облачных частиц, характерные для земной атмосферы.

кратно) рассеянного света.

Вышесказанное означает, что адекватный подход к проблеме дистанционного зондирования должен включать решение следующих основных задач:

1) анализ того, какие количественные характеристики аэрозольных и облачных частиц необходимо восстановить из спутниковых наблюдений и какова должна быть точность этого восстановления;

2) анализ того, какие конкретные оптические измерения необходимо выполнить для решения задачи 1;
3) анализ того, какая конструкция инструмента позволит решить задачу 2;
4) разработку теоретических и модельных средств, необходимых для адекватного решения обратной задачи и извлечения необходимой информации из конкретных оптических измерений.

Вклад диссертанта в решение четвертой задачи был в достаточной мере изложен в предыдущих главах. В этой главе мы опишем соответствующий вклад в решение задач 1–3, сделанный в рамках двух крупных научных программ NASA. Первая из них носит название Global Aerosol Climatology Project (GACP) и находится под эгидой World Climate Research Program (WCRP) [190, 196, 204, 209, 211]. Вторая программа связана с разработкой и запуском орбитальной миссии NASA под названием Glory и будет включать обработку данных с уникального по своим возможностям прибора, называемого Aerosol Polarimetry Sensor (APS) [197, 207].

Существуют два класса спутниковых инструментов для дистанционного зондирования аэрозолей и облаков. Пассивные инструменты используются для измерения характеристик отраженного солнечного излучения или испущенного теплового излучения. Активные инструменты включают в себя искусственные источники излучения, такие как лазеры и радиоантенны. Поскольку возможности пассивных и активных инструментов дополняют друг друга, не вызывает сомнения, что многие будущие космические миссии будут содержать инструменты обоих типов. Однако последующее обсуждение будет относиться только к пассивным методикам дистанционного зондирования.

10.1. Требования к измерениям характеристик аэрозольных и облачных частиц

Рассеивая и поглощая как солнечное излучение, так и инфракрасное излу-

чение, испущенное земной поверхностью, аэрозольные частицы вызывают так называемый прямой радиационный эффект, влияющий на климат. Кроме того, аэрозольные частицы могут служить ядрами конденсации для облачных частиц и частиц осадков. Поэтому изменения в количестве, распределении и микрофизических свойствах аэрозольных частиц могут приводить к изменениям в облачности и осадках. Это явление получило название косвенного климатического эффекта аэрозолей. К сожалению, современное количественное понимание прямого и косвенного аэрозольных эффектов является совершенно неудовлетворительным, в результате чего существующая неопределенность в оценке этих эффектов оказывается сравнимой с самой их величиной [80].

С целью существенного уменьшения этой неопределенности был выполнен тщательный анализ того, какие свойства аэрозольных и облачных частиц необходимо восстановить из спутниковых оптических измерений и с какой точностью [197]. Левая часть рис. 10.2 обобщает научные задачи любого системного подхода, имеющего целью значительно улучшить количественное понимание климатических эффектов аэрозолей. Правая часть этого рисунка перечисляет минимальный набор характеристик аэрозолей и облаков, знание которых необходимо для получения улучшенной количественной оценки глобального распределения климатических эффектов, вызванных наличием аэрозолей.

Необходимый набор аэрозольных характеристик включает полную оптическую толщину, средние по вертикали значения эффективного радиуса и эффективной дисперсии распределения по размерам (см. формулы (4.2)–(4.5)), действительную часть показателя преломления, форму частиц и альбедо однократного рассеяния. Как уже указывалось (см. раздел 4.2), эффективный радиус имеет размерность длины и является мерой среднего размера частиц, тогда как безразмерная эффективная дисперсия характеризует ширину распределения частиц по размерам. Поскольку аэрозольная компонента атмосферы часто является бимодальной, то все эти характеристики необходимо определить для каждой

Рис. 10.2. Конкретные требования к пассивным дистанционным измерениям аэрозолей и облаков вытекают из общих научных задач.

моды. Показатель преломления должен быть определен на нескольких длинах волн в широком спектральном диапазоне (например, 400–2200 нм), поскольку это является единственным способом оценки химического состава аэрозолей из космоса. Составной частью любого анализа данных должно быть обнаружение несферических аэрозолей (таких как пылевые частицы и частицы морской соли и сажи), поскольку несферичность может существенным образом повлиять на оценку других аэрозольных характеристик [53, 172, 182, 196].

Необходимый набор характеристик облаков включает полную оптическую толщину, а также усредненное по высоте распределение по размерам частиц и оценку их формы [175].

Требуемые точности в оценке различных характеристик аэрозоля и облаков, указанные в правой части рис. 10.2, диктуются необходимостью:

1) обнаружить и количественно описать изменения в аэрозольных климати-

ческих эффектах, считающиеся вероятными на протяжении следующих 20 лет;

2) количественно определить вклад аэрозольных эффектов в атмосферный энергетический баланс.

Например, по имеющимся оценкам изменение аэрозольной оптической толщины на протяжении 20 лет может составить 0.04 (см. раздел 10.4), тогда как глобальное изменение оптической толщины, необходимое для изменения полного потока электромагнитной энергии у земной поверхности на 0.25 Вт/м^2, составляет 0.01. Эти оценки и диктуют требуемую высокую точность восстановления оптической толщины аэрозоля. Требуемые точности для определения характеристик распределения по размерам следуют из необходимости точно оценить количество аэрозольных и облачных частиц в единице объема (см. раздел 10.3) и тем самым обнаружить и количественно описать косвенный аэрозольный эффект. Дополнительным определяющим фактором является сильная зависимость эффективности конденсации на аэрозольных частицах от их размера. Необходимая точность определения показателя преломления следует из требования оценить химический состав аэрозольных частиц и, следовательно, их происхождение (естественное или искусственное).

10.2. Иерархия пассивных инструментов дистанционного зондирования

Хотя несколько спутниковых инструментов использовались и продолжают использоваться для изучения глобального распределения аэрозолей и облаков [107, 209], точное определение характеристик аэрозольных и облачных частиц остается очень сложной проблемой. Как мы уже упоминали, это объясняется исключительной сложностью и изменчивостью системы поверхность–атмосфера и необходимостью описания этой системы при помощи большого количества модельных параметров, которые должны быть одновременно восстановлены из данных измерений. Очень часто необходимое количество модельных параметров

оказывается бóльшим, чем количество *независимых* (т. е. взаимодополняющих в смысле информационного содержания) единиц измерения, даваемых инструментом для определенной площадки на земной поверхности, что приводит к плохой обусловленности обратной задачи. В таких случаях процедура восстановления дает не одно, а диапазон модельных решений, которые являются равно приемлемыми в том смысле, что они одинаково хорошо воспроизводят данные измерений в пределах экспериментальной точности [179–181]. Единственным способом улучшить постановку обратной задачи является увеличение количества единиц измерения для каждой наблюдаемой площадки до тех пор, пока последнее не превысит количество восстанавливаемых модельных параметров в несколько раз. Тогда процедура восстановления может стать стабильной и привести к единственному решению, например, с использованием метода наименьших квадратов.

В свете вышесказанного, пассивные инструменты для дистанционного зондирования аэрозолей и облаков можно классифицировать по следующим признакам (см. рис. 10.3):

- измеряет ли инструмент только удельную интенсивность $\widetilde{I}$ или все параметры Стокса излучения, попадающего в детектор;
- точность и стабильность измерений;
- количество спектральных каналов и полный спектральный диапазон;
- количество и диапазон углов, под которыми инструмент «смотрит» на каждую площадку земной поверхности.

Согласно этой классификации, к наименее «способным» пассивным инструментам относится так называемый Advanced Very High Resolution Radiometer (AVHRR) [190]. С другой стороны, практически идеальным был бы инструмент, позволяющий точно измерять все четыре параметра Стокса в большом количестве спектральных каналов внутри спектрального диапазона, простирающегося

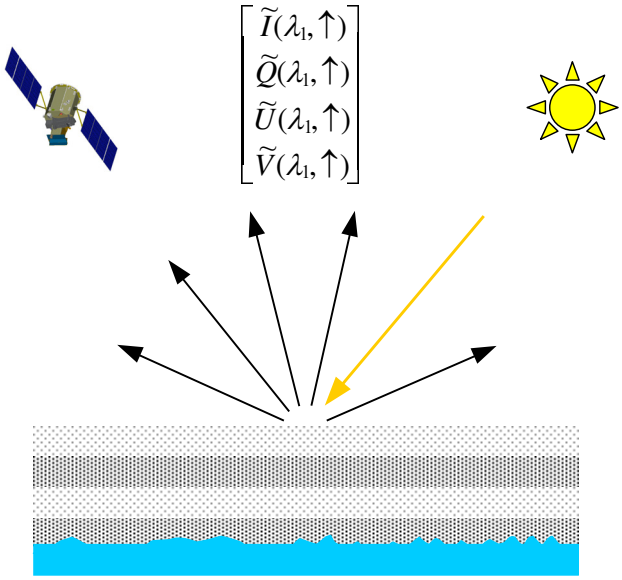

Рис. 10.3. К объяснению классификации пассивных инструментов дистанционного зондирования, измеряющих характеристики диффузно отраженного солнечного света. Параметры Стокса $\tilde{I}$, $\tilde{Q}$, $\tilde{U}$ и $\tilde{V}$ отраженного света меняются с длиной волны света λ_1 и с направлением отражения $\uparrow$.

от ближнего ультрафиолета до коротковолновой инфракрасной области, и при большом количестве углов отражения, охватывающих широкий угловой диапазон.

10.3. Теоретический анализ поляриметрии как средства дистанционного зондирования

Чтобы проиллюстрировать иерархию методов пассивного дистанционного зондирования, описанную в предыдущем разделе, проанализируем теоретически способность различных алгоритмов восстановления определять необходимые аэрозольные характеристики, в частности, количество аэрозольных частиц в вертикальной колонке единичного поперечного сечения. Для простоты ограничимся измерениями над поверхностью океана, поскольку отражательная способность морской поверхности обычно низкая и может быть сравнительно точно параметризована. Наш анализ будет основываться на точных расчетах много-

кратного рассеяния поляризованного света для реалистичной модели системы атмосфера–океан [180] и будет включать имитацию нескольких типов алгоритмов восстановления, основанных на измерениях удельной интенсивности $\widetilde{I}$ отраженного излучения или удельной интенсивности и параметров Стокса $\widetilde{Q}$ и $\widetilde{U}$ отраженного света в одном спектральном канале, центрированном на длину волны 865 нм [181].

Введем так называемые нормированные параметры Стокса $q = \widetilde{Q}/\widetilde{I}$ (%) и $u = \widetilde{U}/\widetilde{I}$ (%), ограничимся моделью аэрозоля в виде одномодального гамма распределения по размерам (4.1) с фиксированной эффективной дисперсией 0.2 и предположим для простоты, что шероховатость морской поверхности соответствует фиксированной скорости ветра 7 м/сек. Рассмотрим две стратегии восстановления, основанные на одноканальных спутниковых наблюдениях. Первая из них будет называться AVHRR-стратегией (измерения характеристик диффузно отраженного солнечного света проводятся только для одного угла отражения), а вторая – APS-стратегией (измерения характеристик диффузно отраженного солнечного света проводятся для нескольких углов отражения). Косинус угла падения зафиксирован на $\mu_0 = 0.8$. В случае APS-стратегии косинус угла отражения μ меняется от 0.2 до 1 с шагом 0.2 в плоскости орбиты спутника, заданной азимутальными углами по отношению к Солнцу, равными φ = 60° и –120°. В результате, 9 направлений отражения соответствуют диапазону углов рассеяния от 82° до 148°. Для AVHRR-стратегии направление отражения дается параметрами μ = 0.6 и φ = –120° и соответствует углу рассеяния 103.9° в той же плоскости орбиты.

Синтетические «данные наблюдений» включают в себя величины $\widetilde{I}$, q и u, рассчитанные для «стандартной» модели аэрозоля и соответствуют оптической толщине $\mathcal{T} = 0.2$, эффективному радиусу $r_{\text{eff}} = 0.3\,\mu\text{m}$ и показателю преломления m = 1.45. Мы предполагаем, что все параметры аэрозоля неизвестны, и восстанавливаем их путем сравнения характеристик отраженного излучения,

соответствующих стандартной модели, с таковыми, вычисленными для большого набора пробных моделей.

Мы используем три критерия отбора, которые предназначены для моделирования восстановлений, основанных на измерениях только интенсивности (критерий A), только поляризации (критерий B), а также интенсивности и поляризации (критерий C). Эти критерии отбирают те пробные модели аэрозоля, для которых рассчитанные интенсивность и/или поляризация отличаются от соответствующих синтетических «наблюдений» не больше, чем на величину ошибок измерений. Для APS-стратегии различия усредняются по девяти направлениям отражения. Все пробные модели, прошедшие через процедуру отбора, являются одинаково приемлемыми решениями задачи восстановления и ни одной из них не может быть отдано предпочтение.

То обстоятельство, что ошибки измерений никогда не равны нулю, приводит к неединственности решения обратной задачи. Эта неединственность хорошо продемонстрирована на диаграммах (a)–(f) рис. 10.4, которые были построены исходя из предположения, что случайные ошибки в измеренной интенсивности и поляризации могут достигать ±4% и ±0.2% соответственно. Точка пересечения белых пунктирных линий на диаграммах (c) и (d) отмечает стандартную модель аэрозоля, т. е. правильное решение обратной задачи. Зеленым цветом показаны все пробные комбинации $(\mathcal{T}, r_{\mathrm{eff}}, m)$ (для m = 1.35, 1.45 и 1.6), удовлетворяющие критерию A, малиновый цвет показывает результат применения критерия B, а пересечение зеленой и малиновой областей – результат использования критерия C. Видно, что использование AVHRR-стратегии с измерением только интенсивности (зеленые области на диаграммах (a), (c) и (e)) дает совершенно неудовлетворительные результаты. Одновременное использование девяти измерений интенсивности в рамках APS стратегии (зеленые области на диаграммах (b), (d) и (f)) заметно улучшает результаты восстановления, но все еще не обеспечивает необходимой точности определения всех характеристик аэрозоля. Последнее

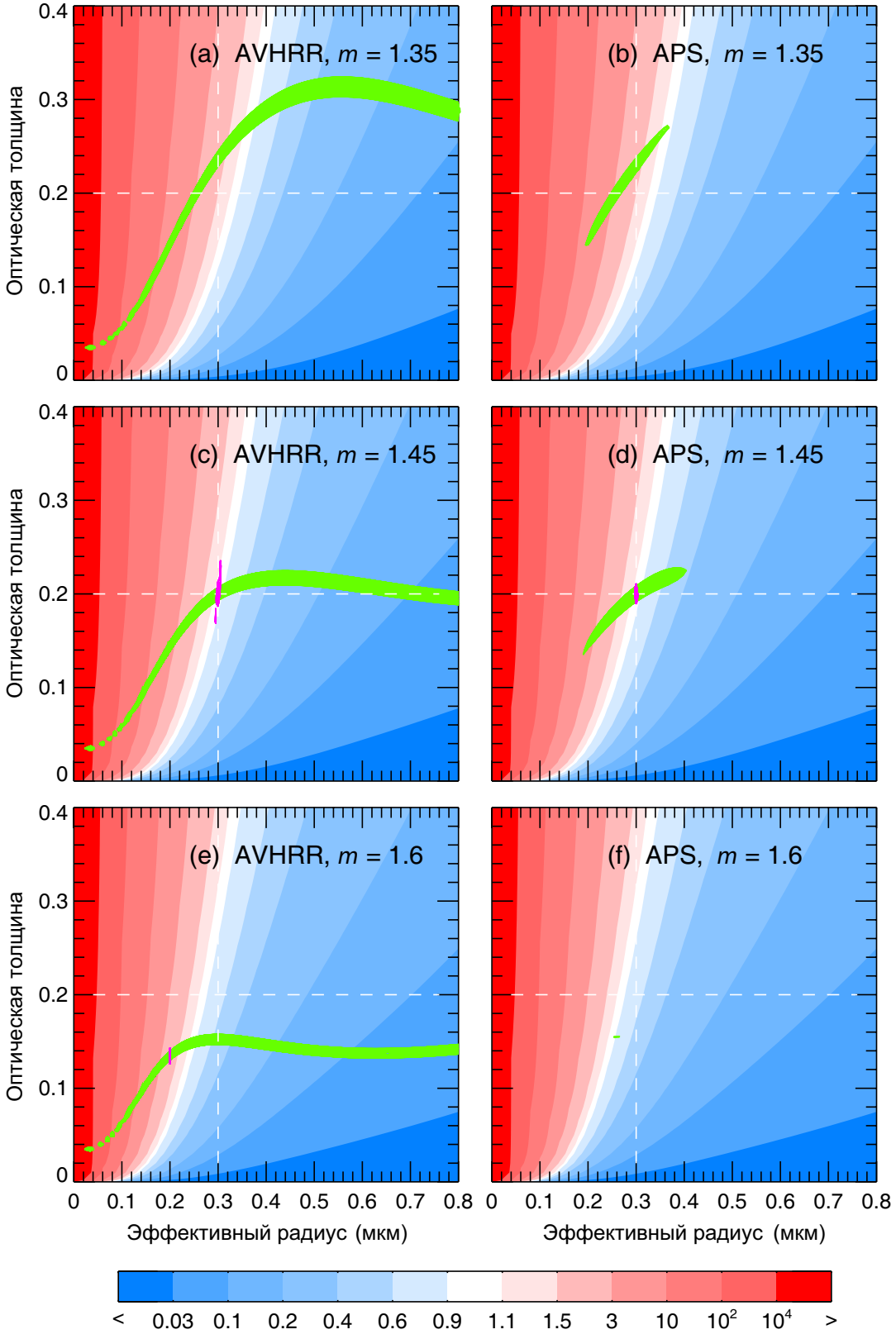

Рис. 10.4. Различные типы процедур восстановления характеристик аэрозоля.

становится возможным только с использованием измерений поляризации при нескольких направлениях отражения (малиновая область на диаграмме (d)). Отсутствие малиновых областей на диаграммах (b) и (f) демонстрирует чувствительность этого типа измерений к показателю преломления. Совместное использование измерений интенсивности и поляризации при нескольких направлениях отражения (малиновая область на диаграмме (d)) еще более улучшает точность восстановления, но не намного.

Красно-голубой фон на всех диаграммах демонстрирует соответствующую точность восстановления количества аэрозольных частиц в вертикальной колонке единичного поперечного сечения. Отметим, что цветовая диаграмма, показывающая отношение восстановленного количества частиц к «реальному», является сильно нелинейной и что белый цвет соответствует областям, в которых восстановленное количество частиц отличается от реального не более чем на ±10%. Очевидно, что только использование измерений поляризации при нескольких направлениях отражения позволяет определить концентрацию аэрозольных частиц с достаточно высокой точностью.

Таким образом, наш теоретический анализ убедительно показывает определяющее преимущество фотополяриметрии как средства дистанционного зондирования, которое объясняется высокой чувствительностью второго и третьего параметров Стокса рассеянного света к характеристикам частиц [79, 180, 194]. Хотя наш анализ был ограничен рассмотрением только одноканальных алгоритмов восстановления, решающее преимущество фотополяриметрии над фотометрией сохраняется и в случае многоканальных алгоритмов [46, 47].

10.4. Временной ряд глобального распределения аэрозолей, полученный в рамках GACP

Как уже указывалось, AVHRR не является инструментом, предназначенным для точных восстановлений детальных характеристик аэрозолей. Действи-

тельно, этот инструмент измеряет только интенсивность отраженного солнечного излучения, причем только в двух близких каналах в видимой и ближней инфракрасной областях спектра (650 и 850 нм) и только для одного направления отражения (зависящего от сезона, орбиты и географических координат площадки наблюдения). Такой тип измерений вынуждает использовать простейший алгоритм восстановления, который дает на выходе оценку только полной оптической толщины аэрозоля и его среднего размера [190, 196]. Все остальные параметры модели считаются «известными» и фиксируются на значениях, обеспечивающих наилучшую среднюю точность восстановления оптической толщины. Однако решающим достоинством этого набора данных является его беспрецедентная продолжительность (с августа 1981 г. и до настоящего времени). В результате, набор данных, полученный в рамках GACP [190, 196, 204, 209, 211], является единственным источником информации о долгосрочных изменениях в глобальном распределении тропосферного аэрозоля.

Рисунок 10.5 показывает оптическую толщину аэрозолей, усредненную либо по всему земному шару, либо по северному или южному полушарию. Для сравнения, голубая кривая показывает набор данных для стратосферного аэрозоля, который был получен на основе независимых измерений при помощи инструмента, который называется Stratospheric Aerosol and Gas Experiment (SAGE). Во

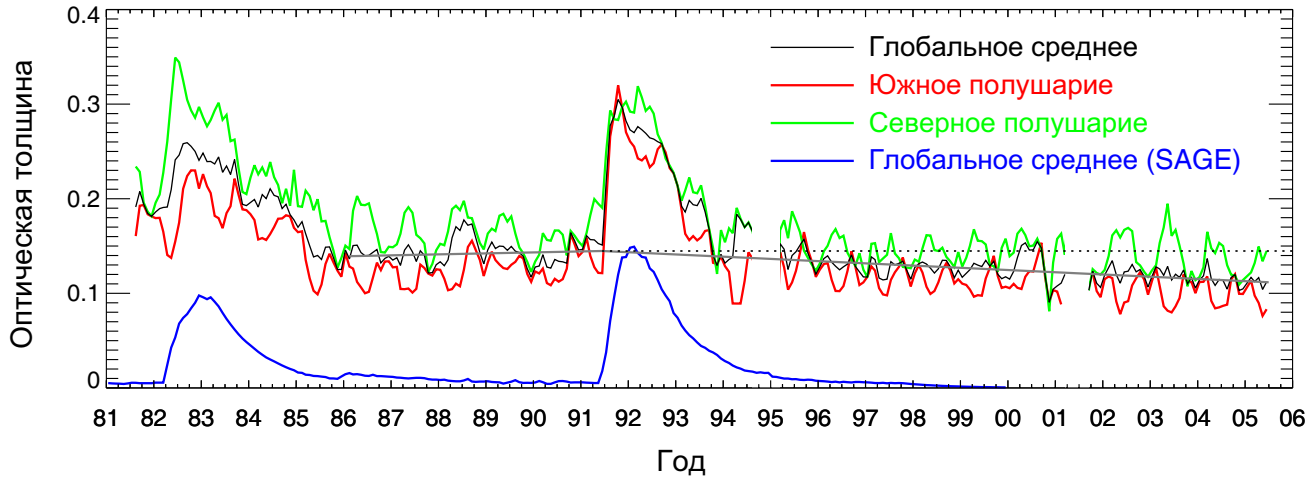

Рис. 10.5. Оптическая толщина аэрозолей по результатам GACP.

всех случаях хорошо видны следствия выброса огромных количеств вулканического материала в стратосферу за счет извержений El Chichon (март 1982 г.) и Mt Pinatubo (июнь 1991 г.). Более того, результаты GACP ясно указывают на существенное уменьшение оптической толщины тропосферного аэрозоля за период с конца 1980-х до начала 2000-х годов [211].

Рисунок 10.6 показывает, что глобальные изменения в оптической толщине тропосферного аэрозоля сопровождались еще более существенными региональными изменениями [204]. Как показано в этой работе, региональные изменения согласуются с имеющимися независимыми оценками, полученными на основе наземных наблюдений и анализов количества индустриальных выбросов аэрозольного материала в атмосферу в различных странах. Тем не менее, точность и детальность набора данных GACP остаются явно недостаточными для того, чтобы решить задачи, сформулированные во введении к этой главе и в разделе 10.1.

10.5. Дистанционное зондирование аэрозолей и облаков при помощи современных поляриметров

В отличие от AVHRR, фотополяриметр APS (см. рис. 10.7) был специально разработан для точного и детального дистанционного зондирования аэрозолей и облаков и, благодаря специальной конструкции, располагается на самом верху иерархии пассивных инструментов, сформулированной в разделе 10.2. Как уже указывалось, APS должен стать частью орбитальной миссии Glory и должен быть выведен на орбиту в начале 2009 г. [207]. Предполагается, что APS будет иметь девять узких спектральных каналов, распределенных по спектральному диапазону от 410 до 2200 нм (см. рис. 10.8). Центральные длины волн всех каналов были выбраны с целью обеспечения максимальной чувствительности прибора к определенным свойствам аэрозольных и облачных частиц. Сканирование вдоль траектории полета позволяет APS «увидеть» каждую площадку под ~250 различными углами (см. рис. 10.9), что, согласно результатам раздела 10.3,

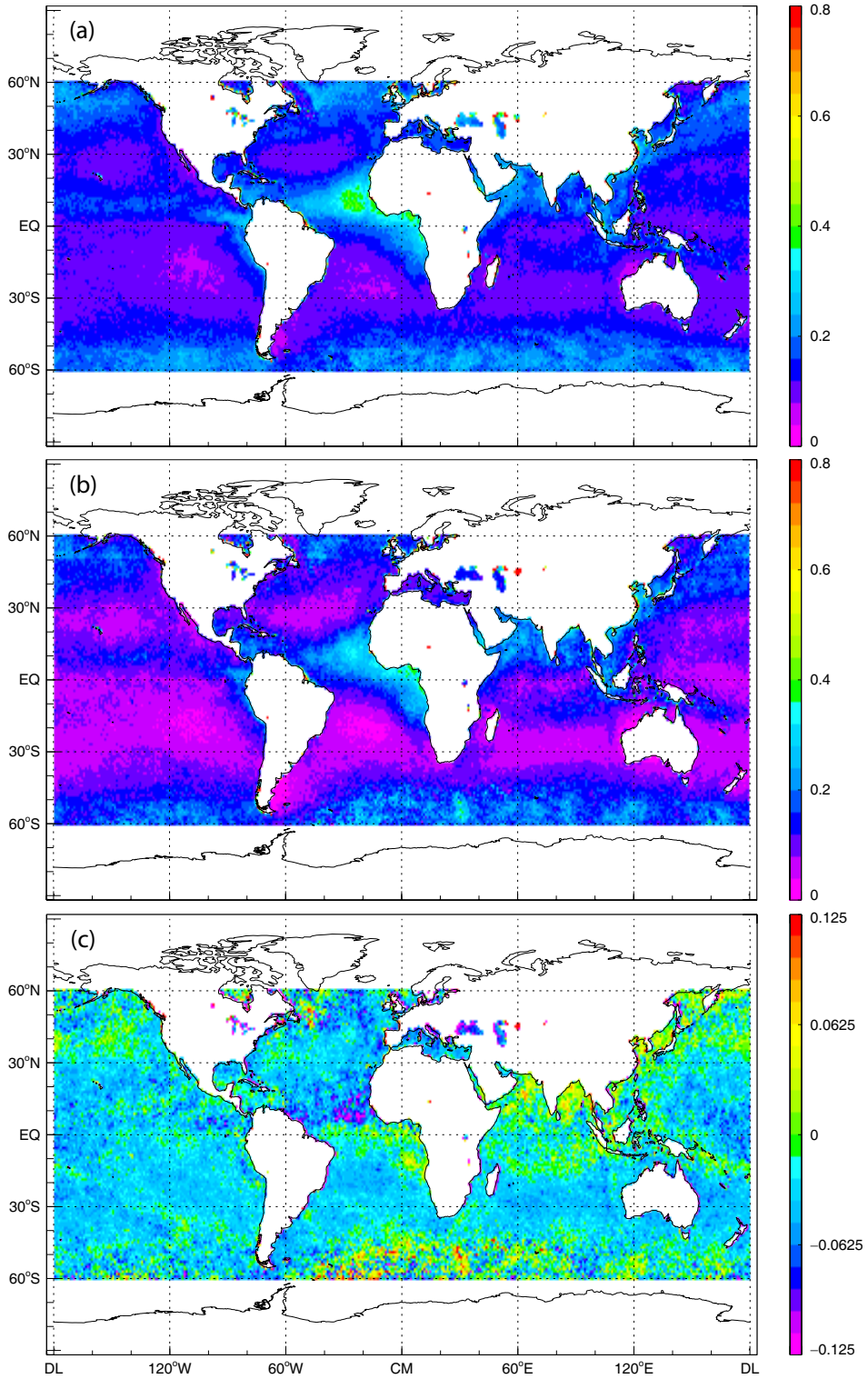

Рис. 10.6. (a) Глобальное распределение оптической толщины аэрозоля, усредненной за период с июня 1988 г. по июнь 1990 г. (b) То же, что на диаграмме (a), но для периода с июля 2000 г. по июнь 2005 г. (c) Разница между результатами, показанными на диаграммах (b) и (a).

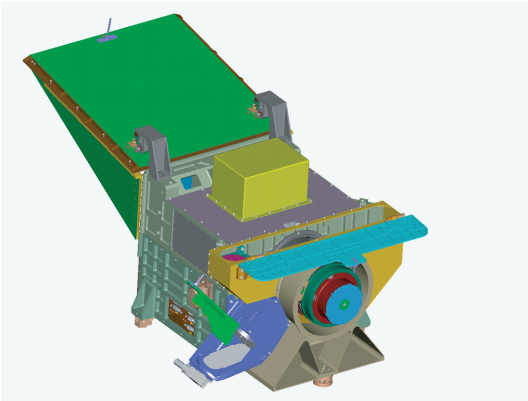

Рис. 10.7. Орбитальный фотополяриметр APS.

радикально увеличивает информационное содержание измерений. APS должен измерять три первых параметра Стокса во всех спектральных каналах, причем фотометрическая точность измерений должна быть не хуже 4%, а точность измерения степени поляризации должна быть не хуже 0.15% в видимой и ближней инфракрасной областях спектра и не хуже 0.2% во всех остальных каналах. Алгоритмы обработки данных с APS включают все новейшие теоретические разработки, описанные в предыдущих главах.

Хотя APS все еще находится в стадии изготовления, существует его макет

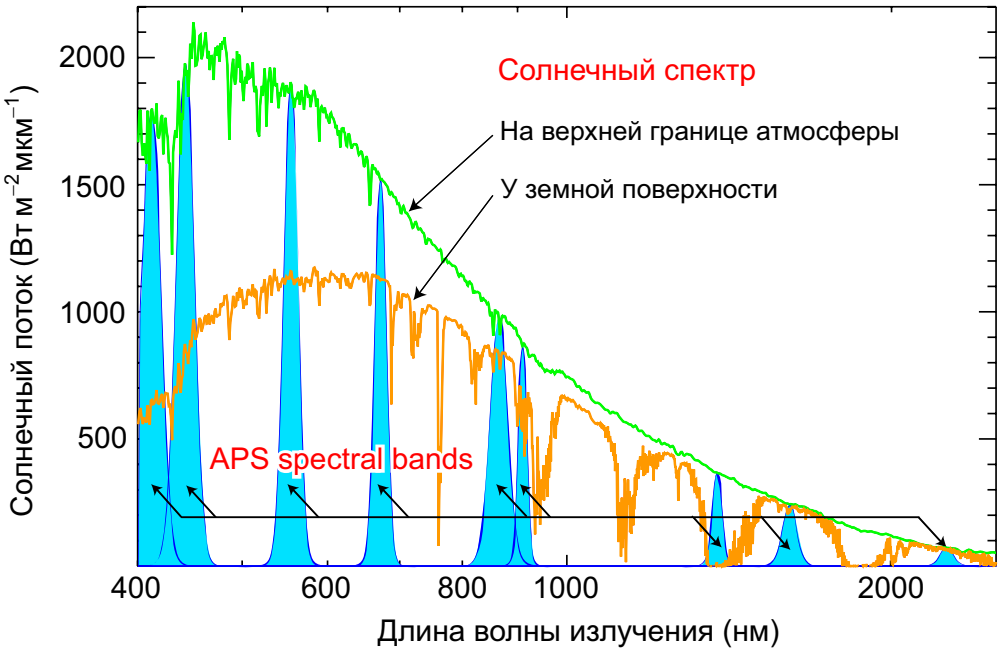

Рис. 10.8. Расположение девяти спектральных каналов APS.

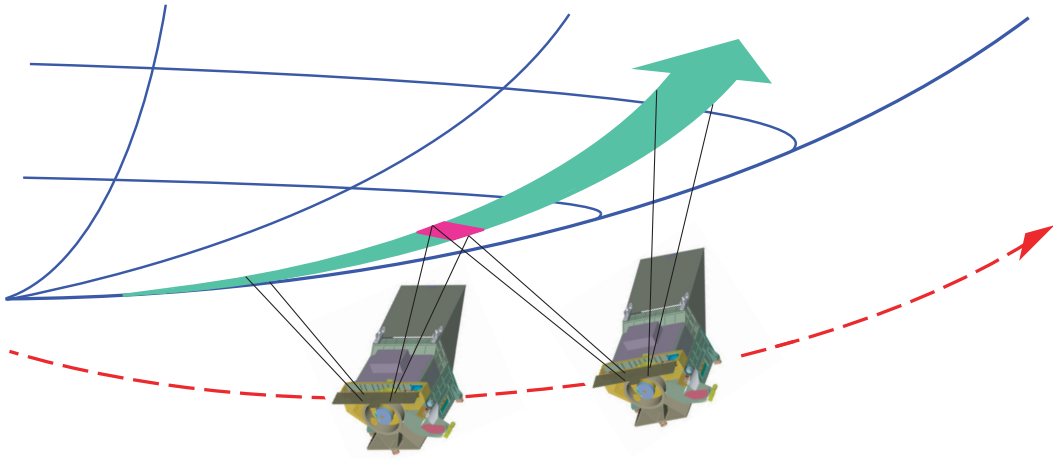

Рис. 10.9. Сканирование вдоль траектории полета позволяет получать измерения при ~250 углах отражения для каждой площадки на земной поверхности.

(называемый Research Scanning Polarimeter или RSP), который был многократно использован для наблюдений с самолетов. Полученные результаты демонстрируют уникальные возможности инструментальной концепции APS. В качестве примера, рис. 10.10 позволяет сравнить оптические толщины аэрозолей, измеренные при помощи наземных солнечных фотометров и восстановленные из поляриметрических измерений, выполненных с самолетов. Достигнутая точность восстановления оптической толщины из дистанционных наблюдений является беспрецедентной [209]. Более того, высокая точность восстановления спектрального хода оптической толщины указывает также на высокую точность восстановления параметров распределения аэрозольных частиц по размерам. Дальнейшие примеры анализа поляриметрических данных, полученных при помощи RSP, описаны в [46, 47].

10.6. Основные результаты

Целью этой главы было дать ретроспективное объяснение мотивации многих теоретических разработок, описанных в предыдущих главах диссертации, а также продемонстрировать конкретное применение этих разработок для

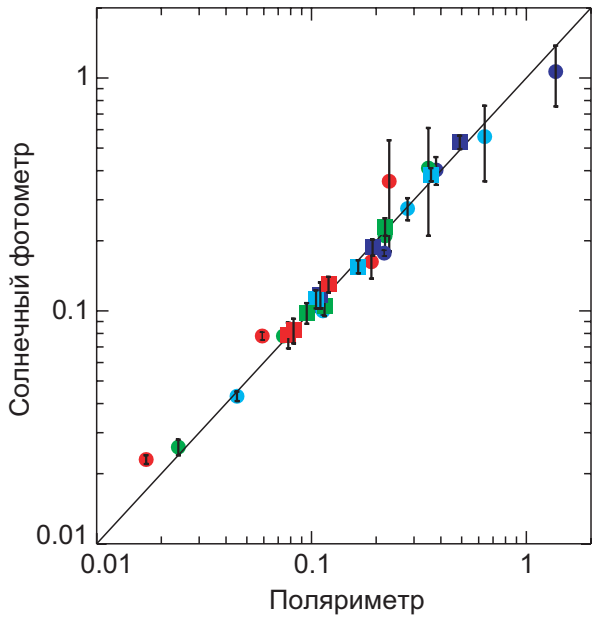

Рис. 10.10. Сравнение оптических толщин аэрозолей, измеренных при помощи наземных солнечных фотометров и восстановленные из поляриметрических измерений. Измерения на динах волн 410/443, 500, 673 и 865 нм показаны синими, голубыми, зелеными и красными символами соответственно. Кружки соответствуют измерениям над землей, а квадраты – измерениям над океаном. Ошибки показаны только для измерений с солнечными фотометрами.

решения исключительно важной климатологической проблемы. Основные результаты этой главы можно просуммировать следующим образом.

1. Впервые сформулирована совокупность детальных количественных требований к климатической программе пассивного дистанционного зондирования аэрозольных и облачных частиц с орбитальных спутников Земли [197].
2. Проведен детальный сравнительный анализ возможностей различных методик дистанционного зондирования аэрозольных и облачных частиц, основанных на пассивных измерениях [197, 207, 209].
3. Построен уникальный по длительности временной ряд глобального распределения аэрозолей в рамках программы GACP. Открыто значительное уменьшение средней глобальной оптической толщины тропосферных аэрозолей за последние 20 лет, которое сопровождается сильными региональ-

ными изменениями [190, 196, 204, 209, 211].

4. Сформулированы научные задачи для орбитального фотополяриметра APS, предназначенного для высокоточных восстановлений детальных свойств тропосферных аэрозолей и облаков в рамках космической миссии NASA под названием Glory [207].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Естественные и искусственные среды, состоящие из дискретных частиц, являются предметом активного исследования во многих областях науки. Рассеяние электромагнитного излучения дисперсными средами представляет собой фундаментальное физическое явление, которое обычно вызывается естественным образом. Оно оказывает существенное влияние на многие сопутствующие физические и химические процессы и на само состояние среды, и приводит к возникновению электромагнитного сигнала, измерение и интерпретация которого могут дать полезную информацию о среде. Электромагнитное рассеяние может также вызываться искусственно и служить средством лабораторной или дистанционной диагностики свойств среды.

В той мере, в которой частицы среды являются макроскопическими рассеивателями, к которым приложима концепция показателя преломления, явление электромагнитного рассеяния полностью описывается макроскопическими уравнениями Максвелла. Однако практическое решение уравнений Максвелла в применении ко многим естественным и искусственным дисперсным средам оказывается весьма трудной задачей. Поэтому существует широко распространенная тенденция избегать явного привлечения уравнений Максвелла, используя взамен одну из приближенных или феноменологических теорий, имеющих плохо определенную точность и неизвестную область применимости.

Недостатки такого подхода к решению проблемы электромагнитного рассеяния очевидны. Поэтому в диссертации была поставлена цель развить унифицированный микрофизический подход к задаче однократного и многократного рассеяния света, непосредственно вытекающий из уравнений Максвелла, и, в частности, разработать как строгие, так и асимптотически точные методы расчета светорассеивающих свойств индивидуальных частиц и больших групп частиц. Второй целью диссертации, неразрывно связанной с первой, было приме-

нить разработанные методы к решению конкретных проблем, диктуемых практикой. Ниже мы перечислим основные результаты диссертации и обсудим, в какой степени удалось достичь ее главных целей.

Строгое решение уравнений Максвелла. Несомненно, что если прямое численно-точное решение уравнений Максвелла на ЭВМ оказывается возможным, то оно является самым предпочтительным способом анализа электромагнитного рассеяния. В диссертации был существенно развит так называемый *T*-матричный подход к решению уравнений Максвелла и значительно расширен диапазон его практической применимости. Были получены следующие конкретные результаты:

- Разработаны эффективные средства улучшения сходимости расчетов по методу расширенного граничного условия, которые привели к радикальному увеличению допустимого диапазона размеров и степени несферичности частиц.
- Разработан эффективный (квази)аналитический метод расчета однократного рассеяния ансамблем хаотически или аксиально ориентированных несферических частиц.
- Разработана общая *T*-матричная процедура расчета светорассеивающих характеристик несферической частицы, находящейся в произвольной ориентации по отношению к лабораторной системе координат, при произвольных направлениях облучения и рассеяния по отношению к той же системе координат. Эта процедура может эффективно использоваться при решении уравнения переноса излучения в анизотропных средах, состоящих из полностью или частично ориентированных частиц.
- Разработан пакет эффективных *T*-матричных программ, позволяющий решать широкий круг практических задач. Этот пакет был размещен на общедоступном электронном сервере http://www.giss.nasa.gov/~crmim в 1996

году и с тех пор активно использовался представителями самых разнообразных научных дисциплин.

Однократное рассеяние несферическими частицами. Знание таких величин как матрица экстинкции, фазовая матрица, матрица рассеяния и оптические сечения необходимо как для анализа лабораторных измерений электромагнитного рассеяния одиночной частицей, так и для использования формул приближения однократного рассеяния и решения уравнения переноса. Поскольку большинство частиц в естественных и искусственных условиях являются несферическими, то строгий анализ зависимости этих светорассеивающих свойств частиц от их формы (морфологии) имеет первостепенное практическое значение.

Эффективные *T*-матричные программы, разработанные диссертантом, позволили ему впервые провести системный и детальный анализ светорассеивающих свойств монодисперсных и полидисперсных несферических частиц. В частности, обнаружено полное исчезновение сверхузких резонансных образований при деформации поверхности сферической частицы всего на одну сотую длины волны света. Также продемонстрировано определяющее влияние дисперсии размеров и усреднения по ориентациям несферических частиц на интерференционную и резонансную структуры рассеяния. Уникальные по объему результаты *T*-матричных расчетов позволили качественно и количественно охарактеризовать сильную зависимость оптических сечений и элементов матрицы рассеяния от формы и морфологии частиц.

Анализ концепции многократного рассеяния. В контексте уравнений Максвелла объект с любой морфологией рассматривается как единый рассеиватель. Однако, если рассеивающий объект представляет собой группу из нескольких частиц, то оказывается удобным использовать формализм уравнений Фолди–Лакса и представить полное рассеянное поле в виде векторной супер-

позиции полей, рассеянных отдельными частицами. Формальное разложение уравнений Фолди–Лакса в ряд Неймана позволяет ввести концепцию многократного рассеяния электромагнитных волн. Анализ, проведенный диссертантом, показывает, что концепция многократного рассеяния не описывает реальный физический процесс, а имеет чисто математический характер. Однако разложение уравнений Фолди–Лакса в ряд по кратностям рассеяния оказывается эффективным аналитическим средством при выводе уравнения переноса и теории слабой локализации и позволяет наглядно интерпретировать результаты строгих *T*-матричных расчетов для случайных групп частиц.

Строгие расчеты многократного рассеяния. Методы прямого решения уравнений Максвелла все еще не могут быть использованы для непосредственного расчета рассеяния света такими многочастичными объектами как облака, реголитные поверхности и коллоидные взвеси. Тем не менее, *T*-матричный метод позволяет изучать достаточно сложные дисперсные системы и моделировать поведение различных эффектов многократного рассеяния по мере возрастания количества частиц в объеме случайной среды. На основе этого подхода численно продемонстрированы эффекты многократного рассеяния электромагнитных волн при рассеянии света случайными дисперсными средами и впервые воспроизведена совокупность эффектов слабой локализации.

Микрофизические теории переноса излучения и слабой локализации. *T*-матричные расчеты электромагнитного рассеяния становятся неэффективными, когда количество микронных частиц в объеме случайной дисперсной среды переходит за тысячу. Тем не менее, расчеты даже для меньшего количества частиц приводят к пониманию того, что можно ожидать в предельном случае очень большого количества и очень малой объемной упаковки частиц. Рассмотрение этого предела в рамках уравнений Фолди–Лакса приводит к общему уравнению переноса, предсказанному Розенбергом в 1955 г. [91], и общей

формулировке теории слабой локализации. Таким образом, теории переноса и слабой локализации переходят из области феноменологии в разряд асимптотических решений уравнений Максвелла. В результате становится возможным предметный и детальный анализ:

- конкретных приближений и предположений, необходимых для вывода теорий переноса и слабой локализации;
- физического смысла величин, входящих в уравнение переноса, и их отношения к реально измеряемым величинам;
- условий и диапазона применимости уравнения переноса и теории слабой локализации;
- практического смысла условий эргодичности и статистической однородности рассеивающей среды в контексте реальных оптических измерений;
- места теорий переноса излучения и слабой локализации в общей иерархии проблем электромагнитного рассеяния.

Перенос поляризованного излучения в анизотропных плоскопараллельных средах. Совокупность формул и уравнений, известная под названием «классическая теория переноса», оказывается неприменимой к разреженным дисперсным средам, состоящим из частично или полностью ориентированных частиц. Поэтому потребовалось обобщить эту теорию, рассмотрев произвольный случай анизотропной плоскопараллельной дисперсной среды. В диссертации это сделано путем вывода всех производных уравнений непосредственно из уравнения переноса, т. е. не используя такие феноменологические приемы, как принципы инвариантности. Тем самым была еще раз продемонстрирована прямая выводимость всех результатов феноменологической теории переноса излучения в случайных дисперсных средах из уравнений Максвелла. Также показано, что стандартная векторная теория переноса в макроскопически изотропных и зеркально симметричных средах является частным случаем общей теории.

Анализ точности скалярного приближения. Хотя скалярная форма уравнения переноса не имеет физического происхождения, она используется значительно чаще, чем строгое векторное уравнение переноса в силу своей простоты. Поэтому было важно выполнить детальный количественный анализ ошибок скалярного приближения для широкого диапазона параметров рассеивающей дисперсной среды. Этот анализ привел к следующим основным выводам:

- Главной причиной ошибок скалярного приближения является рэлеевский или квазирэлеевский тип угловой зависимости отношения элементов нормализованной матрицы однократного рассеяния $-b_1(\Theta)/a_1(\Theta)$ с сильным максимумом в области угла рассеяния $\Theta = 90°$.
- В случае чистого рэлеевского рассеяния ошибки скалярного приближения могут достигать 12% при оптической толщине слоя порядка единицы.
- В случае рассеяния полидисперсными сферическими частицами ошибки скалярного приближения оказываются максимальными при эффективных размерных параметрах частиц, близких к единице. С ростом размера частиц ошибки быстро уменьшаются и становятся несущественными при эффективных размерных параметрах, превосходящих 3.

Слабая локализация в плоскопараллельных дисперсных средах. Отсутствие эффективных общих методов расчета характеристик слабой локализации придает особое значение строгим частным решениям задачи. Одно из таких решений, полученное диссертантом, показывает, что хотя уравнение переноса выведено путем отбрасывания циклических диаграмм, все наблюдаемые характеристики эффекта слабой локализации, соответствующие направлению рассеяния точно назад, могут быть найдены путем решения уравнения переноса. Этот результат позволил количественно изучить зависимость многих характеристик эффекта слабой локализации от оптической толщины дисперсного

слоя и физических параметров рассеивающих частиц.

Другое строгое решение было получено в [27, 222] для полубесконечного слоя, состоящего из непоглощающих рэлеевских частиц. На основе этого решения диссертант впервые теоретически предсказал поляризационный оппозиционный эффект в виде исключительно узкого асимметричного минимума в линейной поляризации на фазовом угле, близком к угловой полуширине когерентного пика в интенсивности.

Существующая теория была использована при анализе большого объема результатов наблюдений для определенного класса высокоальбедных безатмосферных тел Солнечной системы. Этот анализ позволил сделать вывод, что факт одновременной наблюдаемости оппозиционных эффектов в яркости и поляризации и их специфическую морфологию можно объяснить эффектом слабой локализацией электромагнитных волн при рассеянии света реголитными поверхностями этих объектов.

Дистанционное зондирование аэрозолей. Важной мотивацией для разработки описанных выше средств теоретического анализа была задача глобального определения микрофизических свойств тропосферных аэрозолей в земной атмосфере с орбитальных спутников. На основе улучшенных модельных расчетов были сформулированы детальные количественные требования к климатической программе дистанционного зондирования аэрозольных и облачных частиц и проведен сравнительный анализ возможностей различных методик дистанционного зондирования, основанных на пассивных измерениях. В результате, поставлены и детально разработаны научные задачи для орбитального фотополяриметра APS, предназначенного для высокоточного определения свойств тропосферных аэрозолей и облаков в рамках космической миссии Glory. Кроме того, имеющиеся спутниковые наблюдения были использованы для построения самого продолжительного временнóго ряда глобального распределения аэрозолей В результате, было открыто значительное уменьшение средней глобальной

оптической толщины тропосферных аэрозолей за последние 20 лет и обнаружены сопутствующие сильные региональные изменения.

* * *

В заключение диссертации отметим следующее. Как мы теперь знаем, теории переноса излучения и слабой локализации являются асимптотическими решениями уравнений Максвелла. Более того, сам вывод этих решений подсказывает границы их применимости. Знание природы и диапазона применимости приближенного решения является первым шагом на пути к улучшенному решению. В этой связи понятно, что любое улучшение теорий переноса и слабой локализации должно быть выведено непосредственно из уравнений Максвелла (или уравнений Фолди–Лакса).

Это в особенности относится к случаю рассеивающих сред, состоящих из плотноупакованных частиц. К сожалению, быстро возрастающая сложность аналитических приближений может привести к тому, что их компьютерная реализация окажется не более эффективной, чем реализация численно-точного решения. Поэтому представляется весьма вероятным, что будущий определяющий анализ оптических свойств плотноупакованных дисперсных сред будет основан на прямых компьютерных решениях уравнений Максвелла.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

ДИАДЫ И ТЕНЗОРЫ

Результатом действия тензора второго порядка на вектор является другой вектор. Эту операцию можно записать как умножение матрицы размерности 3×3, представляющей тензор, на колонку, состоящую из компонент вектора, результатом чего является колонка, состоящая из компонент другого вектора. Компоненты обоих векторов должны быть определены в одной и той же системе координат.

В бескоординатной записи тензор можно представить как сумму так называемых диад, каждая из которых является диадным произведением двух векторов $\mathbf{a}\otimes\mathbf{b}$. Операция $(\mathbf{a}\otimes\mathbf{b})\cdot\mathbf{c}$ дает вектор $\mathbf{a}(\mathbf{b}\cdot\mathbf{c})$, а операция $\mathbf{c}\cdot(\mathbf{a}\otimes\mathbf{b})$ – вектор $(\mathbf{c}\cdot\mathbf{a})\mathbf{b}$. Отметим, что сумма двух диад не обязательно является диадой. Любой тензор второго порядка можно представить как сумму не более чем девяти диад. Например, в декартовых координатах любой тензор $\overleftrightarrow{A}$ можно расписать в следующем виде:

$$\begin{aligned}\overleftrightarrow{A} = \quad & A_{xx}\hat{\mathbf{x}}\otimes\hat{\mathbf{x}} + A_{xy}\hat{\mathbf{x}}\otimes\hat{\mathbf{y}} + A_{xz}\hat{\mathbf{x}}\otimes\hat{\mathbf{z}} \\ & + A_{yx}\hat{\mathbf{y}}\otimes\hat{\mathbf{x}} + A_{yy}\hat{\mathbf{y}}\otimes\hat{\mathbf{y}} + A_{yz}\hat{\mathbf{y}}\otimes\hat{\mathbf{z}} \\ & + A_{zx}\hat{\mathbf{z}}\otimes\hat{\mathbf{x}} + A_{zy}\hat{\mathbf{z}}\otimes\hat{\mathbf{y}} + A_{zz}\hat{\mathbf{z}}\otimes\hat{\mathbf{z}},\end{aligned}$$

где $\hat{\mathbf{x}}$, $\hat{\mathbf{y}}$ и $\hat{\mathbf{z}}$ – соответствующие единичные векторы, а коэффициенты A_{ij} заполняют матрицу, представляющую тензор.

Векторное произведение $(\mathbf{a}\otimes\mathbf{b})\times\mathbf{c}$ определяется как диада $\mathbf{a}\otimes(\mathbf{b}\times\mathbf{c})$, а произведение $\mathbf{c}\times(\mathbf{a}\otimes\mathbf{b})$ дает $(\mathbf{c}\times\mathbf{a})\otimes\mathbf{b}$. Скалярное произведение двух диад $\mathbf{a}\otimes\mathbf{b}$ и $\mathbf{c}\otimes\mathbf{d}$ дает диаду $(\mathbf{b}\cdot\mathbf{c})(\mathbf{a}\otimes\mathbf{d})$.

Транспонирование тензора $\overleftrightarrow{A}$ дает тензор $\overleftrightarrow{A}^{\mathrm{T}}$ такой, что $\overleftrightarrow{A}\cdot\mathbf{a} = \mathbf{a}\cdot\overleftrightarrow{A}^{\mathrm{T}}$ для любого $\mathbf{a}$. Легко проверить, что транспонирование тензора эквивалентно транс-

понированию представляющей его матрицы. Очевидно, что $(\overleftrightarrow{A}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} = \overleftrightarrow{A}$ и $\mathbf{a} \cdot \overleftrightarrow{A} = \overleftrightarrow{A}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{a}$. Тензор $\overleftrightarrow{A}$ симметричен, если $\overleftrightarrow{A}^{\mathrm{T}} = \overleftrightarrow{A}$, и эрмитов, если $\overleftrightarrow{A}^{\mathrm{T}} = \overleftrightarrow{A}^{*}$. Легко показать, что

$$(\mathbf{a} \cdot \overleftrightarrow{A}) \cdot \mathbf{b} = \mathbf{a} \cdot (\overleftrightarrow{A} \cdot \mathbf{b}) = \mathbf{a} \cdot \overleftrightarrow{A} \cdot \mathbf{b},$$

$$(\mathbf{a} \cdot \overleftrightarrow{A}) \cdot \overleftrightarrow{B} = \mathbf{a} \cdot (\overleftrightarrow{A} \cdot \overleftrightarrow{B}) = \mathbf{a} \cdot \overleftrightarrow{A} \cdot \overleftrightarrow{B},$$

$$\overleftrightarrow{A} \cdot (\overleftrightarrow{B} \cdot \mathbf{a}) = (\overleftrightarrow{A} \cdot \overleftrightarrow{B}) \cdot \mathbf{a} = \overleftrightarrow{A} \cdot \overleftrightarrow{B} \cdot \mathbf{a},$$

$$(\overleftrightarrow{A} \cdot \overleftrightarrow{B}) \cdot \overleftrightarrow{C} = \overleftrightarrow{A} \cdot (\overleftrightarrow{B} \cdot \overleftrightarrow{C}) = \overleftrightarrow{A} \cdot \overleftrightarrow{B} \cdot \overleftrightarrow{C},$$

$$\mathbf{a} \cdot \overleftrightarrow{A} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \overleftrightarrow{A}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{a},$$

$$(\overleftrightarrow{A} \cdot \overleftrightarrow{B})^{\mathrm{T}} = \overleftrightarrow{B}^{\mathrm{T}} \cdot \overleftrightarrow{A}^{\mathrm{T}},$$

$$(\overleftrightarrow{A} \cdot \mathbf{a}) \otimes (\overleftrightarrow{B} \cdot \mathbf{b}) = \overleftrightarrow{A} \cdot (\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}) \cdot \overleftrightarrow{B}^{\mathrm{T}}.$$

Единичный тензор второго порядка $\overleftrightarrow{I}$ определяется соотношением $\overleftrightarrow{I} \cdot \mathbf{a} = \mathbf{a} \cdot \overleftrightarrow{I} = \mathbf{a}$ для любого $\mathbf{a}$. В результате, $\overleftrightarrow{I} \cdot \overleftrightarrow{A} = \overleftrightarrow{A} \cdot \overleftrightarrow{I} = \overleftrightarrow{A}$ для любого $\overleftrightarrow{A}$. Очевидно, что

$$\overleftrightarrow{I} = \hat{\mathbf{x}} \otimes \hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{y}} \otimes \hat{\mathbf{y}} + \hat{\mathbf{z}} \otimes \hat{\mathbf{z}}$$

в декартовых координатах и

$$\overleftrightarrow{I} = \hat{\mathbf{r}} \otimes \hat{\mathbf{r}} + \hat{\boldsymbol{\theta}} \otimes \hat{\boldsymbol{\theta}} + \hat{\boldsymbol{\varphi}} \otimes \hat{\boldsymbol{\varphi}}$$

в полярных координатах, где $\hat{\mathbf{r}}$, $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ и $\hat{\boldsymbol{\varphi}}$ – соответствующие единичные векторы.

Благодарности

Я благодарен О.И. Бугаенко и Э.Г. Яновицкому за их неизменную доброту, а также за удивительную чуткость к запросам и нуждам начинающего ученого. О.И. Бугаенко, Ф.Ф. Каменец, Т.Г. Костюк, А.В. Мороженко, Я.С. Яцкив, B.E. Carlson, J.W. Hovenier, A.A. Lacis и C.V.M. Van der Mee оказали неоценимую помощь и поддержку тогда, когда я в них больше всего нуждался. В.К. Розенбуш была неизменным и незаменимым источником оптимизма, советов, поддержки и помощи при оформлении этой диссертации.

Мне приятно выразить большую признательность за многолетнее сотрудничество и теплые личные отношения многим друзьям и коллегам по обе стороны Атлантического океана: О.И. Бугаенко, Т. Вийку, В.С. Дегтяреву, Ж.М. Длугач, О.В. Дубовику, В.В. Иванову, Н.Н. Киселеву, Л.О. Колоколовой, А.Г. и В. Колюхам, Т.Г. Костюку, А.В. Мороженко, В.К. Розенбуш, М.Г. Сосонкину, Н.Н. Фомину, В.П. Тишковцу и Э.Г. Яновицкому, а также/as well as to B.E. Carlson, H. Domke, J.E. Hansen, J.W. Hovenier, A.A. Lacis, D.W. Mackowski, L.D. Travis, C.V.M. Van der Mee, и G. Videen.

Посетив на своем веку множество научных организаций, я убедился, что существует много директоров, но немного настоящих директоров. Мне исключительно повезло работать под началом только настоящих директоров: Я.С. Яцкива и Дж. Э. Хансена.

Я также благодарен следующим коллегам за многочисленные полезные дискуссии: Ю.Н. Барабаненкову, А.Г. Боровому, Н.Н. Вощинникову, И.В. Геогджаеву, Э.П. Зеге, А.А. Кохановскому, П.В. Литвинову, В.А. Лойко, Д.И. Нагирнеру, Н.Г. Хлебцову и Ю.Г. Шкуратову, а также/as well as to B. Cairns, J. Chowdhary, M. Kahnert, K.-N. Liou, L. Liu, A. Macke, H.B. Maring, M.P. Mengüç, K. Muinonen, W.B. Rossow, B.A. van Tiggelen, и P. Yang.

Но самые теплые слова благодарности и признательности я приношу моей семье: жене Наде и детям Андрею, Наташе и Сергею. Без их понимания, помощи и поддержки эта диссертация не была бы написана.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Амбарцумян В.А. Научные труды. – Ереван: Изд. АН АрмССР, 1960. – Т. 1. – 430 с.
2. Ахиезер А.И., Пелетминский С.В. Методы статистической физики. – Москва: Наука, 1977. – 367 с.
3. Боровой А.Г. Метод итераций в многократном рассеянии. Уравнение переноса // Изв. вузов: физика. – 1966. – № 6. – С. 50–54.
4. Варшалович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К. Квантовая теория углового момента. – Ленинград: Наука, 1975. – 440 с.
5. Иванов А.П., Лойко В.А., Дик В.П. Распространение света в плотноупакованных дисперсных средах. – Минск: Наука и техника, 1988. – 192 с.
6. Иванов В.В. Перенос излучения и спектры небесных тел. – Москва: Наука, 1969. – 472 с.
7. Иванов В.В. Столетие интегрального уравнения переноса излучения // Рассеяние и поглощение света в природных и искусственных дисперсных средах / Ред. А.П. Иванов. – Минск: Институт физики, 1991. – С. 10–36.
8. Марчук Г.И. и др. Метод Монте-Карло в атмосферной оптике. – Новосибирск: Наука, 1976. – 283 с.
9. Минин И.Н. Теория переноса излучения в атмосферах планет. – Москва: Наука, 1988. – 264 с.
10. Мищенко М.И. Отражение и пропускание поляризованного света анизотропными атмосферами. I. Основные уравнения и методика расчета // Кинемат. и физ. неб. тел. – 1988. – Т. 4, № 6. – С. 3–10.
11. Мищенко М.И. Сечение рассеяния для хаотически ориентированных частиц произвольной формы // Кинемат. и физ. неб. тел. – 1991. – Т. 7, № 5. – С. 93–95.
12. Мороженко О.В. Методи і результати дистанційного зондування планетних атмосфер. – Київ: Наукова думка, 2004. – 646 с.

13. Нагирнер Д.И. Лекции по теории переноса излучения. – С.-Петербург: Изд-во С.-Петербургского ун-та, 2001. – 283 с.
14. Пришивалко А.П., Бабенко В.А., Кузьмин В.Н. Рассеяние и поглощение света неоднородными и анизотропными сферическими частицами. – Минск: Наука и техника, 1984. – 263 с.
15. Розенберг Г.В. Вектор-параметр Стокса // Успехи физ. наук. – 1955. – Т. 56, № 1. – С. 77–110.
16. Розенбуш В.К. Свойства рассеянного излучения малых тел Солнечной системы: Дис... доктора физ.-мат. наук: 01.03.03. – Киев, 2007. – 350 с.
17. Розенбуш В. К., Киселев Н. Н., Шаховской Н. М., Ефимов Ю. С. Исследования поляризации излучения избранных высокоальбедных объектов вблизи оппозиции // Изв. Крымской Астрофиз. Обс. – 2006. – Т. 103. – С. 219–231.
18. Соболев В.В. Рассеяние света в атмосферах планет. – Москва: Наука, 1972. – 335 с.
19. Сушкевич Т.А., Стрелков С.А., Иолтуховский А.А. Метод характеристик в задачах атмосферной оптики. – Москва: Наука, 1990. – 296 с.
20. Хлебцов Н.Г. Ослабление и рассеяние света хаотически ориентированным ансамблем: точные решения в *T*-матричном подходе // Опт. и спектроск. – 1991. – Т. 71, № 1. – С. 151–153.
21. Хлебцов Н.Г. Ослабление и рассеяние света в дисперсных средах. – Саратов: Изд-во Саратовского ун-та. 2001. – 78 с.
22. Шифрин К.С. Введение в оптику океана. – Ленинград: Гидрометеоиздат, 1983. – 278 с.
23. Шкуратов Ю.Г. О природе оппозиционного эффекта яркости и отрицательной поляризации света твердых космических поверхностей // Астрон. циркуляр. – 1985. – № 1400. – С. 3–6.
24. Шкуратов Ю.Г. Дифракционный механизм формирования оппозиционного эффекта яркости поверхностей со сложной структурой // Кинемат. и физ.

неб. тел. – 1988. – Т. 4, № 5. – С. 33–38.

25. Шкуратов Ю.Г. Интерференционная модель отрицательной поляризации света, рассеянного твердыми поверхностями небесных тел // Астрон. вестн. – 1991. – Т. 25, № 2. – С. 152–161.
26. Agarwal B.M., Mengüç M.P. Forward and inverse analysis of single and multiple scattering of collimated radiation in an axisymmetric system // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1991. – Vol. 34. – P. 633–647.
27. Amic E., Luck J.M., Nieuwenhuizen Th.M. Multiple Rayleigh scattering of electromagnetic waves // J. Phys. I (France). – 1997. – Vol. 7. – P. 445–483.
28. Apresyan L.A., Kravtsov Yu.A. Radiation transfer. Statistical and wave aspects. – Basel: Gordon and Breach, 1996. – 456 p.
29. Avramchuk V.V., Rosenbush V.K., Bul'ba T.P. Photometric study of the major satellites of Uranus // Solar Syst. Res. – 2007. – Vol. 41. – P. 186–202.
30. Babenko V.A., Astafyeva L.G., Kuzmin V.N. Electromagnetic scattering in disperse media: inhomogeneous and anisotropic particles. – Berlin: Springer, 2003. – 434 p.
31. Barabanenkov Yu.N. Multiple scattering of waves by ensembles of particles and the theory of radiation transport // Sov. Phys.–Uspekhi. – 1975. – Vol. 18. – P. 673–689.
32. Barabanenkov Yu.N., Kravtsov Yu.A., Ozrin V.D., Saichev A.I. Enhanced backscattering in optics // Progr. Opt. – 1991. – Vol. 29. – P. 65–197.
33. Barker H.W., Goldstein R.K., Stevens D.E. Monte Carlo simulation of solar reflectances for cloudy atmospheres // J. Atmos. Sci. – 2003. – Vol. 60. – P. 1881–1894.
34. Berne B.J., Pecora R. Dynamic light scattering with applications to chemistry, biology, and physics. – New York: Wiley, 1976. – 376 p.
35. Bohren C.F., Gilra D.P. Extinction by a spherical particle in an absorbing medium // J. Colloid Interface Sci. – 1979. – Vol. 72. – P. 215–221.
36. Bohren C.F., Clothiaux E.E. Fundamentals of atmospheric radiation. – Weinheim,

Germany: Wiley-VCH, 2006. – 472 p.

37. Boltzmann L. Lectures on gas theory. – Berkeley, CA: Univ. of California Press, 1964. – 490 p.
38. Borghese F., Denti P., Saija R. Scattering from model nonspherical particles. Theory and applications to environmental physics. – Berlin: Springer, 2007. – 348 p.
39. Borovoi A.G. Multiple scattering of short waves by uncorrelated and correlated scatterers // Light Scattering Rev. – 2006. – Vol. 1. – P. 181–252.
40. Brown W. (Ed.). Dynamic light scattering. – Oxford: Clarendon Press, 1993. – 735 p.
41. Brown R.H., Cruikshank D.P. The Uranian satellites: surface compositions and opposition brightness surges // Icarus. – 1983. – Vol. 55. – P. 83–92.
42. Cairns B., Lacis A.A., Carlson B.E. Absorption within inhomogeneous clouds and its parameterization in general circulation models // J. Atmos. Sci. – 2000. – Vol. 57. – P. 700–714.
43. Campbell B.A. Radar remote sensing of planetary surfaces. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2002. – 331 p.
44. Cartigny J.D., Yamada Y., Tien C.L. Radiative transfer with dependent scattering by particles: Part 1—Theoretical investigation // J. Heat Transfer. – 1986. – Vol. 108. – P. 608–613.
45. Chandrasekhar S. Radiative transfer. – Oxford: Oxford Univ. Press, 1950. – 393 p.
46. Chowdhary J., Cairns B., Mishchenko M., Travis L. Retrieval of aerosol properties over the ocean using multispectral and multiangle photopolarimetric measurements from the Research Scanning Polarimeter // Geophys. Res. Lett. –2001. – Vol. 28. – P. 243–246.
47. Chowdhary J., Cairns B., Mishchenko M.I. et al. Retrieval of aerosol scattering and absorption properties from photopolarimetric observations over the ocean during the CLAMS experiment // J. Atmos. Sci. – 2005. – Vol. 62. – P. 1093–1117.

48. Chwolson O. Grundzüge einer mathematischen Theorie der inneren Diffusion des Lichtes // Bull. l'Acad. Impériale Sci. St. Pétersbourg. – 1889. – Vol. 33. – P. 221–256.
49. Chýlek P. Light scattering by small particles in an absorbing medium // J. Opt. Soc. Am. – 1977. – Vol. 67. – P. 561–563.
50. Chýlek P., Kiehl J.T., Ko M.K.W. Narrow resonance structure in the Mie scattering characteristics // Appl. Opt. – 1978. – Vol. 17. – P. 3019–3021.
51. Davis A.B. Effective propagation kernels in structured media with broad spatial correlations, illustration with large-scale transport of solar photons through cloudy atmospheres // Lect. Notes Comput. Sci. Eng. – 2006. – Vol. 48. – P. 85–140.
52. Debye P. Der Lichtdruk auf Kugeln von beliebigem Material // Ann. Physik. – 1909. – Vol. 30. – P. 57–136.
53. Dlugach J.M., Mishchenko M.I. The effect of particle shape on microphysical properties of Jovian aerosols retrieved from ground-based spectropolarimetric observations // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2004. – Vol. 88. – P. 37–46.
54. Dlugach J.M., Mishchenko M.I. Enhanced backscattering of polarized light: effect of particle nonsphericity on the helicity-preserving enhancement factor // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2006. – Vol. 100. – P. 115–121.
55. Dlugach J.M., Mishchenko M.I. Diffuse and coherent backscattering of polarized light: polarization ratios for a discrete random medium composed of nonspherical particles // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2007. – Vol. 106. – P. 21–32.
56. Doicu A., Eremin Yu., Wriedt T. Acoustic and electromagnetic scattering analysis using discrete sources. – San Diego: Academic Press, 2000. – 317 p.
57. Doicu A., Wriedt T., Eremin Y.A. Light scattering by systems of particles. – Berlin: Springer, 2006. – 322 p.
58. Dolginov A.Z., Gnedin Yu.N., Silant'ev N.A. Photon polarization and frequency change in multiple scattering // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 1970. – Vol. 10. – P. 707–754.

59. Dolginov A.Z., Gnedin Yu.N., Silant'ev N.A. Propagation and polarization of radiation in cosmic media. – Basel: Gordon and Breach, 1995. – 382 p.
60. Dollfus A. Saturn's rings: optical reflectance polarimetry // Icarus. – 1996. – Vol. 124. – P. 237–261.
61. Domke H. The expansion of scattering matrices for an isotropic medium in generalized spherical functions // Astrophys. Space Sci. – 1974. – Vol. 29. – P. 379–386.
62. Dozier J., Painter T.H. Multispectral and hyperspectral remote sensing of alpine snow properties // Annu. Rev. Earth Planet. Sci. – 2004. – Vol. 32. – P. 465–494.
63. Dubovik O., Sinyuk A., Lapyonok T. et al. Application of spheroid models to account for aerosol particle nonsphericity in remote sensing of desert dust // J. Geophys. Res. – 2006. – Vol. 111. – D11208.
64. Etemad S., Thompson R., Andrejco M.J. et al. Weak localization of photons: termination of coherent random walks by absorption and confined geometry // Phys. Rev. Lett. – 1987. – Vol. 59. – P. 1420–1423.
65. Fabelinskii I.L. Molecular scattering of light. – New York: Plenum Press, 1968. – 622 p.
66. Farquhar I.E. Ergodic theory in statistical mechanics. – London: Wiley, 1964. – 235 p.
67. Franklin F.A., Cook A.F. Optical properties of Saturn's rings. II. Two-color phase curves of the two bright rings // Astron. J. – 1965. – Vol. 70. – P. 704–720.
68. French R.G., Verbiscer A., Salo H. et al. Saturn's Rings at true opposition // Publ. Astron. Soc. Pacific. – 2007. – Vol. 119. – P. 623–642.
69. Fuller K.A., Mackowski D.W. Electromagnetic scattering by compounded spherical particles // Light scattering by nonspherical particles: theory, measurements, and applications / Eds.: M.I. Mishchenko, J.W. Hovenier, L.D. Travis. – San Diego: Academic Press, 2000. – P. 225–272.
70. Fung A.K. Microwave scattering and emission models and their applications. – Boston: Artech House, 1994. – 573 p.

71. Gans R. Die Farbe des Meeres // Ann. Phys. – 1924. – Vol. 75. – P. 1–22.
72. Geake J.E., Geake M. A remote sensing method for sub-wavelength grains on planetary surfaces by optical polarimetry // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 1990. – Vol. 245. – P. 46–55.
73. Goguen J.O., Hammel H.B., Brown R.H. V photometry of Titania, Oberon and Triton // Icarus. – 1989. – Vol. 77. – P. 239–247.
74. Goody R.M., Yung Y.L. Atmospheric radiation: theoretical basis. – Oxford: Oxford University Press, 1989. – 519 p.
75. Gross P., Störzer M., Fiebig S. et al. A precise method to determine the angular distribution of backscattered light to high angles // Rev. Sci. Instr. – 2007. – Vol. 78. – 033105.
76. Gustafson B.Å.S. Microwave analog to light-scattering measurements // Light Scattering by Nonspherical Particles: Theory, Measurements, and Applications. / Eds.: M.I. Mishchenko, J.W. Hovenier, L.D. Travis. – San Diego: Academic Press, 2000. – P. 367–390
77. Hanel R.A., Conrath B.J., Jennings D.E., Samuelson R.E. Exploration of the solar system by infrared remote sensing. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2003. – 518 p.
78. Hansen J.E., Hovenier J.W. Interpretation of the polarization of Venus // J. Atmos. Sci. – 1974. – Vol. 31. – P. 1137–1160.
79. Hansen J.E., Travis L.D. Light scattering in planetary atmospheres // Space Sci. Rev. – 1974. – Vol. 16. – P. 527–610.
80. Hansen J., Nazarenko L., Ruedy R. et al. Earth's energy imbalance: confirmation and implications // Science. – 2005. – V. 308. – P. 1431–1435.
81. Hapke B. Theory of reflectance and emittance spectroscopy. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1993. – 455 p.
82. Harris A.W., Young J.W., Contreiras L. et al. Phase relations of high albedo asteroids: the unusual opposition brightening of 44 Nysa and 64 Angelina // Icarus.

– 1989. – Vol. 81. – P. 365–374.

83. Helfenstein P., Currier N., Clark B. et al. Galileo observations of Europa's opposition effect. // Icarus. – 1998. – Vol. 135. – P. 41–63.
84. Hespel L., Mainguy S., Greffet J.-J. Radiative properties of scattering and absorbing dense media: theory and experimental study // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2003. – Vol. 77. – P. 193–210.
85. Hill S.C., Benner R.E. Morphology-dependent resonances // Optical effects associated with small particles / Eds.: P.W. Barber, R.K. Chang. – Singapore: World Scientific, 1988. – P. 3–61.
86. Hovenier J.W. Measuring scattering matrices of small particles at optical wavelengths // Light scattering by nonspherical particles: theory, measurements, and applications / Eds.: M.I. Mishchenko, J.W. Hovenier, L.D. Travis. – San Diego: Academic Press, 2000. – P. 355–365.
87. Hovenier J.W., Lumme K., Mishchenko M.I. et al. Computations of scattering matrices of four types of non-spherical particles using diverse methods // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 1996. – Vol. 55. – P. 695–705.
88. Hovenier J.W., van der Mee C., Domke H. Transfer of polarized light in planetary atmospheres—basic concepts and practical methods. – Berlin: Springer, 2004. – 258 p.
89. Huffman D.R. The applicability of bulk optical constants to small particles // Optical Effects Associated with Small Particles / Eds.: P.W. Barber, R.K. Chang. – Singapore: World Scientific, 1988. – P. 279–324.
90. Irons J.R., Campbell G.S., Norman J.M. et al. Prediction and measurement of soil bidirectional reflectance // IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. – 1992. – Vol. 30. – P. 249–260.
91. Ishimaru A. Wave propagation and scattering in random media. – New York: Academic Press, 1978. – 574 p.
92. Ito S., Kobayashi S., Oguchi T. Multiple-scattering formulation of pulsed beam

waves in hydrometeors and its application to millimeter-wave weather radar // IEEE Geosci. Remote Sens. Lett. – 2007. – Vol. 4. – P. 13–17.

93. Ivezić Ž., Mengüç M.P. An investigation of dependent/independent scattering regimes using a discrete dipole approximation // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1996. – Vol. 39. – P. 811–822.
94. Jackson J.D. Classical electrodynamics. – New York: Wiley, 1999. – 808 p.
95. Jaggard D.L., Hill C., Shorthill R.W. et al. Light scattering from particles of regular and irregular shape // Atmos. Environ. – 1981. – Vol. 15. – P. 2511–2519.
96. Johnson P.E., Kemp J.C., King R. et al. New results from optical polarimetry of Saturn rings // Nature. – 1980. – Vol. 283. – P. 146–149.
97. Joosten J.G.H., Geladé E.T.F., Pusey P.N. Dynamic light scattering by nonergodic media: Brownian particles trapped in polyacrylamide gels // Phys. Rev. A. – 1990. – Vol. 42. – P. 2161–2175.
98. Kaasalainen S., Kaasalainen M., Mielonen T. et al. Optical properties of snow in backscatter // J. Glaciol. – 2006. – Vol. 52. – P. 574–584.
99. Kahnert F.M. Numerical methods in electromagnetic scattering theory // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2003. – Vol. 79/80. – P. 775–824.
100. Keller J.B. Wave propagation in random media // Proc. Symp. Appl. Math. – 1962. – Vol. 13. – P. 227–246.
101. Khlebtsov N.G. Orientational averaging of light-scattering observables in the *T*-matrix approach // Appl. Opt. – 1992. – Vol. 31. – P. 5359–5365.
102. Khlebtsov N.G., Maksimova I.L., Tuchin V.V., Wang L.V. Introduction to light scattering by biological objects // Handbook of optical biomedical diagnostics / Ed.: V.V. Tuchin. – Bellingham, WA: SPIE Press, 2002. – P. 31–167.
103. Knyazikhin Y., Marshak A., Larsen M.L. et al. Small-scale drop size variability: Impact on estimation of cloud optical properties // J. Atmos. Sci. – 2005. – Vol. 62. – P. 2555–2567.
104. Knyazikhin Y., Marshak A., Myneni R.B. 3D radiative transfer in vegetation

canopies and cloud–vegetation interaction // 3D radiative transfer in cloudy atmospheres / Eds.: A. Marshak, A.B. Davis. – Berlin: Springer, 2005. – P. 617–651.

105. Kobayashi S., Oguchi T., Tanelli S., Im E. Backscattering enhancement on spheroid-shaped hydrometeors: considerations in water and ice particles of uniform size and Marshall–Palmer distributed rains // Radio Sci. – 2007. – Vol. 42. – RS2001.
106. Kokhanovsky A.A. Light scattering media optics: problems and solutions. – Chichester, UK: Praxis, 2004. – 299 p.
107. Kondratyev K.Ya. Climate effects of aerosols and clouds. – Chichester, UK: Praxis, 1999. – 264 p.
108. Kostinski A.B. On the extinction of radiation by a homogeneous but spatially correlated random medium // J. Opt. Soc. Am. A. – 2001. – Vol. 18. – P. 1929–1933.
109. Kumar S., Tien C.L. Dependent absorption and extinction of radiation by small particles // J. Heat Transfer. – 1990. – Vol. 112. – P. 178–185.
110. Kuščer I., Ribarič M. Matrix formalism in the theory of diffusion of light // Opt. Acta. – 1959. – Vol. 6. – P. 42–51.
111. Kuz'min V.L., Romanov V.P., Zubkov L.A. Propagation and scattering of light in fluctuating media // Phys. Rep. – 1994. – Vol. 248. – P. 71–368.
112. Kuz'min V.L., Romanov V.P. Coherent phenomena in light scattering from disordered systems // Phys.–Uspekhi. – 1996. – Vol. 39. – P. 231–260.
113. Labeyrie G., Müller C.A., Wiersma D.S. et al. Observation of coherent backscattering of light by cold atoms // J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. – 2000. – Vol. 2. – P. 672–685.
114. Lenke R., Maret G. Multiple scattering of light: coherent backscattering and transmission // Scattering in polymeric and colloidal systems / Eds.: W. Brown and K. Mortensen. – Amsterdam: Gordon and Breach, 2000. – P. 1–73.
115. Lenoble J. (Ed.) Radiative transfer in scattering and absorbing atmospheres: stan-

dard computational procedures. – Hampton, VA: A. Deepak Publishing, 1985. – 300 p.

116. Lenoble J. Atmospheric radiative transfer – Hampton, VA: A. Deepak Publishing, 1993. – 532 p.
117. Leroux C., Lenoble J., Brogniez G. et al. A model for the bidirectional polarized reflectance of snow // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 1999. – Vol. 61. – P. 273–285.
118. Liang S. Quantitative remote sensing of land surfaces. – Hoboken, NJ: Wiley, 2004. – 534 p.
119. Liou K.N. Radiation and cloud processes in the atmosphere: theory, observation, and modeling. – New York: Oxford Univ. Press, 1992. – 487 p.
120. Liou K.N. An introduction to atmospheric radiation. – San Diego: Academic Press, 2002. – 577 p.
121. Lommel E. Die Photometrie der diffusen Zurückwerfung // Sitzber. Acad. Wissensch. München. – 1887. – Vol. 17. – P. 95–124.
122. Lyot B. Recherche sur la polarisation de la lumiere des planetes et de quelques substances terrestres // Ann. Obs. Meudon VIII. – 1929. – Vol. 8, № 1. – P. 1–161. English translation: NASA TT F–187. – 1964.
123. Macke A., Mueller J., Raschke E. Scattering properties of atmospheric ice crystals // J. Atmos. Sci. – 1996. – Vol. 53. – P. 2813–2825.
124. Mackowski D.W. Direct simulation of scattering and absorption by particle deposits // Proc. IMECE. – 2006. – 14615.
125. Mackowski D.W., Mishchenko M.I. Calculation of the T matrix and the scattering matrix for ensembles of spheres // J. Opt. Soc. Am. A. – 1996. – Vol. 13. – P. 2266–2278.
126. Mandel L., Wolf E. Optical coherence and quantum optics. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1995. – 1166 p.
127. Marshak A., Davis A.B. (Eds.) 3D radiative transfer in cloudy atmospheres. –

Berlin: Springer, 2005. – 686 p.

128. Marshak A., Knyazikhin Yu., Larsen M.L., Wiscombe W.J. Small-scale drop size variability: empirical models of drop-size-dependent clustering in clouds // J. Atmos. Sci. – 2005. – Vol. 62. – P. 551–558.
129. Martin P.A. Multiple scattering: interaction of time-harmonic waves with *N* obstacles. – Cambridge: Cambridge University Press, 2006. – 437 p.
130. Mätzler C. Thermal microwave radiation: applications for remote sensing. – London: IET Press, 2006. – 555 p.
131. Mishchenko M.I. The fast invariant imbedding method for polarized light: computational aspects and numerical results for Rayleigh scattering // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 1990. – Vol. 43. – P. 163–171.
132. Mishchenko M.I. Multiple scattering of polarized light by anisotropic plane-parallel media // Transp. Theory Statist. Phys. – 1990. – Vol. 19. – P. 293–316.
133. Mishchenko M.I. Extinction of light by randomly-oriented non-spherical grains // Astrophys. Space Sci. – 1990. – Vol. 164. – P. 1–13.
134. Mishchenko M.I. Infrared absorption by shape distributions of NH_3 ice particles: an application to the Jovian atmosphere // Earth, Moon, and Planets. – 1991. – Vol. 53. – P. 149–156.
135. Mishchenko M.I. Polarization effects in weak localization of light: calculation of the copolarized and depolarized backscattering enhancement factors // Phys. Rev. B. – 1991. – Vol. 44. – P. 12597–12600.
136. Mishchenko M.I. Reflection of polarized light by plane-parallel slabs containing randomly-oriented, nonspherical particles // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 1991. – Vol. 46. – P. 171–181.
137. Mishchenko M.I. Extinction and polarization of transmitted light by partially aligned nonspherical grains // Astrophys. J. – 1991. – Vol. 367. – P. 561–574.
138. Mishchenko M.I. Radiation pressure on randomly-oriented nonspherical particles // Astrophys. Space Sci. – 1991. – Vol. 180. – P. 163–169.

139. Mishchenko M.I. Light scattering by randomly oriented axially symmetric particles // J. Opt. Soc. Am. A. – 1991. – Vol. 8. – P. 871–882.
140. Mishchenko M.I. Coherent propagation of polarized millimeter waves through falling hydrometeors // J. Electromagn. Waves Appl. – 1992. – Vol. 6. – P. 1341–1351.
141. Mishchenko M.I. Enhanced backscattering of polarized light from discrete random media: calculations in exactly the backscattering direction // J. Opt. Soc. Am. A. – 1992. – Vol. 9. – P. 978–982.
142. Mishchenko M.I. The angular width of the coherent back-scatter opposition effect: an application to icy outer planet satellites // Astrophys. Space Sci. – 1992. – Vol. 194. – P. 327–333.
143. Mishchenko M.I. Light scattering by nonspherical ice grains: an application to noctilucent cloud particles // Earth, Moon, and Planets. – 1992. – Vol. 57. – P. 203–211.
144. Mishchenko M.I. Polarization characteristics of the coherent backscatter opposition effect // Earth, Moon, and Planets. – 1992. – Vol. 58. – P. 127–144.
145. Mishchenko M.I. Light scattering by size/shape distributions of randomly oriented axially symmetric particles of a size comparable to a wavelength // Appl. Opt. – 1993. – Vol. 32. – P. 4652–4666.
146. Mishchenko M.I. On the nature of the polarization opposition effect exhibited by Saturn's rings // Astrophys. J. – 1993. – Vol. 411. – P. 351–361.
147. Mishchenko M.I. Asymmetry parameters of the phase function for densely packed scattering grains // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 1994. – Vol. 52. – P. 95–110.
148. Mishchenko M.I. Diffuse and coherent backscattering by discrete random media. I. Radar reflectivity, polarization ratios, and enhancement factors for a half-space of polydisperse, nonabsorbing and absorbing spherical particles // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 1996. – Vol. 56. – P. 673–702.

149. Mishchenko M.I. Coherent backscattering by two-sphere clusters // Opt. Lett. – 1996. – Vol. 21. – P. 623–625.
150. Mishchenko M.I. Calculation of the amplitude matrix for a nonspherical particle in a fixed orientation // Appl. Opt. – 2000. – Vol. 39. – P. 1026–1031.
151. Mishchenko M.I. Radiation force caused by scattering, absorption, and emission of light by nonspherical particles // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2001. – Vol. 70. – P. 811–816.
152. Mishchenko M.I. Vector radiative transfer equation for arbitrarily shaped and arbitrarily oriented particles: a microphysical derivation from statistical electromagnetics // Appl. Opt. – 2002. – Vol. 41. – P. 7114–7134.
153. Mishchenko M.I. Radiative transfer theory: from Maxwell's equations to practical applications // Wave Scattering in Complex Media: From Theory to Applications / Eds.: B.A. van Tiggelen, S.E. Skipetrov. – Dordrecht: Kluwer, 2003. – P. 367–414.
154. Mishchenko M.I. Microphysical approach to polarized radiative transfer: extension to the case of an external observation point // Appl. Opt. – 2003. – Vol. 42. – P. 4963–4967.
155. Mishchenko M.I. Far-field approximation in electromagnetic scattering // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2006. – Vol. 100. – P. 268–276.
156. Mishchenko M.I. The electromagnetic optical theorem revisited // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2006. – Vol. 101. – P. 404–410.
157. Mishchenko M.I. Scale invariance rule in electromagnetic scattering // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2006. – Vol. 101. – P. 411–415.
158. Mishchenko M.I. Maxwell's equations, radiative transfer, and coherent backscattering: a general perspective // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2006. – Vol. 101. – P. 540–555.
159. Mishchenko M.I. Radiative transfer in clouds with small-scale inhomogeneities: the microphysical approach // Geophys. Res. Lett. – 2006. – Vol. 33. – L14820.
160. Mishchenko M.I. Electromagnetic scattering by a fixed finite object embedded in

an absorbing medium // Opt. Express. – 2007. – Vol. 15. – P. 13188–13202.

161. Mishchenko M.I. Multiple scattering, radiative transfer, and weak localization in discrete random media: the unified microphysical approach // Rev. Geophys. – 2007. – doi:10.1029/2007RG000230.
162. Mishchenko M.I. Radiative transfer: a new look of the old theory // Radiative Transfer–V / Eds.: M.P. Mengüç, N. Selçuk. – New York: Begell House, 2007. – P. 1–30.
163. Mishchenko M.I., Dlugach J.M. The amplitude of the opposition effect due to weak localization of photons in discrete disordered media // Astrophys. Space Sci. – 1991. – Vol. 189. – P. 151–154.
164. Mishchenko M.I., Dlugach J.M. Can weak localization of photons explain the opposition effect of Saturn's rings // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 1992. – Vol. 254. – P. 15P–18P.
165. Mishchenko M.I., Dlugach J.M. Coherent backscatter and the opposition effect for E-type asteroids // Planet. Space Sci. – 1993. – Vol. 41. – P. 173–181.
166. Mishchenko M.I., Mackowski D.W. Light scattering by randomly oriented bispheres // Opt. Lett. – 1994. – Vol. 19. – P. 1604–1606.
167. Mishchenko M.I., Travis L.D. T-matrix computations of light scattering by large spheroidal particles // Opt. Commun. – 1994. – Vol. 109. – P. 16–21.
168. Mishchenko M.I., Travis L.D. Light scattering by polydispersions of randomly oriented spheroids with sizes comparable to wavelengths of observation // Appl. Opt. – 1994. – Vol. 33. – P. 7206–7225.
169. Mishchenko M.I., Travis L.D. Light scattering by polydisperse, rotationally symmetric nonspherical particles: linear polarization // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 1994. – Vol. 51. – P. 759–778.
170. Mishchenko M.I., Lacis A.A., Travis L.D., Errors induced by the neglect of polarization in radiance calculations for Rayleigh-scattering atmospheres // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 1994. – Vol. 51. – P. 491–510.

171. Mishchenko M.I., Hovenier J.W. Depolarization of light backscattered by randomly oriented nonspherical particles // Opt. Lett. – 1995. – Vol. 20. – P. 1356–1358.
172. Mishchenko M.I., Lacis A.A., Carlson B.E., Travis L.D. Nonsphericity of dust-like tropospheric aerosols: implications for aerosol remote sensing and climate modeling // Geophys. Res. Lett. – 1995. – Vol. 22. – P. 1077–1080.
173. Mishchenko M.I., Mackowski D.W., Travis L.D. Scattering of light by bispheres with touching and separated components // Appl. Opt. – 1995. – Vol. 34. – P. 4589–4599.
174. Mishchenko M.I., Mackowski D.W. Electromagnetic scattering by randomly oriented bispheres: comparison of theory and experiment and benchmark calculations // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 1996. – Vol. 55. – P. 683–694.
175. Mishchenko M.I., Rossow W.B., Macke A., Lacis A.A. Sensitivity of cirrus cloud albedo, bidirectional reflectance, and optical thickness retrieval to ice-particle shape // J. Geophys. Res. – 1996. – Vol. 101. – P. 16973–16985.
176. Mishchenko M.I., Travis L.D., Macke A. Scattering of light by polydisperse, randomly oriented, finite circular cylinders // Appl. Opt. – 1996. – Vol. 35. – P. 4927–4940.
177. Mishchenko M.I., Travis L.D., Mackowski D.W. T-matrix computations of light scattering by nonspherical particles: a review // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 1996. – Vol. 55. – P. 535–575.
178. Mishchenko M.I., Macke A. Asymmetry parameters of the phase function for isolated and densely packed spherical particles with multiple internal inclusions in the geometric optics limit // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 1997. – Vol. 57. – P. 767–794.
179. Mishchenko M.I., Travis L.D. Satellite retrieval of aerosol properties over the ocean using measurements of reflected sunlight: effect of instrumental errors and aerosol absorption // J. Geophys. Res. – 1997. – Vol. 102. – P. 13543–13553.
180. Mishchenko M.I., Travis L.D. Satellite retrieval of aerosol properties over the ocean

using polarization as well as intensity of reflected sunlight // J. Geophys. Res. – 1997. – Vol. 102. – P. 16989–17013.

181. Mishchenko M.I., Travis L.D., Rossow W.B. et al. Retrieving CCN column density from single-channel measurements of reflected sunlight over the ocean: a sensitivity study // Geophys. Res. Lett. – 1997. – Vol. 24. – P. 2655–2658.
182. Mishchenko M.I., Travis L.D., Kahn R.A., West R.A. Modeling phase functions for dustlike tropospheric aerosols using a shape mixture of randomly oriented polydisperse spheroids // J. Geophys. Res. – 1997. – Vol. 102. – P. 16831–16847.
183. Mishchenko M.I., Wielaard D.J., Carlson B.E. *T*-matrix computations of zenith-enhanced lidar backscatter from horizontally oriented ice plates // Geophys. Res. Lett. – 1997. – Vol. 24. – P. 771–774.
184. Mishchenko M.I., Macke A. Incorporation of physical optics effects and computations of the Legendre expansion for ray-tracing phase functions involving δ-function transmission // J. Geophys. Res. – 1998. – Vol. 103. – P. 1799–1805.
185. Mishchenko M.I., Sassen K. Depolarization of lidar returns by small ice crystals: an application to contrails // Geophys. Res. Lett. – 1998. – Vol. 25. – P. 309–312.
186. Mishchenko M.I., Travis L.D. Capabilities and limitations of a current FORTRAN implementation of the *T*-matrix method for randomly oriented rotationally symmetric scatterers // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 1998. – Vol. 60. – P. 309–324.
187. Mishchenko M.I., Macke A. How big should hexagonal ice crystals be to produce halos? // Appl. Opt. – 1999. – Vol. 38. – P. 1626–1629.
188. Mishchenko M.I., Videen G. Single-expansion EBCM computations for osculating spheres // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 1999. – Vol. 63. – P. 231–236.
189. Mishchenko M.I., Dlugach J.M., Yanovitskij E.G., Zakharova N.T. Bidirectional reflectance of flat, optically thick particulate layers: an efficient radiative transfer solution and applications to snow and soil surfaces // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 1999. – Vol. 63. – P. 409–432.

190. Mishchenko M.I., Geogdzhayev I.V., Cairns B. et al. Aerosol retrievals over the ocean by use of channels 1 and 2 AVHRR data: sensitivity analysis and preliminary results // Appl. Opt. – 1999. – Vol. 38. – P. 7325–7341.
191. Mishchenko M.I., Hovenier J.W., Travis L.D. (Eds.). Light scattering by nonspherical particles: theory, measurements, and applications – San Diego: Academic Press, 2000. – 690 p.
192. Mishchenko M.I., Lacis A.A. Manifestations of morphology-dependent resonances in Mie scattering matrices // Appl. Math. Comput. – 2000. – Vol. 116. – P. 167–179.
193. Mishchenko M.I., Luck J.-M., Nieuwenhuizen Th.M. Full angular profile of the coherent polarization opposition effect // J. Opt. Soc. Am. A. – 2000. – Vol. 17. – P. 888–891.
194. Mishchenko M.I., Travis L.D., Lacis A.A. Scattering, absorption, and emission of light by small particles. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2002. – 445 p.
195. Mishchenko M.I., Lacis A.A. Morphology-dependent resonances of nearly spherical particles in random orientation // Appl. Opt. – 2003. – Vol. 42. – P. 5551–5556.
196. Mishchenko M.I., Geogdzhayev I.V., Liu L. et al. Aerosol retrievals from AVHRR radiances: effects of particle nonsphericity and absorption and an updated long-term global climatology of aerosol properties // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2003. – Vol. 79/80. – P. 953–972.
197. Mishchenko M.I., Cairns B., Hansen J.E. et al. Monitoring of aerosol forcing of climate from space: analysis of measurement requirements // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2004. – Vol. 88. – P. 149–161.
198. Mishchenko M.I., Videen G., Babenko V.A. et al. *T*-matrix theory of electromagnetic scattering by particles and its applications: a comprehensive reference database // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2004. – Vol. 88. – P. 357–406.
199. Mishchenko M.I., Hovenier J.W., Mackowski D.W. Singe scattering by a small

volume element // J. Opt. Soc. Am. A. – 2004. – Vol. 21. – P. 71–87.

200. Mishchenko M.I., Liu L., Travis L.D., Lacis A.A. Scattering and radiative properties of semi-external versus external mixtures of different aerosol types // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2004. – Vol. 88. – P. 139–147.
201. Mishchenko M.I., Rosenbush V.K., Kiselev N.N. Weak localization of electromagnetic waves and opposition phenomena exhibited by high-albedo atmosphereless solar system objects // Appl. Opt. – 2006. – Vol. 45. – P. 4459–4463.
202. Mishchenko M.I., Travis L.D., Lacis A.A. Multiple scattering of light by particles: radiative transfer and coherent backscattering. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2006. – 478 p.
203. Mishchenko M.I., Liu L., Mackowski D.W. et al. Multiple scattering by random particulate media: exact 3D results // Opt. Express. – 2007. – Vol. 15. – P. 2822–2836.
204. Mishchenko M.I., Geogdzhayev I.V. Satellite remote sensing reveals regional tropospheric aerosol trends // Opt. Express. – 2007. – Vol. 15. – P. 7423–7438.
205. Mishchenko M.I., Liu L., Videen G. Conditions of applicability of the single-scattering approximation // Opt. Express. – 2007. – Vol. 15. – P. 7522–7527.
206. Mishchenko M.I., Liu L., Hovenier J.W. Effects of absorption on multiple scattering by random particulate media: exact results // Opt. Express. – 2007. – Vol. 15. – P. 13182–13187.
207. Mishchenko M.I., Cairns B., Kopp G. et al. Accurate monitoring of terrestrial aerosols and total solar irradiance: introducing the Glory Mission // Bull. Am. Meteorol. Soc. – 2007. – Vol. 88. – P. 677–691.
208. Mishchenko M.I., Videen G., Babenko V.A. et al. Comprehensive *T*-matrix reference database: a 2004–06 update // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2007. – Vol. 106. – P. 304–324.
209. Mishchenko M.I., Geogdzhayev I.V., Cairns B. et al. Past, present, and future of global aerosol climatologies derived from satellite observations: a perspective // J.

Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2007. – Vol. 106. – P. 325–347.

210. Mishchenko M.I., Liu L. Weak localization of electromagnetic waves by densely packed many-particle groups: exact 3D results // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2007. – Vol. 106. – P. 616–621.
211. Mishchenko M.I., Geogdzhayev I.V., Rossow W.B. et al. Long-term satellite record reveals likely recent aerosol trend // Science. – 2007. – Vol. 315. – P. 1543.
212. Mobley C.D. Light and water: radiative transfer in natural waters. – San Diego: Academic Press, 1994. – 592 p.
213. Modest M. Radiative heat transfer. – San Diego: Academic Press, 2003. – 822 p.
214. Muinonen K. Light scattering by inhomogeneous media: backward enhancement and reversal of polarization: Ph.D. Thesis. – Helsinki: University of Helsinki, 1990.
215. Muinonen K. Coherent backscattering of light by complex random media of spherical scatterers: numerical solution // Waves Random Media. – 2004. – Vol. 14. – P. 365–388.
216. Myneni R.B., Asrar G., Tanré D., Choudhury B.J. Remote sensing of solar radiation absorbed and reflected by vegetated land surfaces // IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. – 1992. – Vol. 30. – P. 302–314.
217. Newton R.G. Scattering theory of waves and particles. – New York: Springer, 1982. – 743 p.
218. Nisato G., Hébraud P., Munch J.-P., Candau S.J. Diffusing-wave-spectroscopy investigation of latex particle motion in polymer gels // Phys. Rev. E. – 2000. – Vol. 61. – P. 2879–2887.
219. Okin G.S., Painter T.H. Effect of grain size on remotely sensed spectral reflectance of sandy desert surfaces // Remote Sens. Environ. – 2004. – Vol. 89. –P. 272–280.
220. Ostro S.J. Planetary radar astronomy // Rev. Mod. Phys. – 1993. – Vol. 65. – P. 1235–1279.

221. Oxenius J. Kinetic theory of particles and photons. – Berlin: Springer, 1986. – 353 p.
222. Ozrin V.D. Exact solution for coherent backscattering of polarized light from a random medium of Rayleigh scatterers // Waves Random Media. – 1992. – Vol. 2. – P. 141–164.
223. Painter T.H., Dozier J. Measurements of the hemispherical-directional reflectance of snow at fine spectral and angular resolution // J. Geophys. Res. – 2004. – Vol. 109. – D18115.
224. Peterson B., Ström S. *T* matrix for electromagnetic scattering from an arbitrary number of scatterers and representations of E(3)* // Phys. Rev. D. – 1973. – Vol. 8. – P. 3661–3678.
225. Petrova E.V., Markiewicz W.J., Keller H.U. Regolith surface reflectance: a new attempt to model // Solar Syst. Res. – 2001. – Vol. 35. – P. 278–290.
226. Petty G.W. Area-average solar radiative transfer in three-dimensionally inhomogeneous clouds: the independently scattering cloudlet model // J. Atmos. Sci. – 2002. – Vol. 59. – P. 2910–2929.
227. Pitman K.M., Wolff M.J., Clayton G.C. Application of modern radiative transfer tools to model laboratory quartz emissivity // J. Geophys. Res. – 2005. – Vol. 110. – E08003.
228. Poincaré H. Sur le problème des trois corps et les équations de la Dynamique // Acta Math. – 1890. – Vol. 13. – P. 1–270.
229. Pomraning G.C. Linear kinetic theory and particle transport in stochastic mixtures. – Singapore: World Scientific, 1991. – 235 p.
230. Preisendorfer R.W. Radiative transfer on discrete spaces. – Oxford: Pergamon Press, 1965. – 459 p.
231. Psarev V., Ovcharenko A., Shkuratov Yu. et al. Photometry of particulate surfaces at extremely small phase angles // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2007. – Vol. 106. – P. 455–463.

232. Pusey P.N., van Megen W. Dynamic light scattering by non-ergodic media // Physica A. – 1989. – Vol. 157. – P. 705–741.

233. Rosenbush V.K., Avramchuk V.V., Rosenbush A.E., Mishchenko M.I. Polarization properties of the Galilean satellites of Jupiter: observations and preliminary analysis // Astrophys. J. – 1997. – Vol. 487. – P. 402–414.

234. Rosenbush V., Kiselev N., Avramchuk V., Mishchenko M. Photometric and polarimetric phenomena exhibited by Solar system bodies // Optics of cosmic dust / Eds.: G. Videen, M. Kocifaj. – Dordrecht: Kluwer, 2002. – P. 191–226.

235. Rosenbush V.K., Kiselev N.N., Shevchenko V.G. et al. Polarization and brightness opposition effects for the E-type Asteroid 64 Angelina // Icarus. – 2005. – Vol. 178. – P. 222–234.

236. Rosenbush V.K., Kiselev N.N. Polarization opposition effect for the Galilean satellites of Jupiter // Icarus. – 2005. – Vol. 179. – P. 490–496.

237. Rosenbush V., Kiselev N., Avramchuk V. Similarity and diversity in photometric and polarimetric opposition effects of small Solar System bodies // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2006. – Vol. 100. – P. 325–339.

238. Rothwell E.J., Cloud M.J. Electromagnetics. – Boca Raton, FL: CRC Press, 2001. – 539 p.

239. Saxon D.S. Tensor scattering matrix for the electromagnetic field // Phys. Rev. – 1955. – Vol. 100. – P. 1771–1775.

240. Saxon D.S. Lectures on the scattering of light // Scientific Report No. 9. – Department of Meteorology, University of California at Los Angeles, 1955.

241. Scheffold F., Skipetrov SE., Romer S., Schurtenberger P. Diffusing-wave spectroscopy of nonergodic media // Phys. Rev. E. – 2001. – Vol. 63. – 061404.

242. Schuster A. Radiation through a foggy atmosphere // Astrophys. J. – 1905. – Vol. 21. – P. 1–22.

243. Sergent C., Leroux C., Pougatch E., Guirado F. Hemispherical–directional reflectance measurements of natural snow in the 0.9–1.45 μm spectral range: Compari-

son with adding–doubling modeling // Ann. Glaciol. – 1998. – Vol. 26. – P. 59–63.

244. Sharkov E.A. Passive microwave remote sensing of the Earth: physical foundations. – Berlin: Springer, 2003. – 613 p.
245. Shaw R.A., Kostinski A.B., Larsen M.L. Towards quantifying droplet clustering in clouds // Q. J. R. Meteorol. Soc. – 2002. – Vol. 128. – P. 1043–1057.
246. Sheng P. Introduction to wave scattering, localization, and mesoscopic phenomena. – Berlin: Springer, 2006. – 333 p.
247. Shkuratov Yu.G., Muinonen K., Bowell E. et al. A critical review of theoretical models of negatively polarized light scattered by atmosphereless solar system bodies // Earth, Moon, and Planets. – 1994. – Vol. 65. – P. 201–246.
248. Shkuratov Yu.G., Ovcharenko A.A. Polarization of light scattered by surfaces with complex microstructure at phase angles 0.1°–3.5° // Solar Syst. Res. – 2002. – Vol. 36. – P. 62–67.
249. Shkuratov Yu., Bondarenko S., Kaydash V. et al. Photometry and polarimetry of particulate surfaces and aerosol particles over a wide range of phase angles // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2007. – Vol. 106. – P. 487–508.
250. Siegel R., Howell J.R. Thermal radiation heat transfer. – New York: Taylor & Francis, 2002. – 868 p.
251. Smoluchowski von M. Molekular-kinetische Theorie der Opaleszenz von Gasen im kritischen Zustande, sowie einiger verwandter Erscheinungen // Ann. Phys. – 1908. – Vol. 25. – P. 205–226.
252. Stankevich D., Istomina L., Shkuratov Yu., Videen G. The scattering matrix of random media consisting of large opaque spheres calculated using ray tracing and accounting for coherent backscattering enhancement // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2007. – Vol. 106. – P. 509–519.
253. Stephens G.L. Remote sensing of the lower atmosphere. – New York: Oxford Univ. Press, 1994. – 523 p.

254. Stokes G.G. On the composition and resolution of streams of polarized light from different sources // Trans. Cambridge Philos. Soc. – 1852. – Vol. 9. – P. 399–416.
255. Stratton J.A. Electromagnetic theory. – New York: McGraw-Hill, 1941. – 615 p.
256. Tanikawa T., Aoki T., Hori M. et al. Monte Carlo simulations of spectral albedo for artificial snowpacks composed of spherical and nonspherical particles // Appl. Opt. – 2006. – Vol. 45. – P. 5310–5319.
257. Thomas G.E., Stamnes K. Radiative transfer in the atmosphere and ocean. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1999. – 517 p.
258. Thompson D.T., Lockwood G.W. Photoelectric photometry of Europa and Callisto 1976–1991 // J. Geophys. Res. – 1992. – Vol. 97. – P. 14761–14772.
259. Tien C.L. Thermal radiation in packed and fluidized beds // J. Heat Transfer. – 1988. – Vol. 110. – P. 1230–1242.
260. Tishkovets V.P. Incoherent and coherent backscattering of light by a layer of densely packed random medium // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2007. – Vol. 108. – P. 454–463.
261. Tishkovets V.P., Litvinov P.V., Lyubchenko M.V. Coherent opposition effect for semi-infinite discrete random medium in the double-scattering approximation // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2002. – Vol. 72. – P. 803–811.
262. Tishkovets V.P., Mishchenko M.I. Coherent backscattering of light by a layer of discrete random medium // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2004. – Vol. 86. – P. 161–180.
263. Tsang L., Kong J.A., Shin R.T. Theory of microwave remote sensing. – New York: Wiley, 1985. – 613 p.
264. Tsang L., Kong J.A. Scattering of electromagnetic waves: advanced topics. – New York: Wiley, 2001. – 413 p.
265. Tsang L., Pan J., Liang D. et al. Modeling active microwave remote sensing of snow using dense media radiative transfer (DMRT) theory with multiple-scattering effects // IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. – 2007. – Vol. 45. – P.

990–1004.

266. Tseng S.H., Taflove A., Maitland D., Backman V. Pseudospectral time domain simulations of multiple light scattering in three-dimensional macroscopic random media // Radio Sci. – 2006. – Vol. 41. – RS4009.
267. Tuchin V.V., Wang L.V., Zimnyakov D.A. Optical polarization in biomedical applications. – Berlin: Springer, 2006. – 281 p.
268. Twersky V. On propagation in random media of discrete scatterers // Proc. Symp. Appl. Math. – 1964. – Vol. 16. – P. 84–116.
269. Uhlenbeck G.E., Ford G.W. Lectures in statistical mechanics. – Providence, RI: American Mathematical Society, 1963. – 181 p.
270. Ulaby F.T., Elachi C. (Eds.). Radar polarimetry for geoscience applications. – Norwood, MA: Artech House, 1990. – 364 p.
271. van Albada M.P., van der Mark M.B., Lagendijk A. Polarization effects in weak localization of light // J. Phys. D: Appl. Phys. – 1988. – Vol. 21. – P. S28–S31.
272. Van Bladel J.G. Electromagnetic fields. – Piscataway, NJ: IEEE Press, 2007. – 1155 p.
273. van de Hulst H.C. Light scattering by small particles. – New York: Wiley, 1957. – 470 p.
274. van de Hulst H.C. Multiple light scattering. – New York: Academic Press, 1980. – 739 p.
275. van Rossum M.C.W., Nieuwenhuizen Th.M. Multiple scattering of classical waves: Microscopy, mesoscopy, and diffusion // Rev. Mod. Phys. – 1999. – Vol. 71. – P. 313–371.
276. van Tiggelen B.A., Wiersma D.A., Lagendijk A. Self-consistent theory for the enhancement factor in coherent backscattering // Europhys. Lett. – 1995. – Vol. 30. – P. 1–6.
277. Videen G., Sun W. Yet another look at light scattering from particles in absorbing media // Appl. Opt. – 2003. – Vol. 42. – P. 6724–6727.

278. Viskanta R., Mengüç M.P. Radiation heat transfer in combustion systems // Progr. Energy Combust. Sci. – 1987. – Vol. 13. – P. 97–160.

279. Voshchinnikov N.V. Optics of cosmic dust. Part I // Astrophys. Space Phys. – 2004. – Vol. 12. – P. 1–182.

280. Waterman P.C. Symmetry, unitarity, and geometry in electromagnetic scattering // Phys. Rev. D. – 1971. – Vol. 3. – P. 825–839.

281. Wehrse R., Kalkofen W. Advances in radiative transfer // Astron. Astrophys. Rev. – 2006. – Vol. 13. – P. 3–29.

282. Wiscombe W.J., Warren S.G. A model for the spectral albedo of snow. I: Pure snow // J. Atmos. Sci. – 1980. – Vol. 37. – P. 2712–2733.

283. Xie Y., Yang P., Gao B.-C. et al. Effect of ice crystal shape and effective size on snow bidirectional reflectance // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2006. – Vol. 100. – P. 457–469.

284. Xue J.-Z., Pine D.J., Milner S.T. et al. Nonergodicity and light scattering from polymer gels // Phys. Rev. A. – 1992. – Vol. 46. – P. 6550–6563.

285. Yang P., Gao B.-C., Wiscombe W.J. et al. Inherent and apparent scattering properties of coated or uncoated spheres embedded in an absorbing host medium // Appl. Opt. – 2002. – Vol. 41. – P. 2740–2759.

286. Yanovitskij E.G. Light scattering in inhomogeneous atmospheres. – Berlin: Springer, 1997. – 371 p.

287. Zakharova N.T., Mishchenko M.I. Scattering properties of needlelike and platelike ice spheroids with moderate size parameters // Appl. Opt. – 2000. – Vol. 39. – P. 5052–5057.

288. Zakharova N.T., Mishchenko M.I. Scattering by randomly oriented thin ice disks with moderate equivalent-sphere size parameters // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2001. – Vol. 70. – P. 465–471.

289. Zdunkowski W., Trautmann T., Bott A. Radiation in the atmosphere. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2007. – 482 p.

290. Zege E.P., Ivanov A.P., Katsev I.L. Image transfer through a scattering medium. – Berlin: Springer, 1991. – 349 p.

291. Zhang H., Voss K.J. Comparisons of bidirectional reflectance distribution function measurements on prepared particulate surfaces and radiative-transfer models // Appl. Opt. – 2005. – Vol. 44. – P. 597–610.

292. Wiscombe W.J., Mugnai A. Single scattering from nonspherical Chebyshev particles: a compendium of calculations. – Washington, DC: NASA Ref. Publ. 1157, 1986. – 278 p.

293. Ivanov A. P., Khairullina A. Ya., Kharkova T. N. Experimental detection of cooperative effects in a scattering volume // Opt. Spectrosc. – 1970. – Vol. 28. – P. 204–207.